

























NOUVELLE  
ARCHITECTURE  
HYDRAULIQUE,

Contenant l'art d'élever l'eau au moyen de différentes machines, de construire dans ce fluide, de le diriger, et généralement de l'appliquer, de diverses manières, aux besoins de la société.

PAR R. PRONY, DE L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES  
ET DES ARTS, INGÉNIEUR EN CHEF DES PONTS ET CHAUSSÉES,  
CHARGÉ DE LA DIRECTION DU CADASTRE.

SECONDE PARTIE,

CONTENANT LA DESCRIPTION DÉTAILLÉE  
DES MACHINES A FEU.



A PARIS,

RUE DE THIONVILLE, N<sup>o</sup>. 116,

Chez FIRMIN DIDOT, Libraire pour le Génie, l'Architecture et  
les Mathématiques; graveur et fondeur de caracteres.

DE L'IMPRIMERIE DE DIDOT FILS AÎNÉ, rue Pavée Saint-André.

L'AN IV DE LA RÉPUBLIQUE.

1796.







gTC  
f 144  
p96  
1790  
ptie. 2  
SCDIRB

---

## ÉCLAIRCISSEMENTS

Sur le Tome premier de l'Architecture hydraulique de M. de Prony, par M. Garnier, ancien professeur de mathématiques à l'école militaire de Colmar.

---

Aussitôt que l'ouvrage de M. de Prony parut, je le lus et le méditai sérieusement : l'intérêt qu'il m'inspira me fit chercher le moyen de m'en rendre la lecture facile dans tous les temps ; en conséquence je fis quelques notes, qui ne devoient servir alors qu'à mon instruction particulière. Mais, lié avec l'auteur, j'avois de fréquentes occasions de m'entretenir avec lui sur son ouvrage. On sent combien de telles conversations sont fructueuses ; aussi m'ont-elles été d'un grand secours pour compléter mon travail : je le communiquai depuis à M. de Prony, qui, après l'avoir examiné, voulut bien m'inviter à le mettre en ordre et à le rendre public ; et en cela je consultai autant la reconnoissance que le desir de mettre encore plus à la portée des commençants et des artistes un traité dans lequel les premiers iront puiser le goût de la belle géométrie, et les seconds des méthodes intéressantes et par la manière dont elles sont exposées, et par les applications dont elles sont susceptibles.

---

*Nota.* Les numéros qu'on trouve en marge sont ceux des articles auxquels ces notes correspondent.







# ÉCLAIRCISSEMENTS

## SUR LES NOTIONS PRÉLIMINAIRES

### DE LA MÉCANIQUE.

$XM'' = 2M''R$ . Démonstration de cette égalité : l'arc  $MM'M''$  peut être considéré comme un arc de cercle ; et les deux portions  $MM'$ ,  $M'M''$ , ne différant entre elles que d'une quantité négligeable par rapport à chacune, le point  $M'$  peut être censé diviser l'arc  $MM'M''$  en deux parties égales : donc la tangente rigoureuse  $TM'R$  au point  $M'$  est parallèle à la corde  $MSM''$  ; donc  $M'S = RM''$  ; mais les triangles semblables  $MM'S$ ,  $MXM''$ , dans lesquels on a, par construction,  $MX = 2MM'$ , donnent par conséquent  $XM'' = 2M'S$  ou  $XM'' = 2M''R$ .

26

(Pour la note)  
Fig. 197.

M. de Prony m'a fourni postérieurement un raisonnement beaucoup plus simple que celui de M. d'Alembert ; le voici :

37

(Pour la note)

Supposons que le corps  $M$  soit divisé en un nombre entier  $\delta$  de parties égales  $K$ , on aura  $M = \delta K$  : la masse  $K$  sera contenue un certain nombre entier de fois  $\gamma$  dans la masse  $m$  avec un reste  $\psi$  ; au moyen de quoi on aura  $m = \gamma K + \psi$ . Le reste  $\psi$  sera d'autant plus petit que la masse partielle  $K$  sera plus petite, ou que les nombres  $\delta$  et  $\gamma$  seront plus grands ; posant donc, au lieu de l'équation  $MV = mV$ , qu'on suppose avoir lieu, son identique  $V \times \delta K = v(\delta K + \psi)$ , on voit que si  $\psi$  étoit nul, la démonstration de l'article 37 s'appliquerait à l'équation  $V \times \delta K = v \times \gamma K$ , puisque les masses  $\delta K$  et  $\gamma K$  sont évidemment commensurables : mais le membre  $v \times (\gamma K + \psi)$  peut être supposé ne différer du membre  $v \times \gamma K$  que d'une quantité plus petite qu'aucune quantité donnée, en diminuant convenablement  $K$  dont la grandeur est absolument arbitraire ; donc si le résultat de la démonstration de l'art. 37 n'étoit point applicable à l'équation  $V \times \delta K = v \times (\gamma K + \psi)$ , on pourroit toujours supposer que cela tient à une quantité plus petite qu'aucune quantité donnée : donc, par la théorie des limites, ce résultat est réellement applicable à cette équation.

## ÉCLAIRCISSEMENTS

### SUR LA STATIQUE.

Les équations qui expriment les conditions de l'équilibre, relativement au mouvement progressif et au mouvement de rotation, peuvent avoir lieu séparément ou simultanément : dans le premier cas il n'y aura pas de mouvement progressif, mais seulement un mouvement de rotation ; et *vice versa*, si le contraire a lieu.

134

Si on a une ligne  $AF$  perpendiculaire à un plan  $AD$ , et une ligne  $XY$ , n°. 1, située comme on voudra par rapport au plan  $AD$  et à la ligne  $AF$ , il

151

A ij



sera toujours possible de mener une perpendiculaire commune à ces deux lignes.

Fig. 36,  
planche 3.

Pour le démontrer, imaginons qu'on fasse passer par XY, n°. 1, un plan GK perpendiculaire sur AD, n°. 2, qu'il rencontrera suivant XY, et que du point A on mène une perpendiculaire Aa sur cette intersection; si par les lignes Aa et AF on fait passer un plan, il est évident qu'il coupera celui GK, n°. 1, suivant une ligne da, n°. 1, parallèle à AF, et que toute ligne menée de AF à da, parallèlement à Aa, n°. 2, sera perpendiculaire sur AF et sur le plan GK: donc celle menée du point a, n°. 1, sur AF suivant cette condition, sera perpendiculaire sur AF et XY, n°. 1, puisque cette ligne XY se trouve dans le plan GK.

156  
(2<sup>e</sup> partie de  
de l'art.).

Chaque moteur est multiplié par le sinus de l'angle que forme sa direction avec les trois axes ou leurs parallèles; produits qui ne sont autre chose que la décomposition de ces moteurs perpendiculairement à ces trois axes ou à leurs parallèles: or si on imagine que le système des deux lignes Aa et ad (n°. 2 et 1, Fig. 36) tourne autour de l'axe AF jusqu'à ce que la ligne Aa se confonde avec la ligne AC ou le plan FC, alors les composantes perpendiculaires  $Mm \sin. \delta$  de l'art. (152) deviendront les lignes ab (Fig. 38, n°. 1), et les distances Aa (Fig. 36, n°. 2) deviendront celles aa' (Fig. 38, n°. 2).

On peut envisager ceci sous un autre point de vue, qui est encore plus simple, et qui consiste à regarder le moteur qui agit dans la direction XY, n°. 1, comme exerçant son action au point d'intersection de la ligne XY, n°. 1, et du plan FC, n°. 3: alors la composante  $Mm \sin. \delta$  aura immédiatement sa direction perpendiculaire au plan FC.

160  
(Fig. 198).

Soient AF l'axe des z perpendiculaire sur le plan de la Planche; XY, X''Y'' les directions primitives des moteurs; Aa, Aa'' les perpendiculaires p et p' sur l'axe AF et les directions des moteurs; X'Y', X'''Y''' les directions variées; Aa', Aa''' les analogues de p et p'; les deux triangles semblables Aaa', Aa''a''' donneront

$$Aa(p) : Aa''(p') :: Aa' : Aa''', \text{ d'où l'on tire } \frac{p}{p'} = \frac{Aa'}{Aa'''}$$

186  
(Fig. 199).

Soient deux corps P et Q; G et G' leurs centres de gravité; AB une ligne dont on cherche la distance au centre de gravité commun des deux corps, que je suppose en G''; faisant  $CG'' = a$ , on aura l'équation  $a = \frac{GC \cdot P - G'C \cdot Q}{P + Q}$ ; je donne à G'C le signe négatif, parceque les lignes CG et G'C sont dirigés en sens contraire: supposant, pour plus de simplicité, que  $CG''$  devienne = 0, l'équation se transformera en celle-ci  $GC \cdot P = G'C \cdot Q$ ; d'où  $P : Q :: G'C : GC$ ; et divisant par  $\phi$  les poids P et Q, mas. P : mas. Q :: G'C : GC.

209

Faisant les multiplications indiquées et réduisant, l'expression de la distance du centre de gravité se change en celle-ci:  $\frac{\frac{1}{8}(7a^2x + 6a^3 - 3ax^2)}{a(3a - x)}$ . Pour avoir les facteurs du numérateur je pose l'équation  $x^2 - \frac{7}{3}ax - 2a^2 = 0$ , laquelle résolue donne  $x = 3a$ ; divisant l'équation par  $x - 3a$ , je trouve



pour l'autre facteur,  $a(2a + 3x)$  : donc on a distance  $= \frac{\frac{1}{8}(3a - x)(2a + 3x)a}{a(3a - x)}$   
 $= \frac{2a + 3x}{8}$ .

Trouver la valeur des angles  $\psi$ ,  $\sigma$ , et de  $M$ .

260

Divisant la première équation par la seconde, on aura  $\frac{M \cdot \cos. \sigma \times \sin. \psi}{M \cdot \cos. \sigma \times \cos. \psi} = \frac{b}{a} =$   
 tang.  $\psi$ . La première donne  $\cos. \psi = \frac{-a}{M \cdot \cos. \sigma}$  ; d'où  $1 - \sin^2. \psi = \frac{a^2}{M^2 \cdot \cos^2. \sigma}$  ,  
 et  $\sin^2. \psi = \frac{M^2 \cos^2. \sigma - a^2}{M^2 \cdot \cos^2. \sigma}$  ; mais ( deuxième équation )  $M \cdot \cos. \sigma = \frac{-b}{\sin. \psi}$  ; donc

$\sin^2. \psi = \frac{\frac{b^2}{\sin^2. \psi} - a^2}{\frac{b^2}{\sin^2. \psi}}$  , et  $\sin. \psi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ . La seconde équation donne  $\cos.$

$\sigma = \frac{-b}{M \cdot \sin. \psi}$  ; donc  $1 - \sin^2. \sigma = \frac{b^2}{M^2 \cdot \sin^2. \psi} = \frac{b^2(b^2 + a^2)}{M^2 b^2}$  , et  $\sin^2. \sigma = \dots$  ]

$\frac{M^2 - b^2 - a^2}{M^2} = \frac{\frac{c^2}{\sin^2. \sigma} - b^2 - a^2}{\frac{c^2}{\sin^2. \sigma}}$  ; réduisant , on a  $\sin. \sigma = \frac{c}{\sqrt{c^2 + b^2 + a^2}}$ .

La valeur de  $M$  est aisée à trouver , il n'y a qu'à substituer la valeur de  $\sin. \sigma$  dans la troisième équation.

L'angle  $f$  représente celui  $qpp'$  , et l'angle  $k$  celui  $rpp'$  : on a donc , à cause de l'équilibre ,  $pp' : pq :: \sin. rpq : \sin. rpp' :: \sin. (p'pq - p'pr) : \sin. rpp' :: \sin. (f - k) : \sin. k$  : donc , en faisant  $pp' = p$  ,  $pq = q$  , on a  $p \sin. k = q \sin. (f - k)$ .

267  
( art. 4 ) ,  
( Fig. 200 )

En effet on a vu art. ( 256 ) que , dans le cas de l'équilibre , les projections des moteurs  $PQ$  , n°. 1 , sur l'axe  $AX$  étoient égales à zéro , et qu'il en étoit de même de celles sur l'axe  $AY$ . Ainsi , quand un système funiculaire , en équilibre dans l'espace , est projeté sur un plan , il faut nécessairement que cette projection soit en équilibre , puisque nous venons de voir que , dans ce cas , les sommes des composantes parallèles aux axes  $AX$  ,  $AY$  , étoient chacune égale à zéro : condition d'équilibre entre des moteurs qui agissent dans un même plan.

269

$$\frac{\mu'' \cdot \sin. \delta''}{\sin. \phi''} = \frac{\mu' \cdot \sin. \delta'}{\sin. \phi'} + d \left( \frac{\mu' \cdot \sin. \delta'}{\sin. \phi'} \right).$$

274

Cette expression est susceptible de développements qui peuvent être utiles aux commençants.

$$\frac{\mu'' \cdot \sin. \delta''}{\sin. \phi''} = \frac{(\mu' + d\mu') \times \sin. (\delta' + d\delta')}{\sin. (\phi' + d\phi')} = \mu' \cdot \left( \frac{\sin. \delta' \cdot \cos. d\delta' + \cos. \delta' \cdot \sin. d\delta'}{\sin. \phi' \cdot \cos. d\phi' + \sin. d\phi' \cdot \cos. \phi'} \right) +$$

$$d\mu' \cdot \left( \frac{\sin. \delta' \cdot \cos. d\delta' + \cos. \delta' \cdot \sin. d\delta'}{\sin. d\phi' \cos. \phi' + \sin. \phi' \cos. d\phi'} \right) = \frac{\mu' \cdot \sin. \delta' + \mu' \cdot \cos. \delta' \cdot \sin. d\delta' + d\mu' \sin. \delta'}{\sin. \phi' + \sin. d\phi' \cos. \phi'}$$

en négligeant au numérateur les termes du deuxième ordre , et faisant attention que  $\cos. d\delta' = 1$  ; multipliant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par  $\sin. \phi' - \sin. d\phi' \cos. \phi'$  , négligeant au numérateur les quantités du troisième ordre , avec la condition que  $\phi'$  est du premier ordre et que  $d\phi'$  est du second ; enfin faisant attention que  $\sin^2. d\phi' = 1 - \cos^2. d\phi'$  il vient



$$\frac{\mu'' \sin. \delta''}{\sin. \phi''} = \frac{\mu' \sin. \delta' \cdot \sin. \phi' + \mu' \cos. \delta' d\delta' \cdot \sin. \phi' + d\mu' \sin. \delta' \cdot \sin. \phi' - \mu' \sin. \delta' \cdot \cos. \phi' d\phi'}{\sin^2. \phi' - (1 - \cos^2. d\phi') \cos^2. \phi'};$$

mais, comme  $\cos^2. d\phi' = 1$ , on a  $(1 - \cos^2. d\phi') \cdot \cos^2. \phi' = 0$ , ce qui réduit l'équation à

$$\frac{\mu'' \sin. \delta''}{\sin. \phi''} = \frac{\mu' \sin. \delta'}{\sin. \phi'} + \frac{(\mu' \cos. \delta' d\delta' + d\mu' \sin. \delta') \cdot \sin. \phi' - \mu' \sin. \delta' \cdot \cos. \phi' d\phi'}{\sin^2. \phi'};$$

le deuxième terme du second membre est la différentielle exacte du premier terme du même membre, ce qui donne, comme dans le texte,

$$\frac{\mu'' \sin. \delta''}{\sin. \phi''} = \frac{\mu' \sin. \delta'}{\sin. \phi'} + d\left(\frac{\mu' \sin. \delta'}{\sin. \phi'}\right);$$

278

Intégrer la formule  $dy' = \frac{\pm B dx'}{\sqrt{(x'x' + 2Bx')}}.$

On commencera par ramener le second membre à la forme  $\frac{dx}{\sqrt{(xx + aa)}}$ , qui est la troisième de celles qu'on trouve dans le premier volume des Leçons de M. Cousin, laquelle a pour intégrale  $y = \log. [x + \sqrt{(x^2 + a^2)}] + \log. C$ . Pour y parvenir, on fera  $x' = y - B$ ; d'où  $dx' = dy$ ,  $x'x' = y^2 - 2By + B^2$  et  $x'x' + 2Bx' = y^2 - B^2$ ; substituant, on aura  $\int \frac{\pm B dx'}{\sqrt{(x'x' + 2Bx')}} = \int \frac{\pm B dy}{\sqrt{(y^2 - B^2)}}$  (Quoique  $B^2$  n'ait pas ici le même signe que  $a^2$ , néanmoins l'intégrale de la première formule sera aussi celle de la seconde, en y substituant  $-B^2$  au lieu de  $a^2$ . Tout ceci est clair quand on fait attention qu'en différentiant, les variations ne portent point sur les termes constants). En comparant, on a  $\int \frac{\pm B dy}{\sqrt{(y^2 - B^2)}} = \pm B \cdot \log. [y + \sqrt{(y^2 - B^2)}] + \log. C$ ; donc  $\int \frac{\pm B dx'}{\sqrt{(x'x' + 2Bx')}} = \pm B \cdot \log. [x' + B + \sqrt{(x'x' + 2Bx')}] + \log. C$ ,

Autre manière d'intégrer la formule  $dy' = \frac{\pm B dx'}{\sqrt{[(x' + B)^2 - B^2]}}.$

On supposera  $x' + B = x$ , ce qui donnera l'équation  $dy' = \frac{\pm B dx}{\sqrt{(xx - B^2)}}$ , dont le second membre deviendra rationnel en faisant  $\sqrt{(xx - B^2)} = (x - B)z$ ; et alors on aura pour intégrale,  $y' = \pm B \log. \left[ \frac{x' + B + \sqrt{(x'x' + 2Bx')}}{B} \right] + \log. C$ .

Il suffira d'un peu de réflexion pour se convaincre que ces deux intégrales, quoique différentes au premier coup-d'œil, sont cependant les mêmes; car la seconde peut se transformer en celle-ci,  $y' = \pm B \log. [x' + B + \sqrt{(x'x' + 2Bx')}] + \log. \frac{C}{B}$ : or la détermination de la constante dépendant des deux termes  $y'$  et  $B \log. [etc.]$ , qui sont les mêmes dans les deux intégrales, cette constante sera nécessairement la même dans l'une et l'autre.

298

Dans le levier du premier genre, on a  $y > b$ , et dans celui du second ou du troisième genre  $y < b$ ; donc, en mettant l'équation donnée sous cette forme, on verra aisément que le signe  $+$  satisfait à la première condition, et le signe  $-$  à la seconde.

317.

Les charges  $P$  et  $P'$  des tourillons ne paroissent pas dans l'équation [3].



parcequ'étant perpendiculaires à la circonférence du cylindre, elles ne peuvent produire aucune rotation autour de  $CC'''$ .

Tout ce que l'auteur dit ici dérive de cette considération, que, lorsqu'il n'y a qu'un point de contact, ce point doit être le centre d'équilibre; que, lorsqu'il y en a deux, l'un et l'autre devant participer également de cette propriété, ce centre ne doit pas tomber sur l'un plutôt que sur l'autre, mais entre les deux. On raisonnera de la même manière sur un plus grand nombre de points.

Soit  $T't'$  le poids de  $I'O'oi = \Delta M'$ ;  $T'P$  et  $T'P'$  représenteront sa pression sur les côtés  $I'O'$ ,  $io$ . Menons la verticale  $Z'Z$  et l'horizontale  $Zt$ , faisant le rayon  $Z'Z = 1$  et l'angle  $ZZ'T = \varepsilon$ , on aura  $ZT = \text{tang. } \varepsilon$ ,  $Tt = \Delta \cdot \text{tang. } \varepsilon$ ,  $Z'T = \sec. \varepsilon$  et  $Z't = \sec. (\varepsilon + \Delta\varepsilon)$ : actuellement, si on suppose  $T't' = Tt$ , les triangles semblables  $TZ't$ ,  $T'Pl'$  donneront  $T'P = T'Z' = \sec. \varepsilon$ , et  $t'P = tZ' = \sec. (\varepsilon + \Delta\varepsilon)$ . Il suit de là que la portion de coin qui reposeroit sur la face  $oi$  exerceroit sur celle  $oi$  une pression représentée par  $tZ' = \sec. (\varepsilon + \Delta\varepsilon)$ : donc, etc.

Dans le premier cas, la fonction  $m$  est supposé donnée en  $x$ ,  $y$  et constantes, et par conséquent  $A$ , puisque  $A = \int dm$ ; l'intégrale étant prise depuis les naissances jusques au sommet; mais  $\text{tang. } a$  est arbitraire et doit être déterminé par quelque condition. Dans le second cas, la fonction  $\frac{dx}{dy}$  et par conséquent  $\text{tang. } a$  sont donnés de la même manière; mais c'est alors  $A$  qui doit être donné d'avance ou déterminé par quelque condition. Dans le troisieme cas, la fonction  $z$  ne laisse aucune condition arbitraire; car si  $z$  est donné d'avance en  $x$ ,  $y$  et constantes,  $A$  et  $\text{tang. } a$  seront donnés par là, en effet on pourra éliminer  $\frac{A}{\text{tang. } a}$  de l'équation [4]; car l'équation  $zds + \frac{1}{2}z^2d\varepsilon = \frac{\frac{1}{2}A d \text{ tang. } \varepsilon}{\text{tang. } a}$  (364) donne  $2 \int \text{tang. } \varepsilon (zds + \frac{1}{2}z^2d\varepsilon) = \frac{A}{\text{tang. } a}$ : or  $z$  et  $\varepsilon$  sont, par hypothese, donnés en  $x$ ,  $y$  et constantes.

Trouver l'expression  $\frac{\frac{1}{2}A}{\text{tang. } a}$ .

Pour cela reprenons la valeur de l'effort perpendiculaire sur un joint, donnée art. (139), laquelle est  $= \frac{M \sin. I'CD'}{\sin. (CI'D' + BID)}$ . Or les angles  $CI'D'$  et  $BID$  de la Fig. (101) sont les angles  $a$  et  $\varepsilon$  de la Fig. (103); faisant donc  $M = m$ , et substituant  $\cos. a$  pour  $\sin. I'CD'$  et  $\sin. (a + \varepsilon)$  à la place de  $\sin. (CI'D' + BID)$ , on aura, pour exprimer la pression contre un voussoir quelconque,  $\frac{m \cos. a}{\sin. (a + \varepsilon)}$ . A la clef on a  $m = \frac{1}{2}A$ ,  $\varepsilon = 0$ , et la pression devient  $\frac{\frac{1}{2}A}{\text{tang. } a}$ ; c'est la valeur annoncée. Aux naissances, c'est-à-dire lorsque  $I'O'$  (Fig. 103) tombe sur  $IO$ , on a  $m = A$ ,  $\varepsilon = a$ ; et la pression devient  $\frac{A \cos. a}{\sin. 2a} = \frac{A \cos. a}{2 \sin. a \cdot \cos. a} = \frac{\frac{1}{2}A}{\sin. a}$ ; c'est ce qu'on trouve en divisant par  $d$  l'équation [1] de l'art. (361).

Jusqu'ici nous n'avons donné que la pression sur la surface totale d'un joint de lit, ou plutôt une quantité proportionnelle à cette pression: nous



allons actuellement rechercher celle qui a lieu sur l'unité de mesure de cette surface.

Soit, pour les voûtes en berceaux, telles que les arches des ponts,  $D$  la distance d'une tête à l'autre,  $j$  la longueur de coupe d'un joint quelconque, et  $\pi$  la pesanteur spécifique de la matière dont la voûte est composée; le poids absolu que supportera la surface totale d'un joint de lit compté d'une tête à l'autre aura pour valeur, en livres,  $D \times \frac{m \cos. a}{\sin. (a + \varepsilon)} \times \pi$ , et la pression sur l'unité, à laquelle on rapportera la mesure de cette surface, sera  $\frac{\pi}{j} \times \frac{m \cos. a}{\sin. (a + \varepsilon)}$ . Aux naissances cette expression devient, en nommant  $j'$  la longueur du joint,  $\frac{\pi}{j'} \times \frac{A \cos. a}{\sin. (2a)} = \frac{\pi}{j'} \times \frac{\frac{1}{2}A}{\sin. a}$ . A la clef cette expression devient, en nommant  $j''$  la longueur de coupe,  $\frac{\pi}{j''} \times \frac{\frac{1}{2}A \cos. a}{\sin. a}$  ou  $\frac{\pi}{j''} \times \frac{\frac{1}{2}A}{\tan. a}$ .

Rien dans ces expressions ne déterminant le rapport de  $j'$  à  $j''$ , il est évident qu'on peut avoir  $j' \sin. a > j'' \tan. a$ , ou  $j' \sin. a < j'' \tan. a$ . Dans le premier cas, la pression sera plus petite aux naissances; dans le second cas elle sera plus grande; mais, dans la pratique, c'est le dernier qui est le plus ordinaire.

Exemple tiré du pont de Neuilly.

On a formé la Table suivante, composée de six colonnes: l'angle qui se trouve en tête de la seconde est celui que nous avons fait  $= a$ . Les suivants sont les angles variables  $\varepsilon$ ; ainsi  $(a + \varepsilon)$ , pour un joint déterminé, est la somme du premier angle et de celui des suivants qui répond à ce joint. La quatrième colonne renferme les valeurs de  $\frac{m \cos. a}{\sin. (a + \varepsilon)}$ . La cinquième, celles de  $j$ ,  $j'$ ,  $j''$ , etc. Enfin la sixième, celles de  $\frac{\pi}{j} \times \frac{m \cos. a}{\sin. (a + \varepsilon)}$ .

1	2	3	4	5	6
Distance de l'origine de la courbe à la verticale passant à l'extrémité et au bas du joint dont on calcule la pression.	Valeur de l'angle $\alpha$ formé par la verticale et le joint.	Surface en pieds carrés du profil de la partie supérieure de la voûte.	Surface représentant la pression exercée par la partie supérieure de la voûte.	Longueur du joint pour lequel la pression est calculée.	Poids équivalant à la pression d'un pied carré sur chaque joint.
4 <sup>p.</sup> 9 <sup>po.</sup>	51° 53'	1319 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	833	7 <sup>p.</sup>	19992
8	40 55	1198	740	6	20720
12	33 10	1109	687	6	19236
16	26 50	1036	652	6	18256
20	21 58	977	628	6	17584
24	18 30	924	606	6	16968
28	15 10	883	592	6	16576
32	12 30	846	579	6	16212
36	10 45	813	565	6	15820
40	8 15	784	559	6	15652
44	5 50	757	554	5 10 <sup>po.</sup>	16066
48	4 30	733	544	5 5	16320
52	2 50	708	537	5 2 6 <sup>l.</sup>	17184
56	1 30	684	527	5	17918
60	0	660	518	5	17612



On a  $A = \frac{dx'}{dy'}$  (\*)  $F : (x', y') = \text{tang. } a F : (x', y')$ ; d'où  $F : (x', y') = \frac{A}{\text{tang. } a}$ . L'équation de la courbe donne  $x' = F : (e, f, y')$ ; substituant pour  $x'$  cette valeur dans celle de  $h$  et dans  $F : (x', y')$ , il n'y aura plus que  $y'$  d'inconnue; dégageant  $y'$  de cette dernière équation et la reportant dans  $h$ , on aura  $h$  en  $A$ ,  $\text{tang. } a$ ,  $e$  et  $f$ .

## É C L A I R C I S S E M E N T S

### S U R L A D Y N A M I Q U E .

Voici une énonciation du principe général proposée par M. de Prony, qui paroît lui donner le sens le plus étendu dont il soit susceptible. 382

Si des causes quelconques produisent un changement dans l'état actuel de mouvement ou de repos de plusieurs corps, concevez la variation de mouvement que chaque corps éprouveroit dans l'instant suivant, s'il devenoit libre, ou s'il continuoit de l'être dans le cas où il l'auroit été précédemment, comme décomposée en deux autres, dont l'une soit celle qu'il éprouvera réellement après le changement; la seconde doit être telle que, si les causes perturbatrices ne tendoient qu'à produire cette seconde variation, l'état de repos ou de mouvement des corps ne changeroit point.

Chacune des trois vitesses a lieu comme si la résultante qui la produit passoit par le centre de gravité; car on a vu, art.(398) que, soit que la résultante des quantités de mouvement passe ou non par le centre de gravité, la vitesse de ce centre étoit toujours la même. 391

Pour éclaircir la remarque qui est après l'énoncé du théorème, soient NQM la section d'un corps par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation AB, supposé vu en perspective et passant par le point C; G le centre de gravité de ce corps; MN la rencontre de la section NQM avec un plan passant par l'axe de rotation et le centre de gravité;  $kpl o$  la rencontre du même plan NQM avec les molécules du corps qu'on pourroit concevoir être contenues dans une enveloppe cylindrique qui traverseroit tout ce corps parallèlement à l'axe AB. On pourra supposer toutes les molécules matérielles qui forment cette enveloppe répandues et fixées sur la couronne  $kpl o$ , et les moteurs qui les animent conservant des directions parallèles aux premières, puisqu'après cette transformation on aura toujours même quantité de mouvement, et conséquemment même effort contre le plan MN. Or si, à la place de toutes les molécules et des moteurs qui les animent, on fixoit à un point quelconque de la couronne un seul corps égal à leur somme, et un moteur unique qui équivalût à tous, on voit aisément qu'il faudroit appliquer à la circonférence la même force pour faire équilibre à chacune des deux quantités de mouvement. De cette considération il suit qu'on pourra supposer aux moteurs des directions perpendiculaires sur MN. 392 (Fig. 203).

(\*)  $F : (x', y')$  signifie fonction de  $x$  et  $y$ .



398 Il faut remarquer que la pression dont il est ici question agit dans le plan même de la courbe.

399 (Fig. 203). Des deux actions perpendiculaires à la courbe, et qui résultent de la décomposition des puissances parallèles à l'axe des  $y$  et à celui des  $x$ , la première tend à rapprocher le corps de la courbe, et la seconde à l'éloigner; ce qui a lieu dans le cas où les puissances sont positives. On se rendra aisément compte de tout ceci en considérant que si un corps est retenu sur la courbe  $ab$  en vertu d'une action normale qui agiroit dans le sens  $nM$ , les directions  $AP$ ,  $Ap$ , ou leurs parallèles  $pM$  et  $PM$  étant positives, cette pression normale, décomposée parallèlement à  $Ap$ , agira dans le sens négatif  $MP$ , et que, parallèlement à  $AP$ , elle agira dans le sens positif  $pM$ . Si, au lieu de passer de la résultante dans le sens  $nM$ , aux composantes dans le sens  $pM$  et  $MP$ , on faisoit l'inverse, il est évident par ce qui précède que cette résultante se trouveroit composée de deux parties soustractives l'une de l'autre: alors, si on suppose que  $Nn$  est la direction positive, et que le corps exerce, en vertu de sa vitesse, une pression dans le sens  $Nn$ , cette pression et celle due aux puissances parallèles à  $PM$  seront positives, tandis que la pression due aux puissances parallèles à  $pM$ , qui s'exerce dans le sens  $nN$ , sera négative. C'est l'hypothèse de l'art. (399).

427 (Fig. 204). Trouver l'expression de la vitesse acquise et celle de la vitesse angulaire du centre d'oscillation.

La vitesse  $u$ , acquise depuis  $G$ , qu'on suppose être le centre d'oscillation jusqu'en  $g$ , est, art. (413),  $= \sqrt{2\phi(BP - Bp)} = \sqrt{2\phi \times Pp}$ . Si on suppose  $AG' = 1$ , les arcs pris sur  $GB$  représenteront les vitesses absolues, et les arcs de même valeur angulaire que les précédents, mais pris sur  $G'B'$ , représenteront les vitesses angulaires. Faisant donc  $G'AB' = f$ ,  $g'AB' = \omega$ , on aura  $P'p' = \cos. \omega - \cos. f$ ; et la proportion  $Pp : P'p' (\cos. \omega - \cos. f) :: AP : AP' :: AG \left( \frac{n^2 + a^2}{a} \right) : AG'(1)$ , donnera  $Pp = \frac{n^2 + a^2}{a} \times (\cos. \omega - \cos. f)$ ; substituant cette valeur dans celle de  $u$ , on aura  $u = \sqrt{\left[ \frac{(n^2 + a^2) 2\phi}{a} (\cos. \omega - \cos. f) \right]}$ . Or ayant la vitesse absolue, ou l'arc qui seroit, en vertu de cette vitesse, parcouru uniformément sur  $GB$ , pour avoir l'arc correspondant de  $G'B'$ , il faut dire, en supposant que  $Gg$  soit cet arc,

$$AG : Gg :: AG' : G'g' = \frac{Gg}{AG} = \sqrt{\left[ \frac{2\phi \cdot a}{n^2 + a^2} (\cos. \omega - \cos. f) \right]}.$$

447 On peut faire sur l'équation  $\omega = \rho dt$  deux suppositions qui serviront à la vérifier. Soit  $\rho = \infty$ ; on aura, pour  $\rho dt$  et conséquemment pour  $\omega$ , une valeur finie; c'est ce qu'on démontre en mécanique. Soit  $\rho = \frac{1}{\infty}$ , d'où  $\rho dt = \omega = \frac{1}{\infty} = 0$ ; donc le corps choquant ne perdra point de sa vitesse; ce qui doit arriver, puisque, dans cette hypothèse, le corps choqué est incapable de résistance.

483 Pour se convaincre que  $\int \sigma dz$  peut être supposé égal à une fonction de  $z$



avec des constantes, il ne faut que jeter les yeux sur l'application donnée art. (474).

Il faut faire attention que  $dx$ , qui est un accroissement pour le premier arc, est un décroissement pour le second. 483

On se rappellera les définitions que nous avons données plus haut des vitesses absolue et angulaire. 486

Il est clair qu'un corps qui tombe ne peut jamais se soustraire à l'action de la gravité. 495

Tout ce qu'on trouve dans ce numéro est une traduction de l'équation  $fut = f'u't'$  donnée art. (494). 503

## ÉCLAIRCISSEMENTS

### SUR L'HYDROSTATIQUE.

M. de Prony cite des expériences de l'abbé Nollet et de M. du Luc propres à faire connoître le poids de l'eau à différentes températures. Il m'a dit que, depuis la publication de son ouvrage, il avoit lu dans les Transactions Philosophiques de la Société royale de Londres, vol. LXXX, pour l'année 1790, deuxième partie, pag. 321, un mémoire de Charles Blagden contenant, sur le même objet, et sur le mélange de l'eau avec l'esprit de vin, des expériences très détaillées et faites avec beaucoup de soin, et des tables de leurs résultats. Ce que dit M. de Prony dans la note est plus que suffisant pour son objet. Nous ne citons le mémoire de Blagden qu'en faveur de ceux qui auroient la curiosité de faire une étude plus détaillée de cette matière. 526 (Pour la note).

$$S : MM' m' m (dx dy) :: 1 : \sin. \sigma.$$

Soit AM le profil d'une surface projetée sur une autre surface dont le profil soit AB, ces profils étant perpendiculaires à la ligne d'intersection passant par A. Menons la perpendiculaire PM à AB, la ligne MA sera à la projection AP comme le rayon est au sinus de AMP; mais MB étant perpendiculaire à AM, l'angle MBA égal à l'angle AMP, comme complément du même angle PMB, représentera l'angle  $\sigma$ ; donc 531 (Fig. 205).

$$MA : AP :: 1 : \sin. \sigma.$$

Or on peut concevoir une infinité de sections pareilles infiniment près l'une de l'autre : d'où on conclura que les surfaces elles-mêmes sont dans le rapport de la somme des sections AM à la somme des projections AP.

Pour bien sentir que le corps (n°. 1) sera dans un équilibre absolu par rapport aux trois plans coordonnés, il faut voir la pression verticale, qui agit sur chaque élément, décomposée en trois pressions parallèles aux trois axes AX, AY et AZ, ou, ce qui est la même chose, perpendiculaires B ij Ibid.



aux trois plans coordonnés ; considérer ensuite six éléments , deux dans la direction de la pression perpendiculaire au plan des  $(x, y)$  ; deux dans la direction de la pression perpendiculaire au plan des  $(x, z)$  ; enfin deux dans la direction de celle perpendiculaire au plan des  $(y, z)$ . Cette préparation faite , on démontrera , par les principes exposés dans la statique , que deux pressions opposées sont égales : d'où il résultera que le corps est dans un repos absolu par rapport aux trois plans coordonnés.

540 M. de Prony m'a fourni les développements suivants sur la propriété (Fig. 200 bis). que doit avoir l'expression  $pdx + p'dy + p''dz$  d'être intégrable par elle-même pour qu'il y ait équilibre.

Il faut d'abord observer que lorsque toutes les molécules d'un fluide sont supposées en équilibre , un canal fluide quelconque , rentrant en lui-même , qu'on peut concevoir dans la masse totale , est en équilibre par lui-même indépendamment du reste du fluide ; c'est-à-dire que si la partie du fluide qui environne ce canal devenoit tout à coup solide , le canal ne cesseroit point d'être en équilibre ; en effet , les puissances qui animent les molécules ne subissant aucune altération , la nouvelle paroi du canal fluide éprouvera précisément la même pression qui s'exerçoit contre elle , avant qu'elle appartint à un corps solide , et il n'y aura rien de changé aux différentes réactions qui doivent en résulter sur les molécules du canal ; ainsi les molécules resteront dans le même état avant et après la solidification du reste du fluide.

Cela posé , soient ZAX et YAX deux plans perpendiculaires l'un sur l'autre ; KFMG la projection orthogonale d'un canal fluide , infiniment mince , rentrant en lui-même , et faisant partie d'une masse fluide quelconque aussi en équilibre ; K'F'QG' la projection orthogonale du même canal sur le même plan ZAX ; menons les coordonnées AP,  $x$  ; PM,  $y$  ; PQ,  $z$  ; au point représenté par M ou Q , et les coordonnées infiniment près PQ,  $pq$ . On voit que les puissances qui sollicitent la molécule Mm , parallèlement à AX, AY, AZ , sont respectivement  $p$  ,  $p'$  et  $p''$  : nommons  $s$  une longueur finie du canal , telle que celle projetée en GM,  $ds$  sera la longueur élémentaire projetée en Mm et Qq. A étant une constante , et la section transversale du canal étant supposée la même par-tout ,  $A\delta ds$  pourra représenter la masse de la molécule projetée en Mm. Maintenant , si on veut décomposer la puissance  $p$  dans le sens de l'élément  $ds$  du canal , il faut faire la proportion

$$ds : Pp :: p : \text{la valeur cherchée} = \frac{p dx}{ds} ;$$

et pour avoir l'effort absolu qui en résulte dans le même sens , il faut multiplier  $\frac{p dx}{ds}$  par la masse  $A\delta ds$  , et on aura  $A\delta p dx$  , valeur de l'effort que fait la molécule projetée en Mm pour s'échapper le long du canal en vertu de la puissance  $p$ .

On trouvera de la même manière que les efforts analogues produits en vertu de  $p'$  et  $p''$  sont  $A\delta p'dy$  ,  $A\delta p''dz$  : ainsi l'effort total que fait la molécule projetée en Mm pour s'échapper dans le sens du canal est représenté par

$$A\delta (pdx + p'dy + p''dz) ;$$



et l'effort total d'une partie finie du canal, telle que celle projetée en GMF, sera

$$A \int \delta (p dx + p' dy + p'' dz),$$

l'intégrale prise dans les limites convenables, c'est-à-dire depuis le point projeté en G jusqu'au point projeté en F.

Les quantités  $\delta$ ,  $p$ ,  $p'$ ,  $p''$ , sont censées fonctions de  $x$ ,  $y$  et  $z$ ; ainsi l'expression  $\delta (p dx + p' dy + p'' dz)$  pourra toujours se ramener à une forme qui ne contienne que des  $x$ ,  $y$  et  $z$ , et des constantes. Dans cet état, si on avoit les deux équations des deux courbes de projection KFMG, K'F'QG', on pourroit, par leur moyen, éliminer de  $\delta (p dx + p' dy + p'' dz)$  deux indéterminées et leurs différentielles, et il ne resteroit à intégrer qu'une fonction à une seule variable. Mais observons que ce que avons dit du canal projeté en KFMG peut se dire d'un autre canal dont la projection seroit KFM'G, et qui auroit la partie GKF commune avec le premier. Donc les pressions qui s'exercent en F et G, en vertu de la partie du canal invariable GKF et qui font toujours équilibre à une partie du canal GM'F aboutissante au même point, ces pressions, disons-nous, doivent toujours être les mêmes, quelle que soit la forme de la partie du canal GM'F; donc l'intégrale  $\int \delta (p dx + p' dy + p'' dz)$ , valeur de la pression totale GM'F ou de GKF qui lui fait équilibre, est égale à une quantité déterminée et constante, quelle que soit la forme de GM'F, et avec la seule condition que GM'F sera la continuation de la portion supposée invariable GKF. Or pour que cette propriété puisse avoir lieu, il faut nécessairement que  $\delta$ ,  $p$ ,  $p'$ ,  $p''$  soient des fonctions de  $x$ ,  $y$  et  $z$  telles que  $\delta (p dx + p' dy + p'' dz)$  soit une différentielle exacte indépendamment de toute forme particulière du canal, c'est-à-dire indépendamment de toute relation particulière entre  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

Soit CMC' un arc élémentaire de courbe dont le centre de courbure et d'attraction est en A; soit sur le prolongement du rayon AM une ligne Mr qui représente en direction et en quantité la puissance qui sollicite la molécule M; les deux composantes de Mr sont,  $rs$  parallèle à AX et  $sM$  perpendiculaire à AX. Faisant passer par  $sM$  un plan parallèle à celui ZAY, on trouvera dans ce plan deux composantes de  $sM$ , l'une  $st$ , parallèle à PQ, l'autre  $tM$ , parallèle à AZ; et les triangles semblables AMP,  $sMr$ , PQM,  $tMs$ , donneront les proportions suivantes:

$$AM(r) : Mr(\varphi) :: AP(x) : rs = \frac{\varphi x}{r},$$

$$AM(r) : Mr(\varphi) :: MP : Ms :: PQ(y) : st = \frac{\varphi y}{r},$$

$$r : \varphi :: MP : Ms :: QM(z) : tM = \frac{\varphi z}{r}.$$

On démontrera aisément que l'angle varié X'V'T vaut un angle droit plus l'angle ObT. Pour cela soit prolongé le rayon Ob jusqu'à ce qu'il rencontre la ligne X'Z' en un point V''; l'angle X'V''T sera droit et = XVT, et l'angle extérieur X'V'T sera = X'V''O + V'eV'' = XVT + ObT. On a vu dans le texte que  $be = \frac{1}{\infty}$ , qu'ainsi l'angle OeT = l'angle ObT, et angle V'eV'' = angle ObT.



550 Pour trouver la valeur de  $R'$  au moyen du nivellement réciproque, il faut poser les deux équations  $R' = \frac{a^2}{2z}$  et  $z = x - Mo = x - Ao'$ , prendre dans la table XI, qui se trouve à la fin du volume, les valeurs de  $x$  et de  $Mo = Ao$  correspondantes à une même distance  $a$ ; retrancher la seconde de la première, ce qui donne  $z$ . Calculant ensuite la première équation, on trouvera  $R' = 7R$  à très peu près.

551 On ne sera pas fâché de trouver ici une solution détaillée d'un problème qui m'a paru n'être pas très clairement exposé dans l'ouvrage de Lambert, cité plus haut. En voici l'énoncé : Trouver le rayon horizontal moyennant les réfractions astronomiques.

(sur la note)  
(Figure 207). Solution. Soit  $AH$  un rayon de lumière continué en  $h$ ,  $AG$  un rayon infiniment voisin du premier et pareillement continué en  $g$ ; soit l'angle  $hAC = \gamma$ , l'angle  $gAC$  sera  $= \gamma - d\gamma$ ; soit la réfraction astronomique pour le rayon  $AH = z$ ; celle pour le rayon  $AG$  qui s'approche plus du zénith, sera  $= z - dz$ . Du centre  $C$  de la terre menons la droite  $Cg$  de telle sorte que l'angle  $gCA = dg$ ; cette droite coupera le rayon  $Ag$  sous le même angle que la verticale  $AC$  coupe le rayon  $AH$ . En effet, comme angle extérieur,  $\phi gC = gAC + gCA = gAC + hAg = hAC$ . Ainsi un spectateur placé en  $g$  verroit un astre par le rayon  $gAG$ , aussi distant de son zénith que le spectateur en  $A$  en verroit un par le rayon  $AH$  du sien; ou plus clairement, pour le point  $g$ , le fil-à-plomb seroit dans la direction  $gC$  et la lunette dans la direction  $\phi g$ : on y verroit donc l'astre  $G$  sous l'angle  $\phi gC = K gG$ , lequel donne sa distance au zénith. Pour le point  $A$ , le fil-à-plomb iroit suivant  $AC$  et la lunette suivant  $hA$ : on y verroit donc l'astre  $H$  sous l'angle  $hAC = \phi gC$ , c'est-à-dire à la même distance du zénith pour ce point. Soit le rayon de courbure  $AE = gE$ , la réfraction que souffre un rayon de  $A$  en  $g$ , étant égale à la courbure de sa route depuis  $A$  jusqu'en  $g$ , comme cet arc de courbe se confond avec son arc osculateur, cette réfraction aura pour mesure l'angle  $AEg = \frac{Ag}{AE}$ . Ajoutant cette quantité à  $z - dz$ , qui représente la réfraction de l'astre  $G$  pour le point  $A$ , on aura sa réfraction totale  $= z - dz + \frac{Ag}{AE}$ . Nous avons vu plus haut que la distance apparente au zénith des deux astres, vus des points  $A$  et  $g$ , étoit la même: ainsi, faisant attention que cette distance est toujours la distance réelle moins la réfraction, nous aurons, pour exprimer cette condition, l'équation

$$\gamma - z + dz - \frac{Ag}{AE} = \gamma - z; \text{ d'où } dz = \frac{Ag}{AE} \text{ et } AE = \frac{Ag}{dz}. \text{ On a } Ag : AK :: 1 : \sin. K gA; \text{ d'où } Ag = AK \times \frac{1}{\sin. K gA}; AK = d\gamma; \frac{1}{\sin. K gA} = \frac{1}{\sin. \phi gC} = \frac{1}{\sin. \gamma} = \text{coséc. } \gamma; \text{ donc } Ag = d\gamma \cdot \text{coséc. } \gamma \text{ et } AE = \frac{d\gamma \cdot \text{coséc. } \gamma}{dz} = R'. \text{ Or, pour les réfractions horizontales, on a } \gamma = 90^\circ; \text{coséc. } \gamma = 1, \text{ et par conséquent } R' = \frac{d\gamma}{dz}.$$

De ce que les signes qui affectent les deux distances sont les mêmes, il



suit que les deux résultantes sont placées d'un même côté du plan ABCD, puisque c'est dans ce plan que se trouve l'origine des distances.

Lorsque le côté horizontal supérieur du parallélogramme est à la surface de l'eau,  $q = \frac{1}{2}b$ ; donc  $P = \pi q b \lambda = \frac{1}{2}\pi b^2 \lambda$ ; la distance de P à la surface supérieure est  $= \frac{2}{3}b$ ; donc sa distance à la surface inférieure est  $\frac{1}{3}b$ . Ainsi son énergie pour faire tourner le parallélogramme autour de sa base inférieure, est  $P \cdot \frac{1}{3}b = \frac{1}{3}\pi b^2 \lambda \times \frac{1}{3}b$ . La pression passant par un des points de la hauteur, sa distance au côté vertical est  $= \frac{1}{2}\lambda$ ; donc son énergie pour faire tourner le parallélogramme autour de ce côté est  $= P \times \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2}\pi \lambda b^2 \times \frac{1}{2}\lambda$ .

578

Pour avoir la valeur de Q, soient des points A et D menées sur le milieu de BG et CH les lignes AM' et DM''; soient prises sur ces lignes les parties  $AG' = \frac{2}{3}AM'$  et  $DG'' = \frac{2}{3}DM''$ ; les points G' et G'' seront les centres de gravité des triangles BAG, CHD; ainsi les distances du point A aux pieds des verticales abaissées des centres de gravité des trois parties

590  
(Fig. 10).

de la surface seront  $AX' = \frac{2}{3}AG$ ;  $AQ = AG + \frac{GH}{2}$ ;  $AX'' = AD - \frac{2}{3}DH$ ; donc on aura  $Q = BGHC \left( AG + \frac{GH}{2} \right) + \frac{AG \cdot BG}{2} \cdot \left( \frac{2}{3}AG \right) + \frac{HD \cdot CH}{2} \times \left( AD - \frac{2}{3}DH \right) = (AD - AG - HD) \times HC \left( AG + \frac{AD - AG - HD}{2} \right) + \frac{AG \cdot BG}{2} \times \left( \frac{2}{3}AG \right) + \frac{HD \cdot CH}{2} \times \left( AD - \frac{2}{3}HD \right) = (q - b' - b)h \left( b' + \frac{q - b' - b}{2} \right) + \frac{hb'}{2} \cdot \left( \frac{2}{3}b' \right) + \frac{hb}{2} \cdot \left( q - \frac{2}{3}b \right)$ .

Ce numéro présente une démonstration rigoureuse de ce qui a été dit art. (513). Il ne faut pas perdre de vue dans tout ce problème que l'angle  $\sigma$  et conséquemment la ligne BE ne seront connus que lorsque la nature des terres sera donnée; et alors on aura P, c'est-à-dire la poussée horizontale contre le mur ABCD pour chaque espece de terre.

606

L'équation  $D = 2 \sqrt{\frac{d}{\pi n l}}$  n'est autre chose que l'équation  $x = \frac{4(p - \pi v)}{\pi n z^2}$  donnée art. (616), et de laquelle on tire  $z = D = 2 \sqrt{\frac{p - \pi v}{\pi n x}} = 2 \sqrt{\frac{d}{\pi n l}}$ .

620

(sur la note).

En effet, soient  $p$  et  $p'$  les poids de deux aréomètres,  $z$  et  $z'$  les diamètres respectifs de leurs fils de laiton; supposons  $p > p'$ , et par conséquent  $z > z'$ ; si les aréomètres sont construits de manière que  $\frac{p}{z^2} = \frac{p'}{z'^2}$ , leur sensibilité, relative à la variation de densité, c'est-à-dire les différences d'enfoncement dans deux eaux de densités différentes, sera la même, puisque, art. (619), cette différence est proportionnelle à  $\frac{p}{z^2}$  et à  $\frac{p'}{z'^2}$ ; mais  $z$  étant plus grand que  $z'$ , la sensibilité relative à l'addition d'un petit poids  $\omega$ , la densité restant la même, sera moindre dans l'aré-

621



metre  $p$  que dans l'aréomètre  $p'$ , puisque les enfoncements occasionnés par ce poids additionnel sont proportionnels, art. (620), à  $\frac{\omega}{z^2}$  et  $\frac{\omega}{z'^2}$ , et qu'on a  $z > z'$ , et par conséquent  $\frac{\omega}{z^2} < \frac{\omega}{z'^2}$ . Si les diamètres de fil de laiton étoient égaux, c'est-à-dire qu'on eût  $z = z'$ , la sensibilité relative à un poids additionnel seroit la même, la densité étant constante; mais la sensibilité relative à la différence de densité seroit dans le rapport de  $\frac{p}{z^2}$  à  $\frac{p'}{z'^2}$  ou de  $p$  à  $p'$ .

L'auteur dit que les aréomètres qui, à égale valeur de sensibilité représentée par  $\frac{p}{z^2}$ , ont, à un moindre degré, celle représentée par  $\frac{\omega}{z^2}$ , ou, ce qui revient au même, par  $\frac{1}{z^2}$ , sont les plus solides, parceque, dans ceux-ci, le fil de laiton est plus gros, par conséquent moins sujet à se plier, et plus propre à être assemblé solidement au col de la fiole.

Lorsque, dans la construction d'un aréomètre, on veut s'assujettir à se servir d'un fil d'un diamètre donné, la variation d'enfoncement proportionnelle à  $\frac{1}{z^2}$  est connue d'avance par là; mais si, outre cette condition, on veut encore que la sensibilité due à la différence de densité soit aussi donnée, c'est-à-dire que  $\frac{p}{z^2}$  ait une valeur déterminée, qu'on suppose  $= \gamma$ , il faut employer une fiole d'un volume tel qu'on ait  $\frac{p}{z^2} = \gamma$  ou  $p = \gamma z^2$ .

624 Avec un aréomètre pesant  $1^{\text{liv.}} 14^{\text{onces}} 7^{\text{gros}} 40^{\text{grains}} = 1^{\text{liv.}} 934027$ , on trouve  $36^{\text{grains}}$  pour la valeur de  $\pi' - \pi$  correspondante à  $\omega = 1^{\text{grain}} = 0^{\text{liv.}} 003927$ , et  $2^{\text{onces}} 2^{\text{gros}} 6^{\text{grains}}$  pour celle qui correspond à  $\omega = 36^{\text{grains}} = 0^{\text{liv.}} 141372$ .

625 L'auteur ne donne ici la valeur de  $x' - x$  que pour une eau, tandis que, pour avoir les différences des pesanteurs spécifiques de plusieurs eaux, il faut connoître  $x' - x$  ou  $\omega$  pour chacune d'elles. Or, en supposant que la plus grande différence de pesanteur spécifique entre deux eaux soit de 3 onces (on voit par la table V, pag. 59, que cette différence n'a jamais lieu, excepté pour l'eau de la mer et celle du Lac Asphaltite), et faisant  $\pi = 70^{\text{liv.}} = 645120^{\text{grains}}$ ;  $\omega = 38^{\text{grains}}$ ;  $\frac{1}{4} n z^2 = 1$  ligne quarrée  $= (0^{\text{pi.}} 006944)^2$ ; l'équation  $x' - x = \frac{1}{4 n z^2} \times \frac{\omega}{\pi}$  donne  $x' - x = \dots\dots\dots$   

$$\frac{38}{0^{\text{pi.}} 000048 \times 645120} = \frac{38}{30,96} = 1^{\text{pi.}} 226 = 14^{\text{po.}} 8^{\text{li.}} 544$$
 : si on fait varier  $\pi$  de 3 onces, on aura  $x' - x = \frac{38}{0^{\text{pi.}} 000048 \times 646848} = \frac{38}{31,04} = 14^{\text{pouc.}} 8^{\text{li.}} 256$ .  
 Ainsi, pour une différence de 3 onces entre les pesanteurs spécifiques, on n'a que  $0^{\text{li.}} 288$  pour la différence entre les enfoncements correspondante à  $38^{\text{grains}}$ ; d'où l'on voit qu'il suffit d'avoir la valeur de  $x' - x$  pour une seule eau.

634 Lorsque le thermomètre monte d'un degré,  $P$  diminue de  $n P$  [ $n$  valant  $\frac{1}{200}$ , comme on le voit, art. (523)]: donc à l'ascension de  $\kappa$  en  $\kappa'$ , doit correspondre une perte de poids représentée par  $n P (\kappa' - \kappa)$ . Ainsi,



un pied cube d'air qui, à une température  $\kappa$ , avoit un poids  $P$ , à une température  $\kappa'$  n'a plus qu'un poids  $P - nP(\kappa' - \kappa)$ , la hauteur du barometre étant toujours  $h$ .  $P'$  et  $P - nP(\kappa' - \kappa)$  sont donc les poids de deux unités de volume d'air pour une même température  $\kappa'$  et des hauteurs  $h'$  et  $h$  du barometre; et comme, pour la même température, les poids d'un pied cube d'air sont entre eux en raison directe des pressions, on a la proportion

$$P' : P - nP(\kappa' - \kappa) :: h' : h, \text{ d'où } P' = P \left\{ \frac{h'}{h} [1 - n(\kappa' - \kappa)] \right\}.$$

M. du Luc (*Tom. 2.*, art. 588 et 607) trouve que lorsque le thermometre est au-dessus ou au-dessous de  $16^{\circ},75$ , la correction à faire, pour chaque degré du thermometre, à la différence de hauteur donnée par l'équation  $z = 10000 \cdot (Lh - Lh')$  est à cette différence même dans la raison constante de 1 à 215; donc pour  $\kappa$  degrés cette correction sera  $10000 (Lh - Lh') \times \pm \frac{\kappa}{215}$ ; donc l'équation trouvée plus haut devient  $z = 10000 (Lh - Lh') \cdot \left(1 \pm \frac{\kappa}{215}\right)$ .

638

L'équation  $z = A(Lh - Lh')$  donne  $\frac{Lh - Lh'}{z} = \frac{1}{A}$ , quantité constante pour une même colonne d'air et un instant déterminé: mettant dans cette équation pour  $(Lh - Lh')$  sa valeur  $\frac{1273,373}{1000}$  trouvée art. (640), et pour  $z$  sa valeur géométrique  $= 1223$  toises, on a  $\frac{1}{A} = \frac{0,1213,373}{1223} = 0,000099212$  et  $A = \frac{1}{0,000099212}$ ; donc généralement  $z = \frac{Lh - Lh'}{0,000099212}$ .

642

Il est nécessaire que l'intervalle entre deux rondelles soit plus petit que la distance du point le plus bas de la chaîne à la surface de l'eau: en effet, sans cette condition il y auroit discontinuité dans le jet, puisqu'alors une partie seulement de l'espace compris entre deux rondelles seroit remplie d'eau.

653

Lorsque le piston monte, il est poussé par trois forces; savoir: les poids supérieur et inférieur de l'atmosphère, et celui de la colonne d'eau comprise entre la surface inférieure du piston et le niveau de la superficie du réservoir. Les deux premières, étant égales et directement opposées, se détruisent; la seconde, qui agit tout entière, est  $= Sh$ .

669

Lorsque le piston descend, les pressions supérieure et inférieure de l'atmosphère se détruisent également; reste donc à vaincre le poids de la colonne d'eau qui se trouve dans le tuyau montant, lequel est  $= Sh'$ .

$\frac{c + sy}{E + sy} \times h + a - y = h + z \dots (A)$ . On peut appliquer à la construction de cette équation la méthode donnée par M. de Prony dans un petit traité, qu'il a publié en 1791, sur la construction des équations indéterminées qui se rapportent aux sections coniques.

690  
(Fig. 209)



L'expression  $\frac{e+sy}{E+sy} \times h$  est la même chose que celle-ci  $h - \frac{h[E-e]}{E+sy}$ . Substituant cette dernière à la place de l'autre dans l'équation précédente, elle devient

$z = a - y - \frac{[E-e]h}{E+sy} \dots (B)$ . Cette équation se rapporte à celle (E) donnée art. (36) de l'ouvrage cité plus haut. Lorsque  $y = 0$ , on a  $z = a - h + \frac{he}{E}$ . Soit AZ l'axe des  $z$ , et AY l'axe des  $y$ , perpendiculaires l'un sur l'autre; portez AF =  $a$ , et menez OFQ', faisant un angle de  $45^\circ$  avec AY; portez AL =  $\frac{E}{s}$ , et menez OLQ'' parallèle à AZ; faites AB =  $a - h + \frac{he}{E}$ , et tracez une hyperbole qui passe par le point B et qui ait OQ' et OQ'' pour asymptotes.

En effet, si dans l'équation (A) on fait  $y = \infty$ , l'équation devient  $y = -z$ ; donc à l'infini  $Ap = pm$ ; mais dans le même cas AQ, est négligeable, ou  $Ap = Qp$ , et d'un autre côté  $Qhp = 45^\circ$  et  $Qp = ph$ ; donc  $Ap = ph$ , et  $pm = ph$ ; donc OQ' rencontre la courbe à l'infini et est son asymptote.

Ensuite, si on fait  $y$  négatif et  $= AL$ , c'est-à-dire  $-y = \frac{E}{s}$  ou  $E + sy = 0$ , le second membre de l'équation (B) devient infini, et on a  $z = -\infty$ ; donc OQ'' est aussi asymptote.

Mais, pour vérifier la construction par un calcul direct, observons que la propriété de l'hyperbole donne  $OH \times HM = OF \times FB$ , et on a  $OH = \sqrt{[(OR + GH)^2 + (RF + FG)^2]} = \sqrt{[2(RF + FG)^2]}$ ;  $HM = PG - GH - PM$ ;  $OF = \sqrt{(2OR)^2}$ ;  $FB = AF - AB$ ; substituant les valeurs analytiques de ces lignes, on a  $\sqrt{[2(\frac{E}{s} + y)^2]} \times (a - y - z) = \sqrt{(\frac{E^2}{s^2})} \times (h - \frac{he}{E})$ ; élevant au carré, divisant par  $(a - y - z)^2 \cdot \frac{2E^2}{s}$  et extrayant la racine, cette équation se change en celle-ci;  $\frac{\frac{E}{s} + y}{\frac{E}{s}} = \frac{h - \frac{he}{E}}{a - y - z}$ , qui, divisée par  $\frac{E}{s}$ , devient  $1 + \frac{sy}{E} = \frac{h(E-e)}{E(a-y-z)}$ , d'où l'on tire  $E + sy = \frac{h(E-e)}{a-y-z}$ , ou  $a - y - z = \frac{h(E-e)}{E+sy}$ , et enfin  $z = -y - \frac{h(E-e)}{E+sy}$ , qui est l'équation (B).



## SUR L'HYDRODYNAMIQUE.

$u$  n'est différencié ici que parcequ'on le considère pendant deux instants consécutifs, pendant lesquels les molécules de la tranche  $Mm$  parcourent les espaces  $dz$  et  $dz + ddz$ . On conçoit aisément qu'il y a une relation entre la variation  $ddz$  de  $dz$  et la variation de  $u$ ; car deux tranches infiniment voisines étant supposées égales, si deux variations consécutives de  $z$  étoient aussi égales, le produit de l'orifice seroit le même, et  $u$  seroit constant; c'est donc  $ddz$  qui fait varier  $u$ , car il est relatif à l'excès de vitesse de la tranche  $S$  pendant le second instant. 706

On énoncera ainsi cet article : Puisqu'on ne veut avoir la valeur finie de la pression  $p$  que pour un instant déterminé, il faut observer qu'à cet instant la vitesse  $u$  et le rapport  $\frac{du}{dt}$  qui, comme nous venons de le voir, ne doit varier que dans l'instant suivant, ont aussi une valeur déterminée, et qu'ainsi ces quantités doivent être traitées comme constantes dans l'intégration. 708

Ceci est une suite de ce qu'on a dit précédemment, que toute la solution ne porte que sur un état instantané du fluide, et que pendant cet instant on ne doit considérer comme variables que  $z$ ,  $s$  et  $p$ .

On pourra aussi, connoissant la différence de niveau  $CB$  et l'amplitude  $AD$ , trouver la hauteur  $AY$  du réservoir. En effet les deux équations  $\sin.(2a) = \frac{b}{2h}$  et  $h = \frac{h'}{\sin^2 a}$  donnent, en égalant les valeurs de  $h$ ,  $\frac{h'}{\sin^2 a} = \frac{b}{2 \cdot \sin.(2a)}$  et  $\frac{b}{2h'} = \frac{\sin.(2a)}{\sin^2 a} = \frac{2 \cos. a}{\sin. a} = 2 \cot. a$ . Ainsi, connoissant  $b$  et  $h'$ , on calculera l'angle  $SAD = a$ , et l'équation  $\sin.(2a) = \frac{b}{2h}$  donnera  $h$  ou la hauteur du réservoir. 759

A cause de  $B > O$ , l'exposant du nombre  $e$  sera négatif, et on aura, 771  
en faisant  $B^2 - O^2 = M$ ,  $e^{-\frac{Mk}{AB^2O}} = \frac{1}{e^{\frac{Mk}{AB^2O}}}$ . Lorsque  $\kappa = 0$ , cette fraction devient  $= 1$ ; donc aussitôt que  $\kappa$  sort de zéro, le dénominateur devient  $> 1$  et la fraction  $< 1$ .

On déterminera encore la valeur de  $\phi$  dans l'équation  $\phi ds - \phi P s dh = -\phi Q h dh$  en disant : Puisque le facteur  $\phi$  fait du premier membre une différentielle exacte, si on regarde  $\phi ds$  comme la première partie de cette différentielle,  $-\phi P s dh$  sera la seconde; or  $\phi ds$  renferme le produit  $\phi s$  différencié par rapport à  $s$ ; donc  $-\phi P s dh$  doit être le même produit différencié par rapport à  $\phi$ ; cette condition donne  $s d\phi = -\phi P s dh$  et  $\frac{d\phi}{\phi} = -P dh$ . 777



784

Soient  $du$  et  $du'$  les vitesses à la surface supérieure et à l'orifice au commencement du mouvement,  $dz$  et  $d\kappa$  les hauteurs de la première tranche et du cylindre qui s'écoule,  $dt$  le temps, on aura les deux équations

$\Phi' : \Phi :: \frac{du'}{dt} : \frac{du}{dt} :: du' : du$ , et  $du' : du :: d\kappa : dz$ ; mais l'équation  $O d\kappa = B dz$  donne  $d\kappa : dz :: B : O$ ; donc  $\Phi' : \Phi :: B : O$ , d'où  $\Phi' = \frac{B}{O} \cdot \Phi$ .

905

Lorsque  $h^{\frac{1}{2}}$  est négative, le terme  $\frac{\nu \sin. \theta}{(2\phi)^{\frac{1}{2}}}$  est positif, et il est négatif quand  $h^{\frac{1}{2}}$  est positive; ainsi, en rassemblant ces deux cas, on a

$$m' = \frac{\delta \cdot da \cdot dh \cdot \sin. e}{\sin. f} \times \left( \mp h^{\frac{1}{2}} \pm \frac{\nu \sin. \theta}{(2\phi)^{\frac{1}{2}}} \right)^2 = \frac{\delta \cdot da \cdot dh \cdot \sin. e}{\sin. f} \times \left( h - \frac{2\nu \sin. \theta h^{\frac{1}{2}}}{(2\phi)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\nu^2 \sin^2. \theta}{2\phi} \right).$$

934

Il ne faut pas perdre de vue que l'expression  $\delta \kappa h a \sin^2. \theta$  ne représente qu'une masse, et qu'ainsi, pour avoir la pression, il faut multiplier par  $\phi$ . Cette expression devient alors comparable à celle de l'art. (938).

954

En représentant par 100 la résistance perpendiculaire et directe de la surface MN sur un plan perpendiculaire à la direction du mouvement, M. l'abbé Bossut donne 47,66 pour la valeur du terme 0,3153 correspondante à  $x = 78^\circ$ ; mais, si on calcule exactement, on trouvera que ce terme est  $= 131,54$ ; la différence pour le même angle entre le résultat de l'expérience et celui de la théorie est  $= 36,31$ ; ainsi le terme  $0,03153 \times \left(\frac{x}{6}\right)^{3,25}$  est plus que triple de la valeur que lui donne l'expérience, et non pas trop fort de près d'un quart.

Au lieu de la formule de M. l'abbé Bossut, on emploiera avec avantage celle de M. de Prony, en faveur de laquelle il suffit de citer l'application qu'en a faite M. de Bettancourt dans un mémoire qui a pour titre, Expériences sur les forces expansives de la vapeur de l'eau. Je n'entrerai dans aucuns détails sur les calculs qui y ont conduit; je me contenterai de l'exposer toute préparée pour le cas dont il s'agit; c'est celle-ci:

$$y = 50 \cos^2. x + \frac{1}{2} [ e^{0,17 + 0,0171x} + e^{1,94 - 0,006x} ] + 5,695 \dots (A).$$

$e$  est le nombre dont le logarithme hyperbolique  $= 1$ .

La table suivante offre les valeurs de  $y$  déduites de l'équation (A) et de celle de M. l'abbé Bossut, ainsi que les différences entre les résultats théoriques et ceux de l'expérience: ceux-ci sont tirés de l'ouvrage ci-dessus cité.



V A L E U R S  de $x$ .	V A L E U R S de $y$ déduites de			D I F F É R E N C E S entre les résultats de l'expérience et ceux de	
	l'équat. de M. l'abbé Bossut.	l'équa- tion (A).	l'expé- rience.	l'équation (A).	M. l'abbé Bossut.
0°	100,00	100,00	100,00	0,00	0,00
6	98,93	96,16	98,93	— 2,77	0,00
12	95,98	91,64	95,78	— 4,14	+ 0,20
18	91,57	86,29	90,84	— 4,55	+ 0,73
24	86,31	80,54	84,46	— 3,92	+ 0,85
30	80,89	74,31	77,10	— 2,89	+ 3,79
36	75,51	67,83	69,25	— 1,42	6,26
42	72,82	61,48	61,48	0,00	11,34
48	71,93	55,34	54,33	+ 1,01	17,60
54	74,36	49,74	48,00	+ 1,74	26,36
60	81,07	44,97	44,04	+ 0,93	37,03
66	92,96	41,31	42,40	— 1,09	50,56
72	110,72	39,08	41,42	— 2,34	59,30
78	135,86	38,52	40,63	— 2,11	95,23
84	166,44	39,99	39,99	0,00	+128,45

Il pourroit arriver qu'il y eût ondulation de  $m'$  en  $m$  ; mais en la regardant comme un arc de cercle dont  $m'm$  seroit la corde, la différence n'étant, comme on le sait, qu'un infiniment petit du troisieme ordre, on pourra toujours considérer le côté varié comme une ligne droite.

964

On appelle *plan gauche* un plan dans lequel on peut toujours, par un point quelconque, mener une ligne droite. Un tel plan seroit engendré par une ligne droite lancée dans l'espace. *Idem.*

Démontrer, d'après la maniere dont l'équation de l'art. ( 972 ) a été formée, que les sommes particulieres des termes multipliés par  $dx$ ,  $dy$  et  $dz$ , doivent être séparément égales à zéro.

973

Effaçant  $\phi$  dans le premier membre et sa valeur  $\frac{du}{dt}$  dans le second, l'équation de l'art. ( 970 ) se change en celle-ci :



$$-\frac{1}{\delta}\left(\frac{dp}{dx}\right) = \left(\frac{du}{dx}\right)u + \left(\frac{du}{dy}\right)u' + \left(\frac{du}{dz}\right)u'',$$

laquelle, en multipliant les deux membres par  $-dx$  et faisant

$$-\left[\left(\frac{du}{dx}\right)u + \left(\frac{du}{dy}\right)u' + \left(\frac{du}{dz}\right)u''\right] = -A,$$

devient

$$\frac{1}{\delta}\left(\frac{dp}{dx}\right)dx = -A dx;$$

mais, à cause de  $\phi dx = \left(\frac{du}{dt}\right)dx$ , on a

$$\frac{1}{\delta}\left(\frac{dp}{dx}\right)dx + \phi dx = \left[\left(\frac{du}{dt}\right) - A\right]dx, \text{ ou}$$

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)dx = \delta\left[\phi - A - \left(\frac{du}{dt}\right)\right]dx. \text{ Or } A + \left(\frac{du}{dt}\right) = X;$$

donc 
$$\left(\frac{dp}{dx}\right)dx = \delta(\phi - X)dx.$$

On prouveroit de la même manière que

$$\left(\frac{dp}{dy}\right)dy = \delta(\phi' - X')dy, \text{ etc.}$$

977 Au lieu de ces mots : Mais cette masse fluide est identiquement la même que celle qui, etc., *il faut lire* : Mais cette masse fluide ne diffère de la première que d'une masse infiniment petite par rapport à chacune d'elles.

979 On verra aisément qu'on a  $v^2 = uu + u'u' + u''u''$  en considérant que  $v$  est le côté d'un triangle rectangle qui a l'espace  $u''u''$  pour un des côtés de l'angle droit, et pour l'autre côté sa projection orthogonale sur le plan des  $(x, y)$ , laquelle projection devient hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés sont les espaces  $u$  et  $u'$ .

## ÉCLAIRCISSEMENTS

### SUR LA SECTION V

#### DES MACHINES ET DES MOTEURS.

1007 Lorsque la direction de  $P$  est parallèle au plan incliné, on a  $P \sin. \Psi = 0$ ; ainsi cette direction sépare celles qui donnent les pressions positives de celles qui donnent les pressions négatives.

1012 Le corps  $Q$  ne pourra tendre à tourner autour du point  $F$  qu'autant que les points  $G$  et  $F$  se trouveront placés sur une même ligne verticale.

1014 Mettant pour  $u$  sa valeur  $\frac{de}{dt}$ , l'équation  $u = \left(\frac{Q \cos. \sigma - fQ \sin. \sigma - A}{M}\right)t$  devient  $de = \left(\frac{Q \cos. \sigma - fQ \sin. \sigma - A}{M}\right)tdt.$



A E étant la pression ou puissance effective, A N sera la pression ou puissance normale, et E N la puissance tangentielle; mais ces deux dernières puissances étant à angle droit, le point E ne pourra être en repos, qu'autant que le frottement produit par A N, qui équivaut à une puissance tangentielle, détruira la puissance tangentielle N E, c'est-à-dire qu'autant qu'on aura  $f \cdot A N = N E$ . Mais on a  $N E : A N :: 1 : \text{tang. A E N}$ ; donc  $f \times \frac{A N}{N E} = f \cdot \text{tang. A E N}$ . Faisant  $A N = P$ ; on aura  $N E = f P$  et  $\text{tang. A E N} = \frac{A N}{N E} = \frac{P}{f P} = \frac{1}{f}$ . Avant l'action de A E, le point de contact E étoit au bas du diamètre vertical de la gorge; mais l'action de A E fait remonter le point de contact jusqu'à une position telle qu'on ait la propriété ci-dessus.

1023

Le point E est celui où le rayon A C du cylindre extérieur perce la surface supérieure du filet de l'écrou, et le point H est la rencontre de cette surface par une perpendiculaire élevée sur l'extrémité du rayon A C.

1078

La ligne C F, étant infiniment petite, peut être prise pour un arc de cercle décrit du point A comme centre, et conséquemment pour un élément de la circonférence à laquelle correspond un pas; ainsi on aura, d'après la génération de la vis, la proportion

1080

$$C H : C F :: h : \text{circ. A C.}$$

A la place du bras du levier A E on peut prendre celui A C, qui n'en diffère que d'une quantité infiniment petite E C.

1084

La surface du plan B H C étant infiniment petite, on peut la regarder comme réduite à une ligne H B; cette ligne étant infiniment petite, les efforts exercés sur chacun de ses points sont sensiblement égaux entre eux; ainsi on pourra supposer que leur résultante passe par son milieu et conséquemment par celui de B C, son bras de levier sera donc  $= \frac{A B + A C}{2} = A B + \frac{B C}{2}$ , et celui de  $f P = P$  aura (Fig. 95, n°. 5) pour valeur,

1085

$$\frac{\text{rayon C Q C'} + \text{rayon B Q' B'}}{2}.$$

Dans l'appareil de M. Coulomb on a (Fig. 166), en appelant  $p$  le poids à ajouter à  $P$  pour vaincre la roideur de la corde,  $(P + p) B C = Q \times a C$ , d'où  $p = \frac{Q \cdot a A}{B C}$ . Dans l'appareil de M. Amontons (Fig. 182, n°. 2), si on imagine une verticale passant par le centre de gravité du poids B, cette verticale passera à droite du point  $b$ ; et désignant par  $b'$  la rencontre de cette verticale par le diamètre horizontal du rouleau, et par K l'autre extrémité de ce diamètre, lorsque ce rouleau sera supposé entraîné d'un mouvement insensible et uniforme, comme le centre de rotation est dans la verticale  $ba$ , on aura  $Q \cdot K b = B \cdot b' b$ ; d'où  $Q = \frac{B \cdot b' b}{K b}$ , et faisant  $K b = 2 R$ ,  $Q = B \cdot \frac{b' b}{2 R}$ .

1100



1126

Déterminer  $m$  et  $\mu$  d'après les résultats de la deuxième expérience, on a

F	$mT^\mu$
=	=
A + $M T^\mu$	F - A
=	=
502 . . . . .	0
790 . . . . .	288
866 . . . . .	364
925 . . . . .	425
1036 . . . . .	534
1186 . . . . .	684
1535 . . . . .	1033

Dans les valeurs de  $mT^\mu$ , on a donné à A la valeur correspondante à  $T=0$ . Les 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> résultats donnent  $m \cdot 2^{1\mu} = 288$ ,  $m \cdot 4^{1\mu} = 364$ ; d'où  $\left(\frac{2}{4}\right)^\mu = \frac{288}{364}$  et  $\mu = \frac{\log. \left(\frac{288}{364}\right)}{\log. \left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{34}{100}$ . Les valeurs de  $\mu$  déduites des autres résultats sont  $\frac{19}{100}$ ,  $\frac{20}{100}$  et  $\frac{23}{100}$ . On peut donc faire  $\mu = \frac{1}{5}$ ; substituant cette valeur dans l'équation  $m \cdot 4^{1\mu} = 364$ , on aura  $m = \frac{364}{(4)^{\frac{1}{5}}}$ .

1164

Pour dire que le frottement est indépendant des surfaces, il faudroit les avoir fait varier : M. Coulomb n'a pas rapporté les expériences sur lesquelles il fonde cet énoncé.

1168

Trouver la cohérence dans le frottement du fer contre fer avec enduit de suif.

Cette cohérence n'étant sensible que sous de petites pressions, je la cherche pour la pression  $= 53^{\text{liv.}}$ ; faisant donc attention que, dans le frottement du fer contre fer (cinquième expérience),  $8^{\text{liv.}}$ , 5 est la somme du frottement et de la cohérence, on aura, en appelant  $x$  cette cohérence,  $\frac{8,5-x}{53} = \frac{Fr}{P} = 0,097$  ( $0,097$  est, d'après la condition, la valeur de  $\frac{Fr}{P}$  pour la plus grande pression); cette équation donne  $x = 3^{\text{liv.}}$ .

1190

Trouver les poids de la septième colonne.

Pour la première expérience la charge totale est  $= 315$  livres. Mais on a vu art. (1189) que les frottements des cylindres pour un même diamètre sont en raison directe des pressions; prenant donc le frottement d'un rouleau de bois d'orme de 12 pouces de diamètre sous une pression de 1000 livres, nous aurons la proportion suivante;  $1000 : 5 :: 315 : x = 1,5$ .

Pour avoir les nombres de la huitième colonne, il faudra de ceux de la cinquième retrancher les valeurs de  $x$ .

Trouver les nombres de la neuvième colonne.

Nous trouvons art. (1176, colon. première et neuvième) que pour une augmentation de charge égale à 1000 livres, on a une augmentation de résistance égale à 90 livres; on fera donc les proportions



$1000 : 90 :: 100 : x = 9$   
 $1000 : 90 :: 300 : x = 27$   
 $1000 : 90 :: 500 : x = 45$

Ajoutant à chacun de ces quatriemes termes la résistance constante = 4,2 liv. donnée art. (1186), nous aurons

$R = 13,2$  pour 100 liv.  
 $R' = 31,2$  pour 300 liv.  
 $R'' = 49,2$  pour 500 liv.

Comme ici le rouleau a 12 pouces de diametre, il ne faut prendre que le tiers de ces résistances, c'est-à-dire  $\frac{R}{3} = 4,4$ ;  $\frac{R'}{3} = 10,4$ ;  $\frac{R''}{3} = 16,4$ .

Trouver les poids de la quatrieme colonne.

On trouve art. (1186) que pour une corde blanche de six fils de carret, le poids proportionnel à la charge par quintal est = 2,2; donc pour 200 liv. il sera = 4,4; le poids constant art. (1186 et 1179) est = 0,1; ainsi on a 4,5 liv. pour la résistance totale, en supposant que le rouleau ait 4 pouces de diametre; prenant donc le tiers pour un rouleau de 12 pouces de diametre, on aura  $\frac{4,5}{3} = 1,5$  pour la valeur de cette résistance.

Trouver la valeur du frottement, dans le cas où il faut avoir égard à la vitesse.

On a  $\phi' = \frac{2 \cdot 6(400 + 7) \text{ liv.}}{30 \cdot 9^2} = \frac{4884 \text{ liv.}}{2430} = 2 \text{ liv.}$ ; ainsi la résistance due à la roideur de la corde et au frottement sera =  $13,5 \text{ liv.} - 2 \text{ liv.} = 11,5 \text{ liv.}$ ; si de ce nombre on retranche 1,5 liv., on aura 10 liv. pour le poids qui fait équilibre au frottement. Pour avoir le frottement réduit à l'axe de la poulie, on posera l'équation

$$10^{\text{liv.}} \cdot R = F \cdot r,$$

dans laquelle R représente la somme des rayons de la corde et de la poulie, r le rayon de l'axe, et F le frottement. Cette équation donne  $F = 10^{\text{liv.}} \times 7,2 = 72^{\text{liv.}}$ , valeur peu différente de celle qui correspond à une vitesse insensible.

On seroit tenté de croire que le rapport  $n$ , ainsi déterminé, devroit toujours être = 1. Cependant, art. (1238), l'expérience donne  $n = 1,6559$  et (1240)  $n = 2$ : mais cette difficulté disparaîtra, si on fait attention que, dans un calcul, toutes les quantités doivent être mesurées par celle qui a été prise pour unité. Tel est ici le pied-de-roi.

Si on prend NB pour représenter l'effort du poids  $P + q$ , on aura la partie de cet effort qui agit suivant NA, et que l'homme doit surmonter, en abaissant du point B une perpendiculaire BK sur NA. Il résulte de cette décomposition que l'effort BK n'altère point celui NK, puisque les deux composantes agissent à angle droit.

L'équation rigoureuse est  $f = \frac{V^2}{r} \left( \frac{P + q}{\phi} \right)$ . Si on suppose la force centrifuge égale à la pesanteur, comme la pesanteur est une vitesse, il faudra poser l'équation  $\phi \left( \frac{P + q}{\phi} \right) = \frac{V^2}{r} \left( \frac{P + q}{\phi} \right)$ ; divisant par  $\frac{P + q}{\phi}$ , on aura  $\phi = \frac{V^2}{r}$ ; d'où  $V = (\phi r)^{\frac{1}{2}}$ .



1240

Dans la supposition de M. Lambert, on a  $h = 2$ ,  $q = 0$ ,  $K = P$ , en prenant le poids de l'homme pour la mesure de son plus grand effort, et la formule de l'art. (1221) donne  $n = 2$ .

1241

Après la différentiation on arrive à l'équation  $-3 \sin. \lambda (1 + 3 \sin^2. \lambda)^{-\frac{3}{2}} + (1 + 3 \sin^2. \lambda)^{-\frac{3}{2}} - 3 \cdot 3 \sin^2. \lambda (1 + 3 \sin^2. \lambda)^{-\frac{5}{2}} = 0$ , qui, multipliée par  $(1 + 3 \sin^2. \lambda)^{-\frac{5}{2}}$ , devient, toutes réductions faites,  $-3(1 + \sin^2. \lambda)^{\frac{1}{2}} \cdot \sin. \lambda = 6 \sin. \lambda - 1$ . Elevant les deux membres au quarré et effectuant les multiplications, on a  $\sin^4. \lambda - \frac{21}{9} \sin^2. \lambda = -\frac{1}{9}$ . Cette équation résolue

donne

$$\sin^2. \lambda = \frac{7 \pm \sqrt{45}}{6}.$$

1245

Pour trouver la partie du poids de l'homme employée à faire tourner la roue, il faut faire usage de ce que nous avons dit art. (1228).

1249

Différentiant par rapport à  $K$  et divisant par  $n^{\frac{1}{2}} T dK$ , on trouve  $\left(\frac{P+K}{P+q} A - B\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} A (Q-K)}{P+q} \left(\frac{P+K}{P+q} A - B\right)^{-\frac{1}{2}}$ . Multipliant les deux membres par  $\left(\frac{P+K}{P+q} A - B\right)^{\frac{1}{2}}$  et réduisant, il vient  $\frac{3}{2} A K = \frac{A}{2} (Q - 2P) + B \times (P + Q)$ , équation qui donne la valeur de  $K$ .

1254

Les deux efforts  $iE$  et  $Cf$  se faisant équilibre aux extrémités des bras de levier  $AE$  et  $AC$ , on a l'équation  $iE \cdot AE = Cf \cdot AC$ , et  $iE = \frac{Cf \cdot AC}{EA}$ .

1269

On calculera les nombres de la troisieme colonne au moyen de l'équation de l'art. (1266).

$$\frac{P+Q}{P} = \frac{\sin. \sigma}{\cos. \sigma} \cdot \left[ \frac{10 - 2 \sin^2. \sigma + 24 \sin^4. \sigma}{(2 - \sin^2. \sigma + 3 \sin^4. \sigma) (1 + 3 \sin^2. \sigma)^{\frac{1}{2}}} \right],$$

laquelle, en supposant  $\sigma = 90^\circ$ , d'où  $\cos. \sigma = 0$ , devient

$$\frac{P+Q}{P} = \infty.$$

L'équation  $\frac{f}{P} = \frac{3}{5} \text{tang. } \sigma = \frac{3}{5} \times \frac{\sin. \sigma}{\cos. \sigma}$ , art. (1256), donnera ceux de la quatrieme colonne. On voit que, dans le cas de  $\sigma = 90^\circ$ , on a  $\frac{f}{P} = \infty$ .

On se servira, pour former la quatrieme colonne, de l'équation

$$\frac{P+K}{P} = \frac{\sin. \sigma}{\cos. \sigma} \cdot \left[ \frac{6 - 2 \sin^2. \sigma + 12 \sin^4. \sigma}{(2 - \sin^2. \sigma + 3 \sin^4. \sigma) (1 + 3 \sin^2. \sigma)^{\frac{1}{2}}} \right]$$

trouvée art. (1264), laquelle donne  $\frac{P+K}{P} = \infty$ , lorsque  $\sigma = 90^\circ$ ; et, pour former la cinquieme, de celle-ci  $\frac{P+q}{P} = \frac{1}{\cos. \sigma}$ , qui, dans la même hypothese, devient  $\frac{P+q}{P} = \infty$ .

Dans l'hypothese de  $\sigma = 90^\circ$ , d'où  $\cos. \sigma = 0$ , on a, comme nous ve-



nous de le voir,  $\frac{P+K}{P} = \infty$ ; ainsi la valeur de  $\nu$ , donnée art. (1260), devient  $= \infty \times 0$ , quantité qu'on pourroit déterminer comme il est dit art. (1033); mais il sera plus court de substituer dans  $\nu$  à la place de  $\frac{P+K}{P}$  sa valeur; ce qui donne, divisant numérateur et dénominateur par  $\cos. \sigma$ ,

$$\nu = n^{\frac{1}{2}} \phi^{\frac{1}{2}} \cdot \left[ \frac{6 \sin. \sigma - 2 \sin^3. \sigma + 12 \sin^5. \sigma}{(4 - 2 \sin^2. \sigma + 6 \sin^4. \sigma)(1 + 3 \sin^2. \sigma)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\sin. \sigma}{(1 + 3 \sin^2. \sigma)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}},$$

réduisant,

$$\nu = n^{\frac{1}{2}} \phi^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{2 \sin. \sigma + 6 \sin^3. \sigma}{(4 - 2 \sin^2. \sigma + 6 \sin^4. \sigma)(1 + 3 \sin^2. \sigma)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}},$$

et substituant pour  $n^{\frac{1}{2}}$ ,  $\phi^{\frac{1}{2}}$  et  $\sin. \sigma$  leurs valeurs,  $\nu = 2,49$  (C'est par erreur que M. Lambert a donné l'infini pour la valeur de  $\nu$  correspondante à  $\sigma = 90^\circ$ ).

On a art. (1261)  $\frac{t}{T} = 1 - \frac{K}{Q}$ ; mais art. (1264)

$$\frac{K}{P} = \frac{\sin. \sigma}{\cos. \sigma} \cdot \left[ \frac{6 - 2 \sin^2. \sigma + 12 \sin^4. \sigma}{(2 - \sin^2. \sigma + 3 \sin^4. \sigma)(1 + 3 \sin^2. \sigma)^{\frac{1}{2}}} \right] - 1;$$

et art. (1266)

$$\frac{Q}{P} = \frac{\sin. \sigma}{\cos. \sigma} \left[ \frac{10 - 2 \sin^2. \sigma + 24 \sin^4. \sigma}{(2 - \sin^2. \sigma + 3 \sin^4. \sigma)(1 + 3 \sin^2. \sigma)^{\frac{1}{2}}} \right] - 1.$$

Appelant A le facteur de  $\frac{\sin. \sigma}{\cos. \sigma}$  dans la valeur de  $\frac{K}{P}$ , et B le facteur analogue dans celle de  $\frac{Q}{P}$ , et faisant disparaître le dénominateur  $\cos. \sigma$ , on a les deux équations

$$\frac{K}{P} \cdot \cos. \sigma = A \sin. \sigma - \cos. \sigma,$$

$$\frac{Q}{P} \cdot \cos. \sigma = B \sin. \sigma - \cos. \sigma,$$

qui divisées l'une par l'autre donnent

$$\frac{K}{Q} = \frac{A \sin. \sigma - \cos. \sigma}{B \sin. \sigma - \cos. \sigma};$$

d'où

$$\frac{K}{Q} \cdot B \sin. \sigma - \frac{K}{Q} \cdot \cos. \sigma = A \sin. \sigma - \cos. \sigma;$$

et, dans le cas de  $\sigma = 90^\circ$ ,

$$\frac{K}{Q} \cdot B = A, \text{ et } \frac{K}{Q} = \frac{A}{B} = \frac{6 - 2 \sin^2. \sigma + 12 \sin^4. \sigma}{10 - 2 \sin^2. \sigma + 24 \sin^4. \sigma} = 0,50;$$

donc  $\frac{t}{T} = 1 - 0,50 = 0,50$ , et non pas l'infini, comme on le trouve dans le mémoire de M. Lambert.

On a  $0 = d \cdot \nu^2 f^2 = \left( \frac{P+K}{P} \right) \times \dots \dots \dots$  1278

$$\left[ \frac{2 \cos. \sigma \sin. (\sigma + \Psi)(1 + 3 \sin^2. \sigma) - \sin. \sigma (1 + 3 \sin^2. \sigma) \cos. (\sigma + \Psi) - 2 \cdot 3 \cos. \sigma \sin^3. \sigma \sin. (\sigma + \Psi)}{2 \sin. \Psi} \right] \sin. (\sigma + \Psi) +$$

$$\frac{- 3 \sin. \sigma \cos. \sigma \sin. (\sigma + \Psi)(1 + 3 \sin^2. \sigma) + 2 \sin^3. \sigma (1 + 3 \sin^2. \sigma) \cos. (\sigma + \Psi) + 3 \cdot 3 \sin^3. \sigma \cos. \sigma \sin. (\sigma + \Psi)}{(1 + 3 \sin^2. \sigma)^{\frac{1}{2}}}$$

D ij



Appelant A le premier terme divisé par  $\frac{P+K}{P}$ , B le second, et réduisant, on a

$$(A) = \frac{\sin.(\sigma + \Psi)}{2 \cdot \sin. \Psi} [2 \cos. \sigma \sin.(\sigma + \Psi) - \sin. \sigma \cos.(\sigma + \Psi) - 3 \sin^3. \sigma \cos.(\sigma + \Psi)],$$

$$(B) = - \sin. \sigma \left[ \frac{6 \cos. \sigma \sin.(\sigma + \Psi) - 12 \sin^3. \sigma \cos.(\sigma + \Psi) - 4 \sin. \sigma \cos.(\sigma + \Psi)}{(1 + 3 \sin^2. \sigma)^{\frac{1}{2}}} \right];$$

d'où

$$\frac{P+K}{P} \cdot \frac{\sin.(\sigma + \Psi)}{\sin. \Psi} = \frac{-2(B) \sin. \Psi}{(A) \sin.(\sigma + \Psi)}.$$

On se conduira de la même manière en différentiant par rapport à l'angle  $\Psi$ . Le troisième calcul ne comporte aucunes difficultés.

1337

M. de Prony m'a communiqué le passage suivant, qu'il a traduit de l'Encyclopédie angloise, et qui contient quelques détails propres à faire connoître plus particulièrement les travaux et les tentatives de *Newcomen*.

« La machine à vapeur resta dans cet état imparfait (celui où l'avoit  
« laissée Savery) sans aucune amélioration jusqu'à l'année 1705, époque à  
« laquelle MM. Newcomen et Calley, de Darmouth en Southampton-shire,  
« firent plusieurs essais pour y adapter un piston et un balancier, comme on  
« le pratique maintenant : ils y réussirent après bien des peines, et obtinrent  
« une patente de quatorze ans pour l'usage seul de cette invention. Ce  
« fut en 1711 qu'ils proposèrent leur machine pour tirer l'eau des mines;  
« mais ils furent très froidement accueillis par plusieurs personnes du sud  
« de l'Angleterre, qui n'en comprenoient pas les propriétés. En 1712 ils  
« entrèrent en arrangement avec les possesseurs d'une mine de charbon à  
« Griff en Warwick-shire, où ils établirent une machine avec un cylindre de  
« 22 pouces de diamètre. Ils éprouverent d'abord de grandes difficultés; mais  
« avec le secours de quelques bons ouvriers ils parvinrent enfin à réussir  
« passablement. Cette machine est la première de son espèce établie en An-  
« gleterre. Il falloit d'abord employer un homme pour le robinet de la va-  
« peur et un autre pour le robinet de l'injection : mais ils vinrent ensuite  
« à bout d'ouvrir et de fermer ces robinets au moyen d'un mécanisme  
« attaché au balancier. La seconde machine construite en vertu de cette  
« patente le fut dans une mine de charbon du comté de Durhan, où un  
« M. Beighton étoit intéressé, à-peu-près vers l'an 1718.

« Ce M. Beighton n'approuvant pas la manière trop compliquée d'ouvrir  
« et de fermer les robinets dans la première machine, y substitua la barre  
« verticale dont on se sert actuellement, et fit aussi quelques changements  
« avantageux dans les tuyaux, les soupapes et d'autres parties du mécha-  
« nisme.

« Peu d'années après, les machines à vapeur furent de plus en plus con-  
« nues; on sentit leur utilité, sur-tout pour tirer l'eau des mines; et comme  
« on en construisit un grand nombre, on y fit successivement diverses  
« améliorations, jusqu'à ce qu'enfin elles eussent acquis le degré de per-  
« fection dont elles jouissent à présent.

Tables, p. 70  
Explicat. des  
tab. 7 et 8.

M. de Prony m'a observé que la table comparative qu'il donne des dilatabilités de l'air, à différents degrés de température, et des dilatabilités moyennes, données par différents physiciens, ne pourroit avoir une exac-



titude parfaite qu'autant que l'air mis en expérience auroit contenu dans tous les cas la même quantité d'eau.

M. de Prony a en effet observé dans la note de l'art. ( 524 ) que la qualité hygrométrique de l'air influoit sur sa dilatabilité. En conséquence il ne donne cette table que comme un exemple de l'application des expériences au calcul, qui ne fournit que des résultats approchés; car il n'est pas probable, ainsi que M. de Prony l'observe dans la note citée ci-dessus, que l'air mis en expérience en Angleterre, à Paris et au midi de la France, ait eu, dans tous les cas, le même degré d'humidité.



# ERRATA.

## OBSERVATION.

On a divisé l'errata en trois parties ; savoir celui du texte , celui des notes , et celui des tables. On a de plus refondu en un seul , l'errata imprimé page 622 de la première partie , et celui résultant des nouvelles fautes d'impression découvertes depuis la publication de l'ouvrage.

## ERRATA DU TEXTE.

*Note générale.* On trouve quelquefois ces expressions , angle d'un moteur , d'une puissance , etc. , ou projection d'un moteur , d'une puissance , etc. Il faut toujours entendre par là , l'angle ou la projection de la ligne suivant laquelle agit le moteur , la puissance , etc.

*Avertissement* , lig. 25 , et celui de la science , lisez et de celui de la science.

*Pag. Lig.*

5 , pén. , le temps  $ck$  , lisez le temps  $Ck$ .

8 , 9 , 0,0662338  $e$  , lisez 0,0662339  $e$ .

*Ibid.* , on voit ( 18 ) , lisez on voit ( 19 ).

9 , 17 , qu'en nommant  $s$  , lisez qu'en nommant  $S$ .

22 , 17 ,  $\Phi dt$  ,  $\phi dt$  , lisez  $M\Phi dt$  ,  $m\phi dt$ .

24 , 3 , l'un par l'autre , lisez l'une par l'autre.

26 , 9 , c'est-à-dire  $AB$  , lisez c'est-à-dire  $Ab$ .

31 , 17 , aux points  $EF$  , lisez aux points  $E$  ,  $F$ .

32 , 6 , quelconque  $F$  , lisez quelconque  $F$  ,  $G$  ou  $E$ .

*Ibid.* , dern. , ( 49 ) sur , lisez ( 50 ) sur.

33 , deuxième indication marginale , menu , lisez même.

34 , pén. , l'un et l'autre , lisez l'une et l'autre.

35 , 20 , déduits du parallélogramme des forces , lisez rapportés au levier.

38 , prem. sur les  $AH$  , lisez sur les lignes  $AH$ .

*Ibid.* , 26 ,  $\cos. ( \alpha + \gamma' ) : \cos. ( \alpha + \gamma' )$  , lisez  $\cos. ( \alpha + \gamma' ) : \cos. ( \alpha + \gamma )$ .

39 , 12 ,  $P'$  , lisez  $P$ .

40 , 4 , usages , lisez équilibre.

43 , 2 ,  $dt$  ou  $\phi dt$  , lisez  $Mdt$  ou  $M\phi dt$ .

*Ibid.* , 33 , une vitesse , lisez une vitesse finie.

45 , prem. de deux , lisez des deux.

46 , 33 , la position et des obstacles , lisez et la position des obstacles.

49 , prem. art. ( 41 ) , lisez art. ( 42 ).

55 , 19 ,  $Pp'' \pm Qp''$  , lisez  $Pp' \pm Qp''$ .



Pag. Lig.

- 59, 28, translation, lisez rotation.
- 62, 23, force motrice, lisez force accélératrice.
- 64, 15,  $\frac{D^i}{d_n} O$ , lisez  $\frac{D^i}{D_n} =$ .
- 66, 10, snivant XY, lisez suivant la ligne XY.
- 68, 19, AM'', 2° 3, lisez AM'', n°. 3.
- 71, 3, la poistion, lisez la position.
- 73, 25, ( 142 ), lisez ( 152 ).
- 76, 3, le numérateur, lisez le dénominateur.
- 80, *deuxieme indication marginale*, entre, lisez entrent.
- 82, 33, sont connus, ajoutez et dont les positions respectives sont invariables.
- 88, 17, est en général, lisez et en général.
- 91, *antépén.*, 318, lisez 218.
- 93, *dern.*,  $[y(1) + y(3)]n$ , lisez  $[y(1) + y(3)h]$ .
- 105, 20, sin.  $\rho'$ , sin.  $\rho''$ , etc., lisez cos.  $\rho'$ , cos.  $\rho''$ , etc.
- 107, 11, que BR, lisez que AR.
- Ibid.*, *accentuez tous les A de l'art.* ( 262 ).
- 112, 35,  $(A'A''A'' + A'A''B'')$ , lisez  $(A'A''A''' + A'A''B''')$ .
- Ibid.*, *dern.*, et ainsi de suite, lisez  $= 0$ , et ainsi de suite.
- 115, *dern.*, AC — AD — x, lisez AC — DC — x.
- 116, 5, AD, lisez CD.
- Ibid.*, 34,  $dy \left[ \frac{(dx \cos. \Psi + dx \sin. \Psi) M \cos. \sigma \cdot r'}{ds' \cdot ds'} \right]$ , lisez .....  
 $d \left[ \frac{(dy \cos. \Psi + dx \sin. \Psi) M \cos. \sigma \cdot r'}{ds' \cdot ds'} \right]$ .
- 122, 18, de l'art. 93, lisez de l'art. 293.
- 124, 19, forces motrices, lisez forces accélératrices.
- 127, 16, il faut rendre, lisez il faut ( Fig. 74 ) rendre.
- 129, 19, moufle fixe, lisez moufle mobile.
- Ibid.*, *deuxieme indication marginale*, et à la moufle mobile, lisez ou à la moufle mobile.
- 136, *dern.*,  $k'' n'''$ , lisez  $k'' n''$ .
- 139, 24, ne peut pas, lisez peut ne pas.
- 143, 39, le parois, lisez la paroi.
- 149, 3, autour de R, lisez autour de X.
- 152, 10, a tang.  $\varepsilon$ , lisez  $a \Delta$  tang.  $\varepsilon$ .
- 155, 15, par son centre de gravité, lisez par le centre de gravité du pied droit.
- Ibid.*, 22,  $\frac{\frac{1}{2}AS}{\sin. A}$ , lisez  $\frac{\frac{1}{2}A \delta}{\sin. A}$ .
- 158, 5,  $fb c q$ , lisez  $fb c g$ .
- 159, 15, infiniment grosse, lisez infiniment flexible.
- 160, 2, aux naissances O, lisez à l'extrados.
- 165, *deuxieme indication marginale*, de dimensions, lisez des dimensions.
- 168, 4, et son joint, lisez à son joint.
- 175, 22, cette projection avec, lisez sa projection sur ce plan, avec.
- 177, 26, en trois autres perpendiculaires, lisez en trois autres parallèles.



Pag. Lig.

181, 25, elle agit en sens contraire de la précédente, lisez elle est supposée agir en sens contraire des pressions  $\frac{uds}{R}$  et  $\frac{dx}{ds} dt \int (Mm \sin. \Psi)$ .

182, pén.,  $dd(Rdk)$ , lisez  $d(Rdk)$ .

183, 27, rotation, lisez relation.

188, 14 et 15,  $-4hy \cos^2. a$ , lisez  $+4hy \cos^2. a$ .

Ibid., 26,  $AP + Ap = AP$ , lisez  $AP + Ap = AD$ .

Ibid., 30,  $-4hy \cos^2. a$ , lisez  $+4hy \cos^2. a$ .

189, antépén., centre, lisez cercle.

191, 7,  $t =$ , lisez  $dt =$ .

Ibid., 21, ler adical ne se rapprcte qu'à  $\frac{a}{p}$ .

195, 5, par l'arc N, lisez par l'arc MA.

197, 8, dénominations  $\sqrt{x}$ ,  $\sqrt{x'}$  sont constantes, lisez les dénominateurs  $\sqrt{x}$ ,  $\sqrt{x'}$  sont constants.

198, pén.,  $\phi fm = P$ , lisez  $fm = P$ .

201, 1, un parallele, lisez une parallele.

Ibid., 18,  $RR'^2 = RP^2$ , lisez  $RR'^2 + RP^2$ .

202, 33,  $\int z' Y' dx'$ , lisez  $\int z'^2 Y' dx'$ .

203, 26,  $\frac{2ap}{a^2 + n}$ , lisez  $\frac{2ap}{a^2 + n^2}$ .

208, 6, passée, lisez passer.

213, 35, vaincre les forces, lisez vaincre les puissances.

215, 10,  $\mu dv (459)$ , lisez  $\mu dv (457)$ .

Ibid., 19,  $sr dx = \sigma p dt$ , lisez  $sr dx = \sigma p dz$ .

237, 4,  $fu'$ , lisez  $f'u'$ .

Ibid., 22, se mouvent, lisez se meuvent.

239, 6, être égal à, lisez être à.

Ibid., 28,  $f -$ , lisez  $f =$ .

241, 14, du moteur, lisez de la résistance.

Ibid., 18, par l'orifice  $\omega$ , lisez par l'orifice  $\omega'$ .

256, 6, (Fig. 126, n°. 2), lisez (Fig. 126, n°. 1).

Ibid., 11, n°. 1, lisez n°. 2.

Ibid., 13, n°. 2, lisez n°. 1.

257, 18,  $\frac{\pi}{S} \int \frac{dx dy}{\cos. \sigma}$ , lisez  $\frac{\pi}{S} \int \frac{dx dy}{\sin. \sigma}$ .

259, 26, qui, lisez que.

260, 1, divisée par  $z$ , lisez divisée par  $dz$ .

261, 2,  $\frac{dp'}{dx}$ , lisez  $\left(\frac{dp'}{dx}\right)$ .

264, 5, YZ, lisez XZ.

265, 9, en D, lisez en A.

268, 19, MO, lisez N'O.

Ibid., 20,  $y - NM'$ , lisez  $y - N'M$ .

270, 6, mais, lisez et.

276, 37, au plan ARMX, lisez au plan ou section ARMX.

277, 19, constants et intégrants, lisez constants et intégrant.

278, 1,  $\frac{\frac{1}{3}z + A}{\frac{1}{3}z^2 + B}$ , lisez  $\frac{\frac{1}{3}z^3 + A}{\frac{1}{3}z^2 + B}$ .

280, 31, supprimez  $CM = \gamma$ .



- Pag. Lig.*
- 281, 4,  $x$  ou  $z - a$ , lisez  $\omega$  ou  $z - a$ .
- 283, 9, pression de l'élément, lisez pression verticale de l'élément.
- 288, 25, que l'infini est zéro, lisez que l'infini et zéro.
- 292, 5, aërometre, lisez aréometre.
- 294, 22, poids de  $z^2$ , lisez poids et de  $z^2$ .
- 295, 3, d'un plus grand pour, lisez d'un plus grand poids pour.
- 300, 32, 0,434244, lisez 0,4342944.
- 302, 4, cinquantieme cinquieme, lisez cinquante-cinquieme.
- 308, 26, (Fig. 146), lisez (Fig. 145).
- 309, 38, au-dessus de BC, lisez au-dessus de DC.
- 312, premiere indication margin., pompe foulante, lisez pompe aspirante.
- 314, 25, la pompe T, lisez la soupape T.
- 321, 2, par le ressort, lisez pour le ressort.
- 324, 2, dans l'espace  $E + sy$ , lisez dans l'espace  $E + sy'$ .
- 325, 25,  $\pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}b + h(x-b) - \frac{Ah}{S}\right)}$ , lisez  $\pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}b^2 + h(x-b) - \frac{Eh}{S}\right)}$ .
- 342, 8,  $t = \frac{2S}{\omega'^2 \sqrt{2a\phi}} \{ \omega \sqrt{ax} - \omega a [1 + \log. (\omega' \sqrt{ax} - \omega a)] \} + A$ ,  
lisez  $t = \frac{-2S}{\omega'^2 \sqrt{2a\phi}} \{ \omega' \sqrt{ax} - \omega a [1 - \log. (\omega a - \omega' \sqrt{ax})] \} + A$ .
- Ibid.*, 17,  $\frac{-2S}{a' \omega^2} \cdot \int$ , lisez  $\frac{-2S}{a \omega'^2} \cdot \int$ .
- Ibid.*, 19,  $\omega \sqrt{ax} - \omega' a$ , lisez  $\omega a - \omega' \sqrt{ax}$ .
- 347, 3,  $t = \frac{A \sqrt{B}}{\frac{1}{2} M(\dots)}$ , lisez  $\frac{A \sqrt{B}}{\frac{1}{2} M(\dots)}$ .
- 348, 15, trop foible, lisez trop forte.
- 349, 22,  $\cos. \epsilon - 1$ , lisez  $\cos. \epsilon = 1$ .
- 352, 19,  $dt = \frac{dk}{2\phi s}$ , lisez  $dt = \frac{dk}{\sqrt{2\phi s}}$ .
- 353, 26,  $\phi ds - \phi P s dh + \phi Q h dh$  sera, lisez  
 $\phi ds - \phi P s dh + \phi Q h dh = 0$  sera.
- 355, 5,  $\frac{s}{h} = \log. h^2 + C$ , lisez  $\frac{s}{h} = -\log. h^2 + C$ .
- Ibid.*, 5,  $C - \log. H^2$ , lisez  $C = \log. H^2$ .
- 360, 13, 24 et 26,  $\int y dx \sqrt{(h' + x + z)}$ , lisez  $\int y dx \sqrt{(h' + x - z)}$ .
- 362, 8, valeur de  $\epsilon$ , lisez et la valeur de  $\epsilon$  devient.
- Ibid.*, 9,  $-\frac{2h'}{3}(h' + x)^{\frac{5}{2}}$ , lisez  $-\frac{2h'}{3}(h' + x)^{\frac{3}{2}}$ .
- Ibid.*, 11 et 18,  $-5h'h^{\frac{5}{2}}$ , lisez  $-5h'h^{\frac{3}{2}}$ .
- Ibid.*, 23, est donnée pour l'équation, lisez est donnée par l'équation.
- Ibid.*, 25 et 28,  $-5hh'^{\frac{5}{2}}$ , lisez  $-5hh'^{\frac{3}{2}}$ .
- 364, 6, inférieure, lisez supérieure.
- 377, 29, de l'art. (710), lisez de l'art. (770).
- 383, 18,  $\left(h^{\frac{1}{2}} \pm \frac{\nu \cos. f \cos. \Psi}{(2\phi)^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ , lisez  $\left(h^{\frac{1}{2}} \pm \frac{\nu \cos. f \cos. \Psi}{(2\phi)^{\frac{1}{2}}}\right)^2$ .
- Ibid.*, 22,  $\left(h^{\frac{1}{2}} \pm \frac{\nu \cos. f}{(2\phi)^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ , lisez  $\left(h^{\frac{1}{2}} \pm \frac{\nu \cos. f}{(2\phi)^{\frac{1}{2}}}\right)^2$ .



Pag. Lig.

384, 13, laquelle pression décomposée horizontalement, lisez laquelle pression, dans le cas du mouvement horizontal.

Ibid., 16, et décomposée verticalement, lisez et dans le cas du mouvement vertical.

385, 31, de la vitesse composée, lisez de la vitesse relative.

388, 14, sur une ligne perpendiculaire, lisez sur un plan perpendiculaire.

Ibid., 16,  $k \delta dh (h^{\frac{1}{2}} \pm \dots)$ , lisez  $k \delta dh (h^{\frac{1}{2}} \pm \dots)$ .

391, 34,  $+\frac{v^4}{6 \cdot 4 \phi^2}$ , lisez  $-\frac{v^4}{6 \cdot 4 \phi^2}$ .

394, 29, celui de  $\frac{1}{6} \cdot 1000$ , lisez celui de  $\frac{1}{6} \cdot 1000 \cdot 2$ .

396, 30,  $\frac{1}{3} \cdot \delta k h^{\frac{3}{2}} (U - u)$ , lisez  $\frac{1}{6} \delta k h^{\frac{3}{2}} (U - u)$ .

397, 9 et 12,  $\frac{1}{3} \delta k h^{\frac{3}{2}}$ , lisez  $\frac{1}{6} \delta k h^{\frac{3}{2}}$ .

398, 16,  $\frac{\delta k h v^2 \sin^2 \theta}{\theta}$ , lisez  $\frac{\delta k h v^2 \sin^2 \theta}{\phi}$ .

400, 19, de côtés, lisez des côtés.

401, pén., la vitesse, qui, lisez la vitesse relative, qui.

409, titre de la troisième colonne, poids moteur exprimé en pieds, lisez poids moteur exprimé en livres.

413, quatrième indication marginale, d'une véritable, lisez d'une variable.

415, 5, subie, lisez subi.

420, 2,  $\left[\left(\frac{da'''}{dt}\right) + \right]$ , lisez  $\left[\left(\frac{du''}{dt}\right) + \right]$ .

Ibid., 8, nombre, lisez membre.

424, 7,  $= u' \frac{v dy}{ds}$ , lisez  $u' = \frac{v dy}{ds}$ .

425, prem.,  $\delta \left\{ dQ - \frac{d}{r} \left( \frac{dU}{dt} \right) - v dv \right\}$ , lisez  
 $\delta \left\{ dQ - \frac{ads}{r} \left( \frac{dU}{dt} \right) - v dv \right\}$ .

429, deuxième indication marginale, du mouvement proportionnel, lisez du frottement proportionnel.

436, 24, GL, lisez CL.

437, 6,  $\log. e^{\frac{fz}{r}}$ , lisez  $\log. e^{\frac{fz}{r}}$ .

Ibid., 16,  $Re^{\frac{fz}{r}}$ , lisez  $Re^{\frac{fA}{r}}$ .

Ibid., 21,  $Re^{\frac{fA}{r}} + K$ , lisez  $Re^{\frac{fA}{r}} + K$ .

442, pén.,  $R \frac{K^{\mu} a}{r \left(1 + \frac{1}{ff}\right)^{\frac{1}{2}}}$ , lisez  $R - \frac{K^{\mu} a}{r \left(1 + \frac{1}{ff}\right)^{\frac{1}{2}}}$ .

444, 8,  $x^{\frac{q^n - 1}{q - 1}}$ , lisez  $x^{\frac{q^n - r}{q - 1}}$ .

448, 28,  $\frac{r}{R} \phi s$ , lisez  $\frac{r}{R} \phi' s$ .



Pag. Lig.

452, 13,  $f = \frac{1}{\phi S} S \{$ , lisez  $f = \frac{1}{\phi S} \{$ .

455, supprimez les deux dernières lignes de l'art. (1078).

457, 25,  $adrhd$ , lisez  $adrdh$ .458, 5,  $(n^2 r^2 + h^2 \tan^2 \epsilon)^{\frac{1}{2}}$ , lisez  $(n^2 r^2 + h^2 \tan^2 \epsilon)^{\frac{1}{2}}$ .

461, indication marginale, frottement du premier genre, lisez frottement du second genre.

470, 12 de l'art. (1126),  $\frac{a + m T^{\mu}}{b + T^{\mu}}$ , lisez  $\frac{a + m T^{\mu}}{b + T^{\mu}}$ .

471, troisième expérience, troisième colonne, 10'', lisez 0''.

473, cinquième expérience, sixième colonne, et même s'élève, lisez et même s'accélère.

Ibid. septième expérience, cinquième colonne, 6, lisez 6 $\frac{1}{2}$ .

478, première expérience, septième colonne, 0,0894, lisez 0,0849.

483, 14, ne diminue point, lisez ne diminue point.

486, 1, du contact, lisez de contact.

Ibid., deuxième et quatrième expériences, huitième colonne, 2,0, lisez 0,0.

487, quinzième expérience, septième colonne, moindre que 3 livres, lisez moindre que 30 livres.

Ibid., quatorzième expérience, cinquième colonne, 74, lisez 47.

490, quatrième expérience, cinquième colonne, 45, lisez 452.

492, 30, de l'art. (118), lisez de l'art. (1118).

493, 32, mais la 11°, lisez mais par la 11°.

498, 5, 132 livres, lisez 134 livres.

Ibid., 29, dans le pied, lisez dans le poids.

499, 5 et 8,  $\frac{K^{\mu}}{R} b \cdot 100^{\text{liv.}} \cdot 18,7$ , lisez  $\frac{K^{\mu}}{R} b \cdot 100^{\text{liv.}} = 18,7$ .

504, indication marginale, Coulomb, lisez Amontons.

509, deuxième indication marginale, vitesse des axes, lisez vitesse sur le frottement des axes.

511, deuxième de l'art. (1205), caetr, lisez carret.

513, 27, de la pression ou frottement, lisez de la pression au frottement.

519, 36, AV, lisez V.

520, 16, d'où  $\frac{\sin. \omega}{2 \sin. \lambda} = \frac{\cos. \omega}{2 \sin. \lambda}$ , lisez d'où  $\frac{\sin. \omega}{4 \sin. \lambda} = \frac{\cos. \omega}{2 \cos. \lambda}$ .Ibid., 20,  $\sin. \omega = \frac{2 \tan. \lambda}{(1 + 3 \tan^2 \lambda)^{\frac{1}{2}}}$ , lisez  $\sin. \omega = \frac{2 \tan. \lambda}{(1 + 4 \tan^2 \lambda)^{\frac{1}{2}}}$ .527, 28,  $P + K = \frac{2B}{3A} (P + q)$ , lisez  $P + K = \frac{2}{3} P + \frac{2B}{3A} (P + q)$ .529, 26,  $\frac{\phi \sin. \sigma}{(1 + 3 \sin^2 \sigma)^{\frac{3}{2}}}$ , lisez  $\frac{\phi \sin. \sigma}{(1 + 3 \sin^2 \sigma)^{\frac{3}{2}}}$ .530, 20,  $- 3 \sin^4 \sigma$ , lisez  $+ 3 \sin^4 \sigma$ .

532, septième colonne, infini, lisez 2,49.

Ibid., huitième colonne, infini, lisez 0,50.

533, 31,  $\frac{1}{5}$  de pied, lisez  $\frac{4}{5}$  de pied.

538, 26, le bas AM, lisez le bras AM.

539, dern., de 27,973, lisez de 25,973.



Pag. Lig.

540, 34, M. l'abbé de V..., lisez M. l'abbé Demandres.

Ibid., 36, mécaniens, lisez mécaniciens.

542, 29, nous ne savons pas, lisez nous ne sachions pas.

545, 8, F'Eg', lisez FEg'.

Ibid., 33,  $\gamma = 8$  pieds,  $\lambda = 12$  pieds, lisez  $\lambda = 8$  pieds,  $\lambda' = 12$  pieds.

547, 12, et par  $\frac{k}{(AL)^\mu}$ , lisez  $\frac{k}{(Al)^\mu}$ .

550, 15, acceptation, lisez acception.

558, 13, dès les premiers instants de son ébullition, lisez dès les premiers instants, de son ébullition.

566, 4, qui est E, lisez qui est en E.

## ERRATA DES NOTES.

12, 19,  $PM' = e'$ , lisez  $P'M' = e'$ .

14, 5,  $de - de' = dde$ , lisez  $de' - de = dde$ .

126, 1, demi-angle et au, lisez demi-angle au.

194, 11, lance, lisez lame.

296, 12, après sang chaud ajoutez et de produire de la chaleur dans ces opérations.

Ibid., 19, des végétaux, lisez des végétaux couverts d'eau.

Ibid., 23, ajoutez, 4°. de former de l'amoniaque lors qu'il est uni au gaz hydrogene.

Ibid. On peut effacer les deux dernieres lignes de cette page et les deux premieres de la page 297.

297, 4, après terre calcaire, ajoutez, ou carbonate de chaux.

Ibid., 6, ou par tout autre moyen d'acidification du carbone, lisez et généralement par la combinaison de l'oxygene avec le carbone.

Ibid., 8, par les alkalis, et les, lisez par les alkalis, et quelques.

Ibid., 17, le gaz phosphorique et le foie de soufre, nommé sulfure de potasse, sont, lisez le gaz hydrogene phosphoré, le foie de soufre, nommé sulfure alkalin, la combustion du phosphore, le fumier, les limaçons, sont.

298, 25, dépôt, lisez déchet.

Ibid., 26, après  $\frac{1}{651}$ , ajoutez, quelquefois cependant, comme dans l'expérience de M. Seguin, on est parvenu à n'avoir point d'azote lorsqu'on retire l'oxygene de substances qui n'en contiennent point.

Ibid., 36, verre, lisez fer.

299, 19, au moins 800 fois, lisez beaucoup plus de 800 fois.

Ibid., 32, elle est même, lisez elle est elle-même.

328, 2, les discours préliminaires de l'hydrostatique, lisez le discours préliminaire de l'hydrodynamique.

409, poids du moteur, lisez poids moteur.

455, 1, doit être connu, lisez doit être conçu.

548, 6, ouragants, lisez ouragans.

551, 2, chymiste, lisez chimiste.



Pag. Lig.

552, 31, resuite, lisez résulte.

Ibid., 41, à l'instant du premier instant, lisez au premier instant.

553, deuxieme colonne,  $3^n - 1 + 1$ , lisez  $3^n - 1$ , troisieme colonne, . . .

$2 \cdot 3^n - 1 + 2$ , lisez  $2 \cdot 3^n - 1$ ; faites la même correction dans les deuxieme et troisieme lignes après la table.

Ibid., 18, après ces mots, Voyez les considérations sur la Chimie des végétaux par M. Riche, ajoutez : Cette maniere de considérer la combustion n'est donnée ici que pour faire connoître une des hypotheses qui expliquent ce phénomène.

## ERRATA DES TABLES.

Pag.

620, ligne 13, à l'équation, lisez à l'équateur.

15, 8<sup>e</sup> colonne, 8<sup>e</sup> nombre, 3 6 3, lisez 9 6 3.

36, effacez Wolfram | 71195 | 4 4 66 | 498 5 6 52 |, et transportez cette ligne page 37 au-dessous de Tungstene. . . . .  
| 60665 | 3 7 33 | 424 10 3 60 |.

Ibid., Table V, 6<sup>e</sup> accolade, Cobalt, lisez Manganese.

Ibid., 6<sup>e</sup> accol. effacez Cobalt fondu | 78119 | 5 0 36 | 546 13 2 45 |, et transportez cette ligne au-dessus de Safré lavé, page 37.

Ibid., Manganaise, lisez Manganese.

37, effacez La même pénétrée d'eau | 39039 | 2 4 17 | 273 4 2 68 |, et transportez cette ligne après la dernière de l'article Manganese.

43, PIERRES ARGILLEUSES OU ALUMINEUSES, lisez PIERRES MAGNÉSIENNES.

Ibid., Noms des pierres argilleuses, lisez Noms des pierres magnésiennes.

44, même correction.

46, PIERRES ARGILLEUSES OU ALUMINEUSES, lisez PIERRES CALCAIRES.

Ibid., Noms des pierres argilleuses, lisez Noms des pierres calcaires.

Ibid., effacez PIERRES CALCAIRES et Noms des pierres calcaires.

Ibid., transportez l'espece des Spaths fluors entre celle des Gypses et le titre.

47, on pourra placer les Albâtres après les Gypses et avant les Spaths fluors.

55, PIERRES DIVERSES, lisez PIERRES CALCAIRES.

Ibid., Noms des pierres, lisez Noms des pierres calcaires.

Ibid., au-dessus de la 2<sup>e</sup> accolade écrivez en titre PIERRES DIVERSES jusqu'à celui-ci : VITRIFICATIONS ARTIFICIELLES, et sur la ligne des titres : Noms des pierres.

Ibid., transportez les Spaths fluors ou Fluates de chaux après les Albâtres, page 46.

58, PIERRES CALCAIRES, lisez PORCELAINES.

Ibid., Noms des pierres calcaires, lisez Noms des porcelaines.

64, Table VI, 2<sup>e</sup> colonne, dernier nombre, 0,03820, lisez 1,03820.

67, colonne 3<sup>e</sup>, nombre 4<sup>e</sup>, 6,05, lisez 0,05.

Ibid., colonne 3<sup>e</sup>, nombre 36<sup>e</sup>, 1,14, lisez 2,14.



Pages.

*Ibid.*, pour 52 degrés du thermometre, la force expansive déduite du calcul  $= 0,12$ , lisez 6,12.

68, Table XI, ligne 3, qu'on connoît, lisez qu'on commet.

70, ligne 6 et 8, par secondes, lisez par seconde.

71, ligne 6, dans la température pour laquelle, lisez dans la température, pour laquelle.

*Ibid.*, ligne 14, de variations, lisez de variation.

72, ligne 3, 95,1251, pieds, lisez 95,1247 pieds.

## ERRATA DES ÉCLAIRCISSEMENTS.

Pag. Lig.

4, 36, sont dirigés, lisez sont dirigées.

6, 21,  $dy' = \pm \frac{B dx'}{\sqrt{(xx - B^2)}}$ , lisez  $dy' = \pm \frac{B dx}{\sqrt{(xx - B^2)}}$ .

13, 26, partiuliere, lisez particuliere.

15, indication marginale, 590 (Fig. 10), lisez 590 (Fig. 208).

31, 4,  $\frac{Di}{dn} O$ , lisez  $\frac{Di}{dn} =$ .

*Ibid.*, 5, snivant XY, lisez suivant XY.

*Ibid.*, 40, aux naissances O, lisez aux naissances.

32, 11, ler adical, lisez le radical.

*Ibid.*, pénultieme,  $\frac{1}{3}z + A$ , lisez  $\frac{1}{3}z + A$ .

*Nota.* On croit devoir indiquer les feuillets qui ont été réimprimés et cartonnés, afin que chacun puisse vérifier s'ils se trouvent tous dans son exemplaire; on les reconnoitra par une étoile qui se trouve à la marge inférieure. Ces étoiles sont aux pages 3, 49, 73, 115, 139, 181, 277, 287, 545.



---

# NOUVELLE ARCHITECTURE HYDRAULIQUE.

## SECONDE PARTIE,

CONTENANT LA DESCRIPTION DÉTAILLÉE DES MACHINES  
A FEU.

---

### *Preamble.*

1351. LES recherches dont nous nous sommes occupés jusqu'à présent offrent une suite d'idées et de raisonnements aussi curieuse par le rang qu'elle occupe dans le système de nos connoissances qu'importante par la grandeur et l'utilité de son objet. Nous y avons suivi la marche de l'esprit humain depuis les premiers phénomènes sensibles jusques aux questions les plus compliquées de l'équilibre et du mouvement, qui peuvent intéresser les arts; les signes abrégés de la langue analytique nous ont servi à consigner dans des formules les moyens, soit de retrouver ces phénomènes simples dans les effets composés, soit de déduire un effet inconnu d'une combinaison quelconque de causes données; et c'est vers ce double but que doivent se diriger et l'exposition et l'étude de toutes les sciences exactes, dont la langue sera d'autant plus parfaite qu'elle fournira plus de ressources pour y parvenir avec promptitude et facilité.

De la méthode employée dans cet ouvrage.

Les propriétés que nous avons analysées et développées sont en général indépendantes de toute application, ou plutôt sont celles qu'on rencontre par-tout où il y a équilibre ou mouvement. Si nous avons parfois anticipé sur la suite de notre

*Tome II.*

A



travail, c'a été plutôt pour donner à la théorie ou moins de difficultés ou plus d'attraits, que pour discuter à fond des matieres sur lesquelles nous nous proposons de revenir fort en détail. Il est temps d'enrichir les conceptions abstraites auxquelles nous nous sommes livrés, par la considération des objets qui sont plus immédiatement liés aux besoins ou aux agréments de la vie. Un spectacle grand et varié va s'offrir à nos regards. Les études purement spéculatives ont sans doute beaucoup de charmes, et peuvent même suffire à ceux qui n'ont d'autre but que d'entretenir ou d'exercer la sagacité ou la pénétration de leur esprit; mais combien le lustre qu'elles acquièrent est plus brillant lorsqu'on les voit prêter des secours au génie pour diriger l'industrie ! C'est alors que les arts font chérir les sciences, et que les sciences réfléchissent sur les arts l'intérêt qu'elles en ont emprunté.

Les moyens d'exécution et les principes qui leur servent de base n'ont pas toujours marché de pair; et, lorsqu'il s'est agi d'objets de nécessité première, la pratique a toujours devancé la théorie : car l'homme que le besoin sollicite, plus pressé d'agir que de raisonner, cherche à suppléer par des tâtonnements réitérés à un travail d'esprit qui souvent ne seroit qu'un tourment de plus. Ainsi on a fait usage de la machine funiculaire, des instruments de percussion et du levier, avant qu'on connût les lois de l'équilibre et celles du mouvement, et on n'a commencé à traiter la mécanique comme une *science*, que lorsque quelques individus, mus par une impulsion particulière, ont voulu expliquer ou perfectionner les pratiques en usage. Ceci fait voir qu'il ne faut pas croire sur parole ceux qui, pour donner à leurs essais une tournure philosophique, nous annoncent qu'ils vont suivre la marche des inventeurs. Une semblable marche ne seroit certainement ni la plus courte ni la plus agréable, car les inventeurs ont les premiers voyagé, sans guide, dans un pays inconnu : leurs successeurs doivent partir du même point, c'est-à-dire des premiers phénomènes sensibles; mais ils ont à abréger et à redresser la route.

Ordre à suivre dans l'exposition des inventions.

1352. Sous ce point de vue, nous nous assujettirons moins à offrir la série historique des inventions qu'à les exposer de la manière la plus propre à éclairer l'esprit et à faire saisir leur filiation naturelle et leurs rapports respectifs. Le lecteur a pu voir une application de cette méthode dans ce que nous avons déjà dit (article 645 et suiv.) sur les machines à élever l'eau. Notre objet, dans la seconde et la troisième parties, est de



donner tout le développement nécessaire aux chapitres de la première qui traitent des machines à feu, et des machines à élever l'eau, dans lesquels nous n'avons anticipé sur la partie descriptive que pour rendre la théorie plus intelligible et moins fastidieuse.

1353. Nous sommes entrés précédemment dans quelques détails sur l'ordre dans lequel nous nous proposons d'exposer la série des machines à élever l'eau. Ces détails seroient peut-être susceptibles de plusieurs développements, propres à bien faire concevoir comment toutes les combinaisons possibles des moyens qu'on emploie pour produire un pareil effet pourront réellement être comprises dans l'ordre de description que nous avons adopté. Plusieurs procédés employés pour produire, soit l'aspiration, soit le refoulement d'un fluide, semblent, par leur originalité, former une classe séparée : de ce genre sont la raréfaction de l'air par la force centrifuge, par l'élévation ou l'abaissement successifs, soit de l'eau dans un vase fixe, soit d'un vase mobile dans l'eau, le refoulement de l'eau par le poids de l'eau elle-même, par la condensation de l'air, par le ressort d'un gas quelconque, etc. : tous ces moyens ne nous fourniront néanmoins aucune exception dans la série d'exposition que nous avons adoptée. Mais comme cette assertion sera prouvée par le fait dans la troisième partie de cet ouvrage, il est inutile de donner ici des explications qui, à l'inconvénient d'être inutiles, joindroient celui de ne pouvoir être senties qu'imparfaitement.

1354. Nous nous étions proposé d'abord de faire précéder la description des machines à feu par celle des machines à élever l'eau; mais des réflexions subséquentes nous ont fait changer de résolution, et nous nous sommes déterminés à suivre la marche inverse. Ce changement est motivé par les raisons réunies, et de l'exposition la plus méthodique, et de la plus grande utilité de ceux à qui cet ouvrage est destiné. L'élévation de l'eau se réduisant à surmonter une résistance, il étoit naturel de faire précéder son exposition par une connoissance détaillée des moteurs qu'on emploie pour vaincre des résistances. La première partie de l'*Architecture hydraulique*, qui offre la théorie des fluides et celle de la force des hommes et des animaux, est terminée par des détails sur la force expansive de la vapeur, qui font desirer une connoissance des machines que cette vapeur

Motifs de quelques changements faits à l'ordre que l'auteur s'étoit d'abord proposé de suivre.



met en mouvement plus étendue que celle qu'on y a jointe provisoirement. Il étoit donc naturel de lier la description de ces machines aux principes généraux qui s'y rapportent, plutôt que de mettre un volume entier entre des objets de même nature. D'un autre côté, l'essor que l'agriculture, les manufactures et le commerce sont disposés à prendre, appellent de toute part l'usage des machines à feu ; et c'étoit une raison de plus pour hâter la publication de ce qui les concerne.

1355. Les dernières perfections ajoutées aux machines à feu devant désormais déterminer les constructeurs à n'employer que celles à double effet, jusqu'à ce que l'art ait fait de nouveaux progrès, la connoissance des divers mécanismes qui ont précédé les découvertes récentes semble ne devoir plus être considérée que comme un objet d'érudition lié à l'histoire de l'esprit humain. Sous ce point de vue, nous aurions pu nous contenter de ce que nous avons dit, à la fin de la première partie, sur la machine de *Newcomen*, et sur celle apportée à Paris, en 1780, par MM. Perrier, et employée aux pompes de *Chaillot* et du *Gros-Cailou*, pour la dernière fois, selon toute apparence. Cependant, comme le meilleur moyen de développer l'esprit d'invention est d'exercer l'esprit à comparer, les productions de ce genre ne pouvant être que de nouveaux rapprochements d'idées, nous n'avons pas cru devoir supprimer les détails sur les machines anciennes ; mais, pour concilier la précision avec l'objet d'utilité dont nous parlons, nous avons placé ces détails de manière qu'ils servent principalement à faire connoître les relations entre les inventions successives, et à faire sentir les avantages de celles auxquelles on a donné la préférence.

Les machines à double effet forment donc ici l'objet principal ; les anciennes machines n'y sont traitées que comme objets accessoires ; et néanmoins nous donnons plus de choses sur ce qui les concerne qu'on n'en trouve dans aucun ouvrage publié jusqu'à présent. Il nous auroit été impossible, eu égard aux bornes dans lesquelles nous devons circonscrire l'étendue de cet ouvrage, d'en parler avec autant de développement que nous l'avons fait des seules machines actuellement proposables ; car le desir de ne laisser à dire que le moins possible sur une matière aussi intéressante ayant exigé un grand nombre de planches et une étendue analogue dans le discours, on ne pouvoit y réunir les anciennes machines avec les mêmes détails



qu'en grossissant considérablement un livre qui sans cela sera déjà assez volumineux.

1356. Ce qu'il y a d'assez remarquable dans la relation des mécanismes anciens au nouveau, c'est que les premiers peuvent être considérés comme des cas particuliers du dernier. En cela on doit reconnoître la marche de l'esprit humain, qui commence par les idées isolées avant de passer aux notions générales. On verra qu'une machine à double effet, disposée convenablement, peut, avec de légères modifications dont son mécanisme la rend susceptible à volonté, être employée et comme machine de *Newcomen* et comme machine de l'espece de celles de *Chaillot*.

1357. Tout ce que nous allons dire sur les machines à feu peut être considéré comme présentant trois divisions principales. La première contient les détails des expériences et des appareils employés pour la détermination de la force expansive de la vapeur, et quelques usages utiles auxquels les résultats de ces expériences peuvent être employés dans la physique et dans les arts. La seconde traite de deux systèmes de machine à feu à double effet, où nous avons tâché de réunir les diverses variations dont la combinaison de ces machines est susceptible, et auxquels nous avons joint la description détaillée de la machine de *Newcomen* et de celles construites, depuis 1780, à *Chaillot* et au *Gros-Cailou*: enfin la troisième offre des détails particuliers sur les principales pièces nécessaires à ceux qui voudront construire des machines à feu, et les principes dont on a besoin pour calculer leurs dimensions et leurs effets.

Trois divisions principales des objets de description et de discussion relatifs aux pompes à feu.

*Description des appareils employés pour la détermination de la force expansive de la vapeur de l'eau.*

1358. Lorsque M. de Betancourt entreprit ses expériences sur la force expansive de la vapeur de l'eau et de l'esprit-de-vin, dont nous avons parlé dans la première partie de cet ouvrage, il ne pensoit pas qu'aucun physicien se fût avant lui occupé de recherches semblables. Son travail étoit fini et ses résultats obtenus, quand M. Hoyer, ingénieur danois, nous parla d'un ouvrage de M. Jean Henri Ziegler sur le digesteur de Papin, dans lequel ce physicien décrivoit les épreuves qu'il avoit faites sur les forces expansives des vapeurs de différents fluides, dont il avoit formé des tables. Nous fîmes part de cet avis à M. de Betancourt, qui, étant parvenu, après bien des re-

Des expériences faites sur la force expansive de la vapeur de l'eau avant 1788.



cherches, à se procurer l'ouvrage de M. Ziegler, s'assura que son travail différoit absolument de celui de ce physicien, tant par les appareils employés aux expériences (voyez la note) que par les résultats mêmes de ces expériences (\*). En effet M. de Betancourt a opéré dans le vuide, et M. Ziegler a échauffé en même temps l'eau et l'air contenus dans un vase clos; et la force expansive résultante de ce mélange n'est point la même, à égale

(\*) Nous croyons, pour la gloire de M. Ziegler, pour celle de M. de Betancourt, et afin que le public soit plus en état de juger de leurs travaux respectifs, devoir donner ici une idée de l'appareil employé par M. Ziegler.

Son Mémoire, publié à Basle en 1769, a pour titre: *Specimen physico-chemicum de digestore Papini, ejus structura, effectu et usu, primitias experimentorum novorum circa fluidorum a calore rarefactionem et vaporum elasticitatem exhibens.*

Son instrument est une espece de marmite de cuivre A, A, (fig. 210) étamée ou argentée en dedans: cette marmite est renforcée par plusieurs cercles de fer B, B, B, capables de la faire résister à l'effort de la vapeur intérieure; elle est fermée par un couvercle de fer C, C; des vis *c, c, c*, passent à travers des trous *b, b, b*, pratiqués à des parties saillantes du couvercle, et viennent se visser dans des écrous *a, a, a*, taraudés dans un cercle de fer B, afin de presser fortement ce couvercle contre la partie supérieure de la marmite.

Le couvercle C cache et couvre un autre couvercle ou bouchon intérieur BB (fig. 211), qui s'emboîte parfaitement dans la partie supérieure de la marmite. Ce bouchon, qui est de cuivre, est étamé ou argenté à sa partie inférieure. Il doit, lorsqu'il est pressé par le couvercle C au moyen des vis *c, c, c*, fermer assez exactement l'ouverture supérieure de la marmite pour empêcher la sortie de la vapeur.

Le bouchon (fig. 211) a deux ouvertures, l'une en D, l'autre en E; à cette dernière est soudé un cylindre de cuivre fermé à sa partie inférieure et étamé ou argenté extérieurement, dans lequel on place le thermometre FF, qui doit indiquer la température de la vapeur. On met dans ce cylindre de l'eau, de l'huile, de la graisse, du mercure, du plomb, etc., ou une composition métallique de 5 parties de bismuth, 3 d'étain et 2 de plomb. Ces substances doivent servir de *bain-marie* à la boule du thermometre: leur choix dépend de la température qu'elles doivent éprouver.

On fait passer par le trou D l'*élatérometre*, ou l'instrument qui sert à mesurer le degré de force expansive de la vapeur.

L'*élatérometre* est composé d'une bouteille de verre G, qui doit contenir un liquide; celui dont M. Ziegler s'est le plus constamment servi est le mercure; il a cependant quelquefois employé l'eau: un tube de fer *ddcc* est plongé dans cette bouteille, et dans ce tube de fer est enchâssé un tube de verre *ff*.

La bouteille G est disposée de maniere que la vapeur est en contact avec la surface supérieure du fluide qu'elle contient, presse cette surface, et fait monter le fluide dans le tube de verre jusqu'à ce qu'il y ait équilibre en-



température, que celle de la vapeur seule de l'eau. M. Ziegler a, à la vérité, fait des épreuves sur de l'eau purgée d'air; mais cette eau ainsi purgée n'étoit point renfermée dans un vase qui fût lui-même vide d'air, et ne lui a pas fourni, ainsi qu'il le dit lui-même, des résultats nouveaux. *Aqua aere purgata, quoad sensibiles rarefactionis effectus, ab aqua communi non differt.* (Specimen physico-chemicum de digestore Papini, etc., pag. 41.)

tre la pression de la vapeur et la pesanteur de la colonne fluide de l'*élatéromètre*.

Pour empêcher que la vapeur ne puisse sortir par l'ouverture D, dans laquelle passe le tube de fer, M. Ziegler a soudé, sur le couvercle, une vis (fig. 212) percée dans son milieu d'un trou cylindrique, qui livre passage au tube de fer: un écrou (fig. 213) s'adapte très exactement à la vis (fig. 212); cet écrou (fig. 213) est terminé par une tête quarrée, afin qu'on puisse le serrer avec une clef, laquelle tête est aussi percée d'un trou cylindrique pour faire continuation avec celui de la vis. On met, au-dessus de la vis, une rondelle de plomb, qui, comprimée par la partie inférieure de la tête quarrée de l'écrou, intercepte le passage de la vapeur.

Lorsque l'écrou (fig. 213) est posé et serré sur la vis (fig. 212), et que le tube de fer est ajusté dans la bouteille G, on soude le tube de fer à la tête de l'écrou avec de la soudure forte; ensuite on mastique la jonction du tube de verre *ff* et du tube de fer *cc* avec de la cire d'Espagne.

Tels sont la description et l'usage de l'instrument que M. Ziegler appelle *élatéromètre*: mais lorsque la force expansive est trop grande pour être mesurée par cet instrument, il se sert de la machine *EddfFg* (fig. 210), qu'il nomme *élatéromètre mécanique*, pour le distinguer du premier, qu'il appelle *élatéromètre physique*.

L'*élatéromètre mécanique* est composé de deux petits supports verticaux *d, d*, l'un immobile et fixé sur le couvercle supérieur C, l'autre mobile et posé en E, sur une valvule ou espece de soupape (fig. 214), dont la tige se place dans le trou cylindrique de la vis (fig. 212) et le bouche avec exactitude. Un levier *Ff* (fig. 210) a son axe à l'extrémité du support immobile: ce levier porte un poids fixe *g* à l'extrémité d'une de ses branches: l'autre branche porte un poids mobile V, qui sert à déterminer, par sa distance à l'axe de rotation, l'effort que fait la vapeur sur la soupape E, lequel effort tend à enlever le support mobile *d*, en même temps que la soupape.

La valvule ou soupape E (fig. 214) est fermée d'un morceau de cuivre conique, terminé à sa partie supérieure par une tête plate. Cette piece doit être extrêmement régulière, parfaitement polie, et entrer avec une grande justesse dans le trou conique fait à la vis (fig. 212). M. Ziegler met du carton entre la tête de la valvule et la partie supérieure de la vis.

La figure 215 présente une autre disposition pour fermer un vase dans lequel on voudroit mettre un fluide en vaporisation sans que la vapeur eût aucune issue pour sortir de ce vase.

La figure 216 offre la forme la plus simple qu'on puisse donner à un vase



1359. J'ai cru, pour l'histoire de la science et pour rendre à M. Ziegler sa justice qui lui est due, devoir parler ici de ses expériences. Ce physicien, aussi recommandable par sa modestie que par la science, vit à Wintrethour en Suisse : les recherches qu'il a déjà publiées ne peuvent que faire augurer très avantageusement des services qu'il peut encore rendre à la physique et à la mécanique, en appliquant aux découvertes récentes la pénétration et la sagacité dont il a déjà donné tant de preuves.

Description  
de l'appareil  
de M. de Be-  
tancourt.

1360. Revenons aux expériences de M. de Betancourt. Nous avons déjà donné (1322) une idée de l'appareil qu'il a employé pour évaluer la force expansive de l'eau et de l'esprit de vin. Mais cet exposé préliminaire, très propre à éclaircir la théorie que nous avions alors en vue, est insuffisant pour guider ceux qui voudroient répéter les expériences. Il est essentiel, à cause de la grande importance des résultats, que nous entrions ici dans un plus grand détail (\*): et cependant, avant de lire ce qui suit, il sera bon de revoir tout ce que nous avons dit depuis l'art. 1309 jusqu'à l'article 1328.

1361. La fig. (219) représente la vue perspective de tout l'appareil. A est une chaudière de cuivre qui a huit pouces dans son plus grand diamètre, quatorze de hauteur et un peu

---

destiné à un semblable usage lorsqu'on veut faire des expériences très en petit.

Enfin M. Ziegler, depuis la publication de son mémoire, a imaginé une nouvelle manière de fermer sa marmite, dont le profil, représenté par la fig. 217, peut donner une idée.

AB est une partie du corps ou cylindre de la marmite.

Cc est un renforcement de la partie supérieure du cylindre ; l'anneau c doit être de cuivre : C peut être de cuivre ou de fer, et doit être assez saillant pour donner prise au crochet de fer j K L.

DE est une partie du plateau du couvercle.

f, g, deux cercles de renforcement.

j K L est le crochet qui, au moyen de la vis M, pressant le coussinet ou pièce de renforcement H, serre le couvercle DE contre la marmite AB.

On doit employer 3, 4 ou 6 de ces crochets selon la grandeur de la marmite.

La figure 218 représente une vis destinée à fermer une ouverture pratiquée au couvercle de la marmite, par laquelle, sans ôter les crochets, on peut ou introduire ou vider une liqueur, et qui peut servir ainsi à placer une soupape, un tube de thermomètre, etc.

(\*) Ces détails sont tirés d'un mémoire publié par M. de Betancourt à la fin de 1790.

plus



plus d'une ligne d'épaisseur. La partie supérieure est fermée par un couvercle XZ aussi de cuivre, au travers duquel passent les trois tuyaux B, C, D: le premier B sert à introduire l'eau dans la chaudiere, et se ferme exactement avec un bouchon à vis et à tête quarrée qui se tourne avec une clef; le second C est traversé par un thermometre, dont la boule E doit être à environ deux pouces au-dessus du fond de la chaudiere, et dont la graduation, placée extérieurement, s'étend depuis 0 jusqu'à 110 degrés de l'échelle de Réaumur. On adapte au troisieme tuyau D un tube barométrique DFGH de verre, dont la branche GH a 110 pouces de longueur et deux lignes de diametre intérieur: le tube doit être fixé à un madrier MM, qui lui-même est attaché à la planche LK. L'échelle RS est divisée en pouces, dixiemes et vingtiemes de pouce, et peut glisser librement dans le sens vertical. La chaudiere A est, comme on voit, soutenue par un trépied *tt*, vissé sur la planche KL, et posée au-dessus du fourneau P; une machine pneumatique TV, qui communique avec la chaudiere au moyen d'un tuyau de plomb YW, sert à y faire le vide.

Nous venons de décrire l'appareil perfectionné dont il est parlé à la fin de l'art. 1322, et qui dispense d'ajouter à la différence de niveau du mercure dans les branches FM et HG, la hauteur du mercure dans un barometre ordinaire placé à côté de l'instrument.

1362. M. de Betancourt a eu beaucoup de peine à empêcher que sa chaudiere ne livrat passage, soit à l'air extérieur, soit à la vapeur intérieure, dans les différentes circonstances où la pression de l'un de ces gas l'emportoit de beaucoup sur celle de l'autre. Il a tenté inutilement de fermer à vis le couvercle de sa chaudiere, ou de la souder à l'étain: il s'est apperçu dans ce dernier cas que l'étain donnoit, sous une certaine pression, passage à la vapeur, à travers ses pores dilatés, et il l'a reconnu en versant de la cire sur la partie supérieure de la chaudiere. Enfin, après plusieurs essais, il a été obligé d'employer une chaudiere entièrement soudée à la soudure forte, qui lui a parfaitement réussi.

1363. La construction de la chaudiere étant achevée, il restoit encore une grande difficulté qui étoit de pouvoir fermer les unions entre les tubes de verre et les tuyaux de cuivre à travers lesquels ils passoient. M. de Betancourt, après avoir eu inutilement recours à différents expédients, a employé avec succès celui que nous allons décrire.

AB (fig. 220.) représente le couvercle de la chaudiere, CD



est une piece de cuivre qui se visse dans ce couvercle, et, pour qu'elle ferme parfaitement le trou dans lequel elle se visse, il faut mettre, au-dessous de la base, un peu de filasse enduite de lut gras, après quoi on la serre avec une clef. Cette piece est percée, dans le milieu, pour recevoir soit le barometre soit le thermometre, représentés par EF; et la partie supérieure est creusée en entonnoir pour recevoir la filasse II, qui se serre très fortement contre le tube, au moyen de l'écrou GH.

Ce moyen réunit à l'avantage de la simplicité celui de donner la plus grande facilité pour remplacer un tube qui se casseroit par quelque accident. Si, dans le cours de l'expérience, on s'apperçoit que la vapeur s'échappe, on y remédie, sur-le-champ, en serrant davantage les écrous avec la clef.

1364. On emploiera, pour bien purger d'air le tube barométrique FGH, les précautions usitées ordinairement; on fera bouillir le mercure dans toute la longueur de ce tube, conformément à la méthode de M. Deluc. M. de Betancourt est parvenu à faire un vide si parfait, que le mercure se soutenoit à la même hauteur que dans le barometre ordinaire, quoique la branche GH eût (fig. 219) 110 pouces de longueur. On voit à ce tube un renflement en M près de la partie inférieure G; la paroi intérieure est disposée, en cet endroit, en forme de récipient assez vaste pour pouvoir fournir à l'ascension du mercure dans la branche GH, sans que ce fluide puisse parvenir à la partie inférieure de la branche GF.

1365. Les degrés de chaleur ont été mesurés avec un thermometre de mercure, divisé avec grand soin, suivant la méthode de M. de Réaumur, et dont la distance entre les divisions étoit d'environ trois lignes. Les degrés de la glace et de l'eau bouillante ont été déterminés exactement, le barometre étant à 28 pouces.

Nous allons, à présent, donner quelques détails sur la maniere dont les expériences ont été faites.

*Détails sur la maniere dont on a fait les expériences.*

Comment on  
fait le vide dans  
la chaudiere.

1366. Lorsqu'on veut mettre la vapeur d'un fluide en expérience, on fait le vide avec la machine pneumatique. Cette machine est ordinairement garnie de son éprouvette; mais, dans cette circonstance, le tube FGH peut et doit en servir, et l'on continuera à faire mouvoir les crémailleres, jusqu'à ce que la différence de niveau du mercure dans les branches FH



et GH ne puisse plus diminuer. Il reste ordinairement une colonne de quelques lignes, qui est due, 1°. à l'air très rare qui reste dans la chaudière, 2°. à la vaporisation de l'eau, qui a lieu, à la moindre température, lorsque la surface de ce fluide n'est plus coërcée que par une très petite pression. Le vide étant fait autant qu'il est possible, on environne la chaudière de glace, et ordinairement le mercure s'approche de son niveau, ce qu'il faut attribuer à la condensation, tant de l'air que de la vapeur, opérée par l'abaissement de la température. M. de Betancourt, dans une de ses expériences, l'a fait ainsi baisser de trois lignes sur dix.

Température  
initiale de  
l'eau.

Dès que le thermomètre est baissé jusqu'à zéro, ou à très peu près, on retire la glace et on met le feu sous la chaudière, qu'on règle de manière à faire parcourir au thermomètre un degré au plus par minute: si on veut changer cette vitesse, il faut la diminuer et non pas l'augmenter. M. de Betancourt, dans la dernière expérience de la table ci-après (1368), faisoit marcher le thermomètre d'un degré environ dans deux minutes: à mesure que le thermomètre arrive à une division, on observe la division correspondante du tube barométrique, en commençant par zéro, c'est-à-dire sans avoir égard à la petite colonne initiale, et on tient registre des observations simultanées.

Observations  
correspon-  
dantes du barome-  
tre et du ther-  
momètre.

Un seul observateur peut, avec de l'adresse et de l'agilité, faire à-la-fois les observations de la température et de la pression; mais il est beaucoup plus sûr et plus commode d'employer deux observateurs, dont l'un soit au thermomètre et l'autre au tube barométrique.

1367. M. de Betancourt n'a éprouvé la force expansive que depuis la température de la glace. « Il seroit sans doute très « intéressant, dit-il, de connoître la force expansive due à la « vaporisation qui peut avoir lieu dans le vide, au-dessous du « terme de la glace, mais les expériences nécessaires pour ac- « quérir cette connoissance présentent de grands obstacles. On « ne peut pas faire le vide assez exactement pour qu'il ne reste « pas dans le vase une petite portion d'air qui exerce sa pres- « sion sur l'eau. Quelque foible que soit cette pression, il est « possible qu'elle suffise pour empêcher la vaporisation, qui, « dans les termes au-dessous de la glace, doit être coërcée ou « arrêtée par la plus petite puissance. En supposant même que « l'air dilaté qui reste ne presse point assez pour empêcher la « vaporisation, la mesure de la force expansive de la vapeur

De la force  
expansive à  
une tempéra-  
ture au-des-  
sous de la  
glace.



« sera sujette à deux sources d'erreurs, savoir, 1°. l'incertitude  
 « de la vraie température due à cette force expansive, puisque  
 « l'eau étant antérieurement pressée par l'air, sa vaporisation, à  
 « un degré donné du thermometre, n'est pas la même que s'il n'y  
 « avoit pas de pression antérieure; 2°. l'incertitude de la mesure  
 « de cette force expansive elle-même, la hauteur du barometre  
 « étant le résultat de l'action combinée de l'air renfermé et du  
 « gas aqueux. Le ressort de l'air ne peut point ici, comme dans  
 « les températures au-dessus de zéro, être négligé à l'égard de  
 « celui de la vapeur, car au-dessous de zéro il peut l'égaliser et  
 « même le surpasser. »

De la force  
 expansive ap-  
 parente, en  
 remplissant la  
 chaudiere de  
 différentes  
 quantités  
 d'eau.

1368. On a mis, dans diverses expériences, différentes quan-  
 tités d'eau dans la chaudiere; elle en a contenu successive-  
 ment de quoi occuper  $\frac{1}{20}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{3}{4}$  de sa capacité: il est résulté  
 de là des variations remarquables dans les résultats; avant de  
 les expliquer nous allons d'abord offrir la table des experien-  
 ces.

*TABLE pour connoître la force expansive apparente de la vapeur  
 de l'eau, à différentes températures, mesurées sur le thermo-  
 metre de Réaumur, et en remplissant un même vase de dif-  
 férentes quantités d'eau.*

1	2	3	4	5
DEGRÉS du thermo- metre.	HAUTEURS du barometre en 100 <sup>es</sup> de pouce, l'eau occupant les portions, ci-dessous, de la capacité de la chau- diere, savoir :			
	un vingtieme.	un quart.	un demi.	trois quarts.
0	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,09	0,10	0,05	0,02
10	0,15	0,27	0,17	0,15
15	0,28	0,45	0,35	0,35
20	0,47	0,75	0,62	0,65
25	0,82	1,00	1,00	1,05
30	1,25	1,52	1,50	1,52
35	1,85	2,15	2,12	2,15
40	2,70	2,97	2,90	2,92
45	3,75	4,10	4,00	3,95
50	5,75	5,60	5,50	5,35
55	8,30	7,80	7,55	7,32



*SUITE de la Table de la force expansive apparente de la vapeur de l'eau, etc.*

1	2	3	4	5
DEGRÉS du thermo- metre.	HAUTEUR du barometre en 100 <sup>es</sup> de pouce, l'eau occupant les portions, ci-dessous, de la capacité de la chau- diere, savoir :			
	un vingtieme.	un quart.	un demi.	trois quarts.
60	11,40	10,35	10,10	9,95
65	15,30	13,70	13,25	13,20
70	19,50	17,50	17,50	16,90
75	24,80	22,80	22,35	21,75
80	31,40	29,00	28,60	28,00
85	39,90	37,70	37,00	36,45
90	49,70	47,80	47,20	46,40
95	61,20	59,20	58,20	57,80
100	75,00	73,00	72,40	71,80
105	89,00	85,80	84,90	86,80
110	102,50	99,00	98,00	98,00

1369. On voit qu'à 80 degrés de chaleur, température à laquelle la force expansive de la vapeur doit faire équilibre au poids de l'atmosphère, ou à une colonne de mercure de 28 pouces, la seconde colonne de la table donne 31,40 pouces; la 3<sup>e</sup>, 29 pouces, la 4<sup>e</sup>, 28,6, et la 5<sup>e</sup>, 28 pouces, cette dernière étant la seule qui donne la vraie force expansive. En général, à compter du 50<sup>e</sup> degré de la température, ou de la pression due à une colonne de mercure d'environ 5 pouces, les 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> colonnes de la table offrent des valeurs qui excèdent d'autant plus la véritable force expansive, présentée par la 5<sup>e</sup> colonne de la table, que le volume d'eau contenu dans la chaudière étoit moindre.

Pour expliquer ces variations, il faut observer que, lors des expériences de la 2<sup>e</sup> colonne de la table, la boule du thermomètre ne plongeait point dans l'eau et étoit échauffée par la vapeur seulement: pendant les expériences de la 3<sup>e</sup> colonne, elle étoit à moitié plongée dans l'eau, et enfin elle n'a été entièrement submergée que pendant les expériences des 4<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup> colonnes de la table. De plus le vide s'est fait d'autant plus exac-



tement, qu'il y avoit une plus grande quantité d'eau dans la chaudiere, ayant été poussé jusqu'à 5 lignes pour la 4<sup>e</sup> colonne de la table, et à 4  $\frac{1}{2}$  lignes pour la 5<sup>e</sup>. D'après cela, on concevra facilement que la boule du thermometre devant employer un certain temps à acquérir et à indiquer la chaleur du milieu dans lequel elle est plongée, il est possible que ce temps soit plus long pour la vapeur que pour l'eau; mais il n'en est pas de même de l'action mécanique de la vapeur sur le mercure du barometre, qui, à quelques petits frottements près, qu'elle a à vaincre, doit produire sur-le-champ l'ascension due à la force expansive. Ainsi, on peut mettre en fait que le mercure monte dans le tube barométrique, avant que le thermometre indique la chaleur qui occasionne cette ascension, et, de plus, la série des expériences doit faire conclure que la vapeur ralentit davantage la marche du thermometre que l'eau. En effet, en prenant pour terme de comparaison la 5<sup>e</sup> colonne de la table (qui, contenant dans la série de ses nombres des résultats dont on est sûr par d'autres expériences, doit donner la vérité, ou en approcher le plus), on voit que les autres colonnes tendent à coïncider d'autant plus exactement avec elle, que la boule du thermometre participoit plus de la chaleur de l'eau; ensorte qu'en ayant égard à la moindre rapidité avec laquelle la vapeur communique la chaleur et faisant les corrections qui y sont relatives, la table ainsi corrigée donneroit par-tout le même résultat. Les petites différences entre les 4<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup> colonnes doivent être attribuées, au moins en grande partie, au plus ou moins de perfection avec laquelle on a pu faire le vide, dans les deux cas, et qui a dû aussi avoir une certaine influence sur les résultats des 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> colonnes.

Conclusions  
à tirer des ex-  
périences sur  
la force expan-  
sive de la va-  
peur de l'eau.

1370. M. de Betancourt conclut des expériences et des raisonnements précédents, 1<sup>o</sup>. que la vapeur a le même degré de chaleur que l'eau d'où elle se dégage; 2<sup>o</sup>. que la pression de l'air et celle de la vapeur influent de la même manière sur les degrés de chaleur que l'eau peut recevoir à une pression déterminée; 3<sup>o</sup>. qu'il y a une relation et une dépendance mutuelle entre la température et la pression de la vapeur, telle que la même pression doit toujours correspondre à la même température, et réciproquement, quelle que soit l'étendue du vase dans lequel se fait la vaporisation. Tout ces résultats sont conformes à la théorie que nous avons donnée dans la première partie de cet ouvrage, et s'en déduisent immédiatement.

Accords en-  
tre les résultats  
calculés et  
ceux déduits  
des expér.

1371. Après avoir appliqué à ses expériences les formules



déduites de notre méthode d'interpolation (\*), M. de Betancourt rend raison des légères différences qu'on trouve entre le calcul et l'expérience, dont les principales viennent de l'im-

(\*) L'académie des sciences, à qui nous avons présenté cette méthode d'interpolation, l'a jugée digne d'être imprimée parmi les mémoires des savants étrangers. Nous avons pensé que plusieurs lecteurs la verroient ici avec quelque intérêt, et nous allons en donner une exposition, qui, quoiqu'abrégée, sera néanmoins très suffisante pour ceux qui ont quelques notions d'analyse; d'ailleurs les formules ci-après, que nous donnons toutes calculées depuis trois jusqu'à six observations, suffiront pour un très grand nombre de cas dans la pratique.

Il n'est pas inutile de dire que la méthode qu'on va voir paroît s'adapter principalement aux expériences sur les fluides élastiques. Il est très naturel de penser que chaque méthode d'interpolation doit avoir une certaine classe de phénomènes à laquelle elle est plus propre qu'à une autre: et en effet les diverses lois de la nature supposent nécessairement diverses formes particulieres de fonctions analytiques, avec lesquelles elles ont un accord plus ou moins parfait.

Soient trois observations.....  $a, \quad b, \quad c,$   
correspondantes aux valeurs de  $x$ .....  $0, \quad x', \quad 2x'.$

Il s'agit de déterminer une équation de la forme

$$y = M\beta^x + \omega,$$

qui satisfasse aux valeurs qu'on vient de donner, c'est-à-dire telle qu'en faisant successivement  $y=a, y=b, y=c$ , on ait

$$a = M + \omega,$$

$$b = M\beta^{x'} + \omega,$$

$$c = M\beta^{2x'} + \omega.$$

Tirant de ces équations les valeurs de  $\beta$ ,  $M$  et  $\omega$ , on a

$$\beta = \left(\frac{b-c}{a-b}\right)^{\frac{1}{x'}},$$

$$M = \frac{a-b}{1-\beta^{x'}} = \frac{(a-b)^2}{a-2b+c},$$

$$\omega = a - M = \frac{ac-b^2}{a-2b+c}.$$

Lorsque la valeur de  $\beta^{x'}$  ou celle de  $\frac{b-c}{a-b}$  sera négative, il y aura une infinité de valeurs de  $x$  qui rendront  $\beta^x$  imaginaire; et, en faisant  $\beta^x = \beta^{nx'}$ , ce cas aura lieu toutes les fois que  $n$  sera une fraction réduite à sa plus simple expression, dont le dénominateur sera un nombre pair. Pour obvier à cet inconvénient et rendre l'équation  $y = M\beta^x + \omega$  propre à satisfaire

*Nota.* Les recherches expérimentales et analytiques, qu'on trouve art. (1505 et suivants), n'ont été écrites que plusieurs années après l'impression de la note ci à côté, ce qui tient aux retards qu'a éprouvés la publication de cet ouvrage: elles offrent la théorie de ma méthode d'interpolation présentée d'une manière beaucoup plus générale et avec plus de développement que je ne le fais ici, et en outre plusieurs applications que je n'ai données nulle part dans cet ouvrage. Je n'ai cependant pas cru devoir supprimer cette note, parcequ'elle contient une manière de présenter la théorie des suites récurrentes, et d'autres détails qui pourront intéresser quelques lecteurs.



perfection dans la division des échelles: il en conclut que les résultats déduits des formules doivent être regardés comme ceux qui auroient dû être donnés par les expériences, suppo-

aux valeurs données de  $y$ , sans être obligé de considérer  $\beta^x$  comme négatif, on multipliera le terme  $\beta^x$  par cosinus  $\left(\frac{x\pi}{x'}\right)$   $\pi$  étant la demi-circonférence; et on aura l'équation

$$y = M\beta^x \cos. \left(\frac{x\pi}{x'}\right) + \omega,$$

qui, en faisant  $x=0$ ,  $x=x'$ ,  $x=2x'$ , donne

$$a = M + \omega,$$

$$b = -M\beta^{x'} + \omega,$$

$$c = M\beta^{2x'} + \omega,$$

et satisfait aux valeurs données de  $y$  sans qu'on soit obligé d'avoir égard au signe de  $\beta^{x'}$  lorsqu'on élève cette quantité à la puissance  $n$ : c'est le signe du facteur  $\cos. \left(\frac{x\pi}{x'}\right)$ , qui détermine celui de  $\beta^x$ , et un pareil facteur peut toujours être censé sous-entendu dans toute progression géométrique dont les signes des termes sont alternatifs, lorsqu'on veut lier ces termes par la loi de continuité.

Soient quatre observations . . . . .  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  
correspondantes aux valeurs de  $x$  . . . . .  $0$ ,  $x'$ ,  $2x'$ ,  $3x'$ .

Et proposons-nous de trouver une équation de la forme

$$y = M\beta^x + N\gamma^x$$

qui satisfasse aux observations données, c'est-à-dire telle qu'en faisant  $y=a$ ,  $y=b$ ,  $y=c$ ,  $y=d$ , on ait

$$a = M + N,$$

$$b = M\beta^{x'} + N\gamma^{x'},$$

$$c = M\beta^{2x'} + N\gamma^{2x'},$$

$$d = M\beta^{3x'} + N\gamma^{3x'}.$$

Eliminant  $N$  de ces équations, on a

$$a\gamma^{x'} - b = M\gamma^{x'} - M\beta^{x'},$$

$$b\gamma^{x'} - c = M\gamma^{x'}\beta^{x'} - M\beta^{2x'},$$

$$c\gamma^{x'} - d = M\gamma^{x'}\beta^{2x'} - M\beta^{3x'}.$$

Les seconds membres de ces équations forment une progression géométrique.



sées parfaites, et que toutes les fois qu'on voudra faire quelque usage de la force expansive de la vapeur à différents degrés de température, on doit préférer les résultats du calcul à ceux de l'expérience.

trique dont  $\beta^{x'}$  est la raison : on peut donc former les équations suivantes entre les premiers membres :

$$a\beta^{x'}\gamma^{x'} - b\beta^{x'} = b\gamma^{x'} - c, \text{ ou } c = (\beta^{x'} + \gamma^{x'})b - a\beta^{x'}\gamma^{x'};$$

$$b\beta^{x'}\gamma^{x'} - c\beta^{x'} = c\gamma^{x'} - d, \text{ ou } d = (\beta^{x'} + \gamma^{x'})c - b\beta^{x'}\gamma^{x'}.$$

On voit par ces valeurs que les quantités  $a, b, c, d$  doivent faire partie d'une suite récurrente, dont l'échelle de relation est composée des quantités  $\beta^{x'} + \gamma^{x'}$  et  $-\beta^{x'}\gamma^{x'}$ . Faisons  $\beta^{x'} + \gamma^{x'} = \rho$ , et  $\beta^{x'}\gamma^{x'} = \sigma$ , nous aurons

$$c - \rho b + \sigma a = 0,$$

$$d - \rho c + \sigma b = 0;$$

d'où on tirera  $\rho = \frac{ad - bc}{ac - b^2}, \text{ et } \sigma = \frac{bd - c^2}{ac - b^2}.$

Les valeurs de  $\rho$  et  $\sigma$  étant calculées, on cherchera les facteurs du polynome du second degré

$$1 - \rho z + \sigma z^2.$$

Soient  $p$  et  $q$  ces facteurs, c'est-à-dire supposons qu'on ait

$$1 - \rho z + \sigma z^2 = (1 - pz)(1 - qz),$$

on en conclura

$$\beta^{x'} = p, \gamma^{x'} = q; \text{ d'où } \beta = p^{\frac{1}{x'}}, \text{ et } \gamma = q^{\frac{1}{x'}},$$

ce qui dérive évidemment de la théorie des équations.

On aura ensuite  $M = \frac{b - a\gamma^{x'}}{\beta^{x'} - \gamma^{x'}},$

$$N = a - M = \frac{b - a\beta^{x'}}{\gamma^{x'} - \beta^{x'}}.$$

Lorsqu'on aura une valeur négative pour  $\beta^{x'}$  ou  $\gamma^{x'}$ , il faudra, conformément à ce qui est dit précédemment, multiplier les termes correspondants de la formule par  $\cos\left(\frac{\pi x}{x'}\right)$ , et regarder les quantités  $\beta^{x'}$  et  $\gamma^{x'}$  comme positives.

Dans le cas où on auroit  $p = q$ , il faudroit, au lieu de  $\gamma = M\beta^x + N\gamma^x$ , écrire

$$\gamma = M\beta^x + Nx\gamma^x,$$



Courbes qui  
présentent ces  
résultats.

1372. La fig. ( 221 ) offre deux courbes ponctuées, dont les abscisses représentent les températures, et dont les ordonnées respectives représentent les forces expansives, données par l'ex-

l'équation  $\beta = p^{\frac{1}{x'}}$  subsistant toujours. On fera ensuite successivement  $x = 0$  et  $x = x'$ ; ce qui donnera

$$M = a, \text{ et } N = \frac{b - a\beta^{x'}}{x'\beta^{x'}}$$

Voyez l'Introduction à l'Analyse des infiniment petits d'Euler.

Mais, si les facteurs  $1 - pz$  et  $1 - qz$  sont imaginaires, l'équation générale doit encore s'énoncer autrement, et il faut l'écrire de la manière suivante :

$$y = \frac{\sin. [(x+1)\varphi]}{\sin. \varphi} M \beta^x + \frac{\sin. (x\varphi)}{\sin. \varphi} N \beta^x.$$

Pour déterminer  $\beta$ ,  $\varphi$ ,  $M$  et  $N$ , on fera  $\beta^{x'} = g$ , et on posera l'équation  $1 - pz + \sigma zz = 1 - 2gz \cos. \varphi + ggzz$ , qui, égalant les coefficients des mêmes puissances de  $z$ , donnera

$$g = \beta^{x'} = \sigma^{\frac{1}{2}}, \cos. \varphi = \frac{p}{2g} = \frac{p}{2\beta^{x'}} = \frac{p}{2\sigma^{\frac{1}{2}}}.$$

Pour trouver ensuite  $M$  et  $N$ , il faut supposer, dans la valeur de  $y$ , ci-dessus,  $x = 0$ , ce qui donne  $y = a$ , et ensuite  $x = x'$ , ce qui donne  $y = b$ ; et, au moyen des équations qui résulteront de ces substitutions, on aura

$$M = a,$$

$$N = \frac{b \sin. \varphi}{\beta^{x'} \sin. (x' \varphi)} - \frac{a \sin. [(x' + 1) \varphi]}{\sin. (x' \varphi)}.$$

Voyez l'ouvrage ci-dessus cité.

Soient cinq observations.....  $a, b, c, d, e$ ,  
correspondantes aux valeurs de  $x$  .....  $0, x', 2x', 3x', 4x'$ ,  
et proposons-nous de trouver une équation de la forme

$$y = M\beta^x + N\gamma^x + \omega$$

qui satisfasse aux observations données, c'est-à-dire telles qu'on ait

$$a = M + N + \omega,$$

$$b = M\beta^{x'} + N\gamma^{x'} + \omega,$$

$$c = M\beta^{2x'} + N\gamma^{2x'} + \omega,$$

$$d = M\beta^{3x'} + N\gamma^{3x'} + \omega,$$

$$e = M\beta^{4x'} + N\gamma^{4x'} + \omega.$$



périence, des vapeurs de l'esprit de vin et de l'eau. Les courbes non ponctuées, avec lesquelles celles-ci se confondent presque entièrement, représentent les mêmes forces expansives telles qu'elles sont données par le calcul.

Retranchons successivement ces équations l'une de l'autre, il viendra

$$a - b = M + N - M\beta^{x'} - N\gamma^{x'},$$

$$b - c = M\beta^{x'} + N\gamma^{x'} - M\beta^{2x'} - N\gamma^{2x'},$$

$$c - d = M\beta^{2x'} + N\gamma^{2x'} - M\beta^{3x'} - N\gamma^{3x'},$$

$$d - e = M\beta^{3x'} + N\gamma^{3x'} - M\beta^{4x'} - N\gamma^{4x'}.$$

Eliminant  $M$ , on a

$$a\beta^{x'} - b\beta^{x'} - b + c = N\beta^{x'} - N\beta^{x'}\gamma^{x'} - N\gamma^{x'} + N\gamma^{2x'},$$

$$b\beta^{x'} - c\beta^{x'} - c + d = N\gamma^{x'}\beta^{x'} - N\beta^{x'}\gamma^{2x'} - N\gamma^{2x'} + N\gamma^{3x'},$$

$$c\beta^{x'} - d\beta^{x'} - d + e = N\gamma^{2x'}\beta^{x'} - N\beta^{x'}\gamma^{3x'} - N\gamma^{3x'} + N\gamma^{4x'}.$$

Les seconds membres de ces équations forment entre eux une progression géométrique, dont  $\gamma^{x'}$  est la raison; ce qui donne entre les premiers membres les équations suivantes :

$$b\beta^{x'} - c\beta^{x'} - c + d = a\gamma^{x'}\beta^{x'} - b\beta^{x'}\gamma^{x'} - b\gamma^{x'} + c\gamma^{x'},$$

$$c\beta^{x'} - d\beta^{x'} - d + e = b\gamma^{x'}\beta^{x'} - c\beta^{x'}\gamma^{x'} - c\gamma^{x'} + d\gamma^{x'}.$$

Faisons

$$a - b = A,$$

$$b - c = B,$$

$$c - d = C,$$

$$d - e = D,$$

les équations précédentes deviendront

$$C = B(\beta^{x'} + \gamma^{x'}) - A\beta^{x'}\gamma^{x'},$$

$$D = C(\beta^{x'} + \gamma^{x'}) - B\beta^{x'}\gamma^{x'}.$$

On voit que les différences  $A, B, C, D$  forment une suite récurrente dont l'échelle de relation est composée des quantités  $\beta^{x'} + \gamma^{x'}$ , et  $-\beta^{x'}\gamma^{x'}$ ; il résulte de là que la suite  $a, b, c, d, e$ , doit aussi être une suite récurrente, comme on le verra tout-à-l'heure.

Faisons

$$\beta^{x'} + \gamma^{x'} = \rho, \text{ et } \beta^{x'}\gamma^{x'} = \sigma,$$

les deux équations précédentes deviendront

C ij



*Application des observations précédentes aux arts et à la physique.*

Effet de la  
vapeur d'eau  
de condensa-  
tion dans les  
machines à  
feu.

1373. Nous avons observé (1341), en expliquant le mécanisme de la machine à feu dans l'état de perfection où M. Wats

$$C = \rho B - \sigma A,$$

$$D = \rho C - \sigma B;$$

d'où on tire

$$\rho = \frac{AD - BC}{AC - B^2},$$

$$\sigma = \frac{BD - C^2}{AC - B^2}.$$

Cherchant ensuite les facteurs du polynome  $1 - \rho z + \sigma z^2$ , de manière qu'on ait  $1 - \rho z + \sigma z^2 = (1 - pz)(1 - qz)$ , on aura

$$\beta^{x'} = p; \quad \gamma^{x'} = q,$$

d'où

$$\beta = p^{\frac{1}{x'}}; \quad \gamma = q^{\frac{1}{x'}}.$$

On a ensuite

$$M = \frac{A\gamma^{x'} - B}{(1 - \beta^{x'})(\gamma^{x'} - \beta^{x'})} = \frac{A\gamma^{x'} - B}{(\beta^{x'} - 1)(\beta^{x'} - \gamma^{x'})},$$

$$N = \frac{A\beta^{x'} - B}{(1 - \beta^{x'})(\beta^{x'} - \gamma^{x'})} = \frac{A\beta^{x'} - B}{(\gamma^{x'} - 1)(\gamma^{x'} - \beta^{x'})},$$

$$\omega = a - M - N.$$

Lorsque les valeurs de  $\beta^{x'}$  ou de  $\gamma^{x'}$  seront négatives, on multipliera, comme précédemment, par  $\cos\left(\frac{\pi x}{x'}\right)$  le terme de la formule auquel se rapporte celle de ces quantités qui est négative.

Si, dans les équations  $C = \rho B - \sigma A$  et  $D = \rho C - \sigma B$ , on substitue pour  $A, B, C, D$  leurs valeurs, on aura

$$d = (1 + \rho)c - (\sigma + \rho)b + \sigma a,$$

$$e = (1 + \rho)d - (\sigma + \rho)c + \sigma b.$$

Ainsi les quantités  $a, b, c, d, e$  forment une suite récurrente dont  $1 + \rho, -(\sigma + \rho)$  et  $\sigma$  composent l'échelle de relation: on peut observer que la somme de ces quantités, prises avec leurs signes, est égale à l'unité.

On voit encore que, dans la suite des différences  $A, B, C, D$ , un terme quelconque dérive des deux précédents, et que, dans celle des quantités  $a, b, c, d, e$ , un terme quelconque se dérive des trois précédents: d'après cette dernière propriété, lorsque  $p$  et  $q$  seront égales ou imaginaires, il sera plus commode de rapporter le problème à celui qui va suivre que de le traiter directement.



l'avoit mise, en 1770, et en parlant de la pompe à air adaptée à cette machine, que le mélange de l'eau employée à faire la condensation et de celle produite par la vapeur condensée, est à une

Soient six observations .....  $a, b, c, d, e, f$ ,  
correspondantes aux valeurs de  $x$  .....  $0, x', 2x', 3x', 4x', 5x'$ ,  
et proposons-nous de trouver une équation de la forme

$$y = M\beta^x + N\gamma^x + P\delta^x,$$

qui satisfasse à ces observations, c'est-à-dire telle qu'on ait

$$a = M + N + P,$$

$$b = M\beta^{x'} + N\gamma^{x'} + P\delta^{x'},$$

$$c = M\beta^{2x'} + N\gamma^{2x'} + P\delta^{2x'},$$

$$d = M\beta^{3x'} + N\gamma^{3x'} + P\delta^{3x'},$$

$$e = M\beta^{4x'} + N\gamma^{4x'} + P\delta^{4x'},$$

$$f = M\beta^{5x'} + N\gamma^{5x'} + P\delta^{5x'}.$$

Eliminant  $M$ , on a

$$a\beta^{x'} - b = N\beta^{x'} + P\beta^{x'} - N\gamma^{x'} - P\delta^{x'},$$

$$b\beta^{x'} - c = N\beta^{x'}\gamma^{x'} + P\beta^{x'}\delta^{x'} - N\gamma^{2x'} - P\delta^{2x'},$$

$$c\beta^{x'} - d = N\beta^{x'}\gamma^{2x'} + P\beta^{x'}\delta^{2x'} - N\gamma^{3x'} - P\delta^{3x'},$$

$$d\beta^{x'} - e = N\beta^{x'}\gamma^{3x'} + P\beta^{x'}\delta^{3x'} - N\gamma^{4x'} - P\delta^{4x'},$$

$$e\beta^{x'} - f = N\beta^{x'}\delta^{4x'} + P\beta^{x'}\delta^{4x'} - N\gamma^{5x'} - P\delta^{5x'}.$$

Eliminant  $N$ , il vient

$$a\beta^{x'}\gamma^{x'} - b\beta^{x'} - b\gamma^{x'} + c = P\beta^{x'}\gamma^{x'} - P\gamma^{x'}\delta^{x'} - P\beta^{x'}\delta^{x'} - P\delta^{2x'},$$

$$b\beta^{x'}\gamma^{x'} - c\beta^{x'} - c\gamma^{x'} + d = P\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'} - P\gamma^{x'}\delta^{2x'} - P\beta^{x'}\delta^{2x'} - P\delta^{3x'},$$

$$c\beta^{x'}\gamma^{x'} - d\beta^{x'} - d\gamma^{x'} + e = P\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{2x'} - P\gamma^{x'}\delta^{3x'} - P\beta^{x'}\delta^{3x'} - P\delta^{4x'},$$

$$d\beta^{x'}\gamma^{x'} - e\beta^{x'} - e\gamma^{x'} + f = P\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{3x'} - P\gamma^{x'}\delta^{4x'} - P\beta^{x'}\delta^{4x'} - P\delta^{5x'}.$$

Les seconds membres de ces équations forment une progression géométrique dont  $\delta^{x'}$  est la raison, ce qui établit entre les premiers membres une relation exprimée par les équations suivantes :



température telle qu'il en résulte une force expansive de 3 ou 4 pouces de mercure; cette force expansive, qui varie suivant la saison ou suivant la température de l'eau employée à faire

$$d = c[\beta^{x'} + \gamma^{x'} + \delta^{x'}] - b[\beta^{x'}\gamma^{x'} + \beta^{x'}\delta^{x'} + \gamma^{x'}\delta^{x'}] + a\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'},$$

$$e = d[\beta^{x'} + \gamma^{x'} + \delta^{x'}] - c[\beta^{x'}\gamma^{x'} + \beta^{x'}\delta^{x'} + \gamma^{x'}\delta^{x'}] + b\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'},$$

$$f = e[\beta^{x'} + \gamma^{x'} + \delta^{x'}] - d[\beta^{x'}\gamma^{x'} + \beta^{x'}\delta^{x'} + \gamma^{x'}\delta^{x'}] + c\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'}.$$

Faisons

$$\rho = \beta^{x'} + \gamma^{x'} + \delta^{x'},$$

$$\sigma = \beta^{x'}\gamma^{x'} + \beta^{x'}\delta^{x'} + \gamma^{x'}\delta^{x'},$$

$$\tau = \beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'}.$$

Les équations précédentes se changeront en

$$d = \rho c - \sigma b + \tau a,$$

$$e = \rho d - \sigma c + \tau b,$$

$$f = \rho e - \sigma d + \tau c.$$

Et les quantités  $a, b, c, d, e, f$  formeront une suite récurrente dont  $\rho, -\sigma$  et  $\tau$  composeront l'échelle de relation. Ces dernières quantités, déduites des équations ci-dessus, sont, en faisant

$$ad - bc = A; \quad be - cd = B; \quad c^2 - bd = C; \quad d^2 - ce = D; \quad e^2 - df = E; \\ b^2 - ac = F; \quad cf - de = G; \quad bd - ae = H; \quad ce - bf = K;$$

$$\rho = \frac{FG - BC}{C^2 - DF} = \frac{FK - CH}{AC - BF},$$

$$\sigma = \frac{AE - BD}{AD - BC} = \frac{AK - BH}{AC - BF},$$

$$\tau = \frac{D^2 - CE}{AD - BC} = \frac{CG - BD}{C^2 - DF}.$$

On donne deux valeurs afin de fournir un moyen de vérifier le calcul: si on ne veut calculer que les premières, on pourra se dispenser d'évaluer  $H$  et  $K$  qui ne se trouvent que dans les secondes.

Les valeurs de  $\rho, \sigma$  et  $\tau$  étant connues, pour avoir celles de  $\beta, \gamma$  et  $\delta$  on cherchera les facteurs du polynome

$$1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3,$$

de telle sorte qu'on ait

$$1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3 = (1 - pz)(1 - qz)(1 - rz).$$

Et les valeurs de  $\beta, \gamma, \delta$  seront données par les équations

$$\beta^{x'} = p, \quad \gamma^{x'} = q, \quad \delta^{x'} = r.$$

On a ensuite, pour calculer  $M, N$  et  $P,$



la condensation, agit en sens opposé de la vapeur affluente de la chaudière et doit par conséquent se retrancher de l'effet de la machine. Cette partie du déchet des machines à feu n'avoit

$$M = \frac{c - b(\gamma^{x'} + \delta^{x'}) + a\gamma^{x'}\delta^{x'}}{(\beta^{x'} - \gamma^{x'})(\beta^{x'} - \delta^{x'})},$$

$$N = \frac{c - b(\beta^{x'} + \delta^{x'}) + a\beta^{x'}\delta^{x'}}{(\gamma^{x'} - \beta^{x'})(\gamma^{x'} - \delta^{x'})},$$

$$P = \frac{c - b(\gamma^{x'} + \beta^{x'}) + a\beta^{x'}\gamma^{x'}}{(\delta^{x'} - \beta^{x'})(\delta^{x'} - \gamma^{x'})}.$$

Si le polynome  $1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3$  a deux facteurs égaux à  $p$  et  $q$ , alors la formule générale doit avoir la forme

$$y = Mx\beta^x + N\beta^x + P\delta^x.$$

On conservera les valeurs  $\beta^{x'} = p$ ,  $\delta^{x'} = r$ ; et faisant successivement  $x = 0$ ,  $x = x'$ ,  $x = 2x'$ , on aura

$$[1] \dots \dots \dots a = N + P,$$

$$[2] \dots \dots \dots b = Mx'\beta^{x'} + N\beta^{x'} + P\delta^{x'};$$

$$[3] \dots \dots \dots c = 2Mx'\beta^{2x'} + N\beta^{2x'} + P\delta^{2x'}.$$

Multipliant la seconde de ces équations par  $2\beta^{x'}$ , et retranchant la troisième du produit, on a

$$2b\beta^{x'} - c = 2N\beta^{2x'} - N\beta^{2x'} + 2P\beta^{x'}\delta^{x'} - P\delta^{2x'}.$$

Multipliant ensuite l'équation  $a = N + P$  par  $2\beta^{2x'}$  et retranchant du produit celle qu'on vient de trouver, on a

$$a\beta^{2x'} - 2b\beta^{x'} + c = P[\beta^{2x'} - 2\beta^{x'}\delta^{x'} + 2\delta^{2x'}];$$

d'où on tire

$$P = \frac{a\beta^{2x'} - 2b\beta^{x'} + c}{(\beta^{2x'} - 2\beta^{x'}\delta^{x'} + \delta^{2x'})}.$$

On a ensuite

$$N = a - P,$$

$$M = \frac{b - N\beta^{x'} - P\delta^{x'}}{x'\beta^{x'}} = \frac{a(\beta^{x'}\delta^{x'}) - b\delta^{x'} + c}{\beta^{2x'}(x' + 1) - \beta^{x'}\delta^{x'}}.$$

La seconde valeur de  $M$  se trouve en multipliant l'équation  $[2]$  par  $\delta^{x'}$ , retranchant l'équation  $[3]$  du produit, et retranchant ensuite la différence de l'équation  $[1]$  multipliée par  $\beta^{x'}\delta^{x'} - \beta^{2x'}$ .

Il peut se faire que le polynome  $1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3$  ait ses trois facteurs égaux; alors la formule générale prendra la forme

$$y = Mx^2\beta^x + Nx\beta^x + P\beta^x.$$



nullement fixé l'attention, ou du moins on n'avoit pu en avoir aucune évaluation précise, jusqu'à l'époque où M. de Betancourt a fait connoître les résultats de ses expériences. On savoit

On aura  $\beta^{x'} = p = q = r$ , et pour déterminer M, N et P les trois équations

$$a = P,$$

$$b = M x'^2 \beta^{x'} + N x' \beta^{x'} + P \beta^{x'},$$

$$c = 4M x'^2 \beta^{2x'} + 2N x' \beta^{2x'} + P \beta^{2x'}.$$

Substituant la valeur  $a$  de  $P$  dans les deux dernières équations, multipliant la seconde par  $4\beta^{x'}$  et retranchant la troisième du produit, il vient

$$4b\beta^{x'} - c = 4Nx' \beta^{2x'} - 2Nx' \beta^{2x'} + 4a\beta^{2x'} - a\beta^{2x'};$$

d'où on tire 
$$N = \frac{4b\beta^{x'} - 3a\beta^{2x'} - c}{2x'\beta^{2x'}}.$$

Si on eût multiplié par  $2\beta^{x'}$ , la soustraction auroit donné

$$2\beta^{x'}b - c = -2Mx'^2\beta^{2x'} + a\beta^{2x'};$$

d'où 
$$M = \frac{2b\beta^{x'} - a\beta^{2x'} - c}{-2x'^2\beta^{2x'}} = \frac{a\beta^{2x'} - 2b\beta^{x'} + c}{2x'^2\beta^{2x'}}.$$

Lorsque les facteurs du polynome  $1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3$  contiendront des quantités imaginaires, on aura

$$1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3 = (1 - pz)(1 - p'z + \sigma'z^2), \text{ et on fera}$$

$$1 - p'z + \sigma'z^2 = 1 - 2gz \cos. \varphi + ggz^2, \text{ ce qui donne}$$

$$g = \sqrt{\sigma'}, \quad \cos. \varphi = \frac{p'}{2g} = \frac{p'}{2\sqrt{\sigma'}};$$

et la formule générale sera de la forme

$$y = M\beta^x + \frac{N \sin. (x+1)\varphi + P \sin. (x\varphi)}{\sin. \varphi} \cdot \gamma^x.$$

On aura d'abord  $\beta^{x'} = p$  et  $\gamma^{x'} = g$ , et les quantités M, N et P seront données par les équations

$$a = M + N,$$

$$b = M\beta^{x'} + \frac{\sin. (x'+1)\varphi}{\sin. \varphi} \cdot N\gamma^{x'} + \frac{\sin. (x'\varphi)}{\sin. \varphi} \cdot P\gamma^{x'},$$

$$c = M\beta^{2x'} + \frac{\sin. (2x'+1)\varphi}{\sin. \varphi} \cdot N\gamma^{2x'} + \frac{\sin. (2x'\varphi)}{\sin. \varphi} \cdot P\gamma^{2x'}.$$

Faisons  $\frac{\sin. (x'+1)\varphi}{\sin. \varphi} = \nu$ ,  $\frac{\sin. (2x'+1)\varphi}{\sin. \varphi} = \nu'$ ,  $\frac{\sin. (x'\varphi)}{\sin. \varphi} = u$ ,  $\frac{\sin. (2x'\varphi)}{\sin. \varphi} = u'$ ,

les équations deviendront

seulement



seulement que le produit des machines à feu étoit plus considérable en hiver qu'en été; mais les expériences que nous avons rapportées non seulement expliquent cette différence, mais en donnent la mesure.

Nous reviendrons bientôt sur cette matière, et nous parlerons des moyens de diminuer autant qu'il est possible toutes les

$$a = M + N,$$

$$b = M\beta^{x'} + N\nu\gamma^{x'} + Pu\gamma^{x'},$$

$$c = M\beta^{2x'} + N\nu'\gamma^{2x'} + Pu'\gamma^{2x'}.$$

Multipliant la seconde par  $u'\gamma^{x'}$ , la troisième par  $u$ , et retranchant le produit de la troisième du produit de la seconde, on a

$$bu'\gamma^{x'} - cu = Mu'\beta^{x'}\gamma^{x'} - Mu\beta^{2x'} + N\nu u'\gamma^{2x'} - N\nu'u\gamma^{2x'},$$

$$\text{ou, } bu'\gamma^{x'} - cu = M(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}) + N(\nu u'\gamma^{2x'} - \nu'u\gamma^{2x'}) \dots (Z).$$

Multipliant successivement l'équation  $a = M + N$  par  $u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}$  et par  $\nu u'\gamma^{2x'} - \nu'u\gamma^{2x'}$ , on a

$$a(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}) = M(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}) + N(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}),$$

$$a(\nu u' - \nu'u)\gamma^{2x'} = M(\nu u' - \nu'u)\gamma^{2x'} + N(\nu u' - \nu'u)\gamma^{2x'}.$$

Comparant successivement ces deux équations avec l'équation (Z), on a

$$M = \frac{bu'\gamma^{x'} - cu - a(\nu u' - \nu'u)\gamma^{2x'}}{u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - (\nu u' - \nu'u)\gamma^{2x'} - u\beta^{2x'}},$$

$$N = \frac{bu'\gamma^{x'} - cu - a(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'})}{(\nu u' - \nu'u)\gamma^{2x'} - u'\beta^{x'}\gamma^{x'} + u\beta^{2x'}}.$$

$$\text{On a de plus } P = \frac{b - M\beta^{x'} - N\nu\gamma^{x'}}{u\gamma^{x'}}.$$

On voit aisément comment il faudroit s'y prendre pour un plus grand nombre d'observations; les procédés sont absolument les mêmes que ceux que nous avons employés dans les cas de cinq et de six observations.

Feu M. Charles, de l'académie des sciences, a donné, à l'art. *Interpolation* du Dictionnaire de mathématiques, faisant partie de la Nouvelle Encyclopédie méthodique, des formules dont la composition et l'usage sont très simples. L'esprit de sa méthode consiste à avoir une équation qui donne la valeur de la variable  $y$ , au moyen d'un nombre de termes égal à celui des observations  $a, b, c$ , etc. Chacun de ces termes contient une des quantités  $a, b, c$ , etc.; et ils sont combinés de manière que, lorsqu'on suppose à  $x$  une valeur correspondante à une de ces quantités, tous les termes qui ne la contiennent pas s'évanouissent, et elle reste seule dans le terme qui la contient.



causes, provenant de la condensation, qui tendent à diminuer l'effet des machines à feu.

De la manière de mesurer la hauteur des montagnes par la température de l'eau bouillante.

1374. Voici une autre application du travail de M. de Betancourt à la mesure des hauteurs par les divers degrés de chaleur de l'eau bouillante sur ces hauteurs.

Il résulte des principes et des expériences que nous avons mis sous les yeux du lecteur, qu'il y a une relation entre la pression de l'eau et le degré de chaleur qu'elle peut acquérir jusqu'à l'ébullition, et réciproquement; cette relation est donnée par la table ci-dessus (art. 1368), ou encore mieux par la table X de la collection des tables. Ainsi lorsque par cette table on voudra savoir à quel degré de chaleur l'eau bouillira, dans un lieu où le barometre se trouveroit à une hauteur donnée, à 20 pouces par exemple, on trouvera dans la table que ce degré de chaleur doit être plus grand que 73° et plus petit que 74°, ou, en interpolant (\*), qu'il doit être de 73°, 505. Réci-

On voit qu'il y a une infinité de manières de combiner des fonctions paires : nous allons exposer celles qui paroissent les plus commodes.

$$1^{\text{ere}} \dots y = p \frac{a \sin.(\pi x)}{\sin.(p \pi x)} + q \frac{b \sin. [\pi(x-1)]}{\sin. [q \pi(x-1)]} + r \frac{c \sin. [\pi(x-2)]}{\sin. [r \pi(x-2)]} + \text{etc.}$$

$$2^{\text{eme}} \dots \pi y = p \frac{a \sin.(\pi x)}{h^p x - 1} + q \frac{b \sin. [\pi(x-1)]}{h^q (x-1) - 1} + r \frac{c \sin. [\pi(x-2)]}{h^r (x-2) - 1} + \text{etc.}$$

$$3^{\text{eme}} \dots \pi^2 y = \sin.(\pi x)^2 \left[ \frac{a}{x^2} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{(x-2)^2} + \frac{d}{(x-3)^2} + \text{etc.} \right].$$

Les quantités  $a, b, c, d$ , etc., désignent les valeurs de  $y$  correspondantes aux valeurs 0, 1, 2, 5, de  $x$ . La quantité  $\pi$  est la demi-circonférence qui a l'unité de longueur pour rayon;  $p, q, r$ , etc., sont des quantités arbitraires, qui peuvent cependant servir à faire convenir la formule avec certaines observations intermédiaires qui ne seroient point comprises dans  $a, b, c$ , etc.; enfin  $h$  est le nombre dont le logarithme = 1.

Nous n'entrerons dans aucun détail sur ces formules dont l'usage est aisé et dont la composition n'est pas difficile à concevoir.

(\*) Pour trouver par les parties proportionnelles, dans la table X, le degré de chaleur de l'eau correspondant à une hauteur donnée du barometre;

Soient  $\left\{ \begin{array}{l} h \text{ La hauteur donnée du barometre;} \\ h' \text{ La hauteur du barometre, prise dans la table, moindre que } h, \text{ et} \\ \quad \text{qui s'en approche le plus;} \\ k \text{ Le degré du thermometre correspondant à } h'; \\ h'' \text{ La hauteur du barometre, prise dans la table, correspondante à} \\ \quad k + 1; \\ x \text{ Le degré de chaleur qu'on cherche;} \end{array} \right.$

$$\text{On aura } x = k + \frac{h - h'}{h'' - h'}.$$



proquement, si on veut savoir quelle est la pression de l'eau bouillante, à un degré de chaleur déterminé, par exemple, à 72°, on trouvera dans la table X que cette pression est de 18,43 pouces, hauteur que le barometre doit avoir dans une couche d'air atmosphérique pour que l'eau y bouille à 72° de chaleur.

1375. Pour bien sentir l'identité que supposent les regles qu'on vient de poser, il faut observer que cette relation entre l'ébullition à l'air libre, et la pression indiquée par la table à la même température, se déduit de la considération fort simple que l'eau ne bout à l'air libre que lorsque la vapeur qu'elle tend à dégager commence à avoir une force expansive capable de surmonter le poids de la colonne d'air qui presse l'eau en ébullition.

On voit par là qu'on peut se dispenser des observations barométriques pour mesurer la hauteur des montagnes, lorsqu'on aura la température de l'eau bouillante sur leur sommet, puisque nous connoissons, soit par la table X, soit par la formule de l'art. (1325), la relation entre la température de l'eau bouillante, et la pression ou hauteur du barometre qui lui correspond.

1376. M. de Betancourt, pour s'assurer complètement de la possibilité de mesurer la hauteur des montagnes par le thermometre seul, a rassemblé diverses observations comparatives entre les températures de l'eau en ébullition, sur des lieux élevés, et les hauteurs correspondantes du barometre, afin de connoître si les rapports donnés par ces observations étoient d'accord avec ses expériences : il a trouvé, à cet égard, des résultats très satisfaisants. Voici une table de quelques expériences de M. Deluc comparées avec celles de M. de Betancourt.

Expériences  
sur cet objet.

Réciproquement, pour trouver la force expansive, ou, ce qui est la même chose, la hauteur du barometre correspondante à un nombre fractionnaire de degrés du thermometre, sans avoir recours à la formule générale de l'article 1325, on emploiera la formule suivante.

Soient  $\left\{ \begin{array}{l} a \text{ Le nombre fractionnaire donné ;} \\ a' \text{ Le nombre entier immédiatement plus petit que } a ; \\ h \text{ La hauteur du barometre correspondante à } a', \text{ prise dans la table ;} \\ h' \text{ La hauteur du barometre correspondante à } a + 1 ; \\ \gamma \text{ La hauteur du mercure ou la force expansive cherchée ;} \end{array} \right.$

$$\text{On aura } \gamma = h + (a - a')(h' - h).$$



DEGRÉS DE CHALEUR ET PRESSIONS DE L'EAU BOUILLANTE, observés sur les montagnes, par M. Deluc.					DEGRÉS DE CHALEUR DE L'EAU BOUILLANTE, correspondants aux pressions ob- servées par M. Deluc, et dé- duits des expériences et des for- mules rapportées art. 1322, 1325, 1366, etc.			
N <sup>o</sup> . des observat.	LIEUX des observations.	Chaleur de l'air, therm. de Réaumur.	Pression de l'eau, ou hauteur du barometre.	Chaleur de l'eau bouillante au therm. de Réaumur.	DEGRÉS de chaleur de l'eau d'après		DIFFÉRENCE entre les observa- tions de M. De- luc, et	
					l'expérience.	le calcul.	l'expérience.	le calcul.
1	Beaucaire.	$14\frac{1}{4}$	28,248	80,37	80,27	80,29	+ 0,10	+ 0,08
2	Geneve...	$12\frac{1}{2}$	27,056	79,33	79,24	79,33	+ 0,09	+ 0,00
3	Grange-tourn	$16\frac{3}{4}$	24,510	77,11	77,22	77,42	— 0,11	— 0,31
4	Lanslebourg.		24,145	77,18	76,92	77,14	+ 0,26	+ 0,04
5	Grange les f.	15	24,089	76,76	76,88	77,09	— 0,12	— 0,33
6	Grainéron.	$10\frac{1}{4}$	20,427	73,26	73,85	73,89	— 0,59	— 0,63
7	Glaciere de B.	$6\frac{1}{2}$	19,677	72,56	73,16	73,24	— 0,60	— 0,68

La plus grande différence entre les observations de M. Deluc et le calcul fondé sur les expériences de M. de Betancourt est de 0,68, dans un cas où le poids de l'atmosphère étoit diminué de près d'un tiers. Cette différence paroîtra légère si on considère que les résultats de M. Deluc different plus entre eux qu'ils ne different de ceux de M. de Betancourt. On voit en effet, par les 4<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup> expériences, que le barometre étant à très peu-près à la même hauteur, les degrés correspondants du thermometre, donnés par M. Deluc, different entre eux de  $\frac{2}{3}$  de degré et que les résultats de M. de Betancourt tiennent sensiblement le milieu entre ces expériences.

M. de Betancourt cite encore d'autres faits qui prouvent que sa marche indiquant les termes moyens entre les divers essais connus, porte par conséquent le caractère de la vérité. Il seroit à desirer que les expériences sur l'ébullition de l'eau et de quelques autres fluides, à différentes hauteurs, fussent plus mul-



tipliées, et, sur-tout, faites avec des instruments très comparables; les différences de niveau avec la surface de la mer étant déterminées exactement, on auroit leur relation avec la hauteur du barometre, le degré du thermometre, auxquels il ne seroit pas inutile de joindre l'état hygrométrique et thermométrique de l'atmosphère.

1377. Dans l'expérience de M. de Saussure, sur le *col du géant*, citée art. (640), la hauteur du barometre fut observée de 18,946 pouces: or, d'après la table X, une pression de 18,43 pouces donneroit l'ébullition à 72° de chaleur, et une pression de 19,43 pouces la donneroit à 73°; ainsi pour une pression de 18,946 pouces, l'ébullition doit avoir lieu à un degré du thermometre  $= 72^{\circ} + \frac{18,946 - 18,43}{19,43 - 18,43} = 72^{\circ}; 516$  (voyez la note de l'art. 1374) (\*).

1378. Terminons ce chapitre par une application de la méthode de M. de Betancourt à la graduation du thermometre: le procédé consiste à faire une opération inverse de la

Utilité de  
expériences  
sur la force ex-  
pansive de la  
vapeur de l'eau  
pour la gradua-  
tion du ther-  
mometre.

(\*) Nous pensons que nos lecteurs verront avec intérêt la table placée à la fin de cette note, qui peut compléter ce que nous avons dit sur la mesure de la hauteur des montagnes par le thermometre. La colonne des élévations au-dessus du niveau de la mer, correspondantes à différentes hauteurs du barometre, est tirée du petit ouvrage de M. Lambert, cité art. (551). Il en a calculé les nombres au moyen d'une formule combinée d'après un grand nombre d'expériences; dans lesquelles il avoit fait, aux hauteurs mesurées géométriquement, les corrections relatives à la réfraction terrestre; et les résultats des calculs s'accordent d'une manière très satisfaisante avec les diverses expériences qu'il rapporte.

L'exemple que nous avons rapporté art. (640) peut nous servir à faire une application de la table de M. Lambert, d'autant plus satisfaisante que la mesure de M. de Saussure n'est point une de celles qui ont servi à la composition de la formule, à laquelle elle est bien postérieure.

M. Lambert observoit, sur le col du géant, la hauteur du barometre de 18,946 pouces, et M. Levêque observoit dans le même temps, au prieuré de Chamouni, une hauteur de 25,052 pouces: ainsi, d'après la table ci-après, la hauteur de la station de M. de Saussure, au dessus du niveau de la mer, étoit entre 1652,5 et 1768 toises, et, pour trouver cette hauteur précise, on a la proportion,  $19 - 18,5 : 1768 - 1652,5 :: 19 - 18,946 : x = 12,47$ , partie proportionnelle à ajouter à 1652,5 toises, ce qui donne pour la hauteur de la station 1664,97 toises.

On trouvera, par le même procédé, que la hauteur de la station de M. Levêque étoit de  $458,7 + 5,25 = 463,95$  toises.

La différence de niveau entre les stations est donc, par la table, de  $1664,97 - 463,95 = 1201,02$  toises, et on a, pour la même différence de niveau évaluée par différentes méthodes, savoir:



précédente; car lorsqu'on veut mesurer la hauteur des montagnes par le thermometre, le problème se réduit à conclure la pression de la chaleur; et il s'agit ici, au contraire, de déduire la chaleur de la pression.

			ERREURS	
			<i>absolues.</i>	<i>relatives.</i>
Mesure géométrique. . . . .	1223 toises . . .	000,000		$\frac{1}{85}$
Formule des art. (638, 639) sans correction	1213 . . . . .	10,000		$\frac{1}{122}$
Méthode de M. Trembley . . . . .	1206,796 . . .	16,204		$\frac{1}{76}$
Table de M. Lambert . . . . .	1201,02 . . .	21,98		$\frac{1}{58}$
Méthode de M. Deluc . . . . .	1177,886 . . .	45,114		$\frac{1}{27}$

On voit par cet exemple qu'il est possible que, dans bien des cas, la table de M. Lambert donne autant et même plus de précision que différentes méthodes de correction qu'on pourroit employer: nous ne voulons cependant pas conclure de là qu'il faille rejeter de semblables méthodes, nous les croyons au contraire indispensables pour rapporter les mesures à l'état local et momentané de l'atmosphère; mais les physiciens ont encore à travailler pour les amener au degré de perfection nécessaire à la solution complète du problème: nous en avons donné les raisons très en détail, art. (636 et suiv.). La seule conclusion que nous voulions tirer ici en faveur de la table de M. Lambert, est que les valeurs *compensées et moyennes* qu'elle présente, étant rapprochées des résultats des expériences sur la force expansive de la vapeur de l'eau et de l'esprit-de-vin, doivent faire connoître leur ébullition à une hauteur donnée au-dessus du niveau de la mer, à la précision d'une petite fraction de degré du thermometre de Réaumur; et nous avons pensé que ce rapprochement inspireroit assez d'intérêt aux physiciens et aux artistes pour devoir nous engager à calculer et à donner une table qui eût assez d'étendue pour pouvoir être comparée avec toutes les expériences connues.

On pourroit, d'après les valeurs que renferme cette table, construire une courbe entre les degrés d'ébullition et la hauteur des montagnes, qui serviroit de complément aux courbes de la figure 221; mais on trouveroit, à peu de chose près, une ligne droite, ainsi qu'on peut s'en assurer, soit par la construction graphique, soit par la comparaison des valeurs numériques, qui fera connoître que les différences de hauteurs ne s'éloignent pas beaucoup d'être proportionnelles aux différences de température.

On peut aisément rendre raison de cette propriété, en observant que la courbe donnée par la table n'est qu'une portion d'une courbe beaucoup plus étendue, c'est-à-dire un arc qui n'embrasse qu'environ 13 degrés dans le voisinage de la température de l'ébullition. On conçoit qu'en faisant des expériences, soit au-dessous du niveau de la mer, soit à une hauteur au-dessus de ce niveau, plus grande que 2976 toises, on prolongeroit cet arc de droite et de gauche, et qu'alors il pourroit acquérir une courbure très sensible.

Pour se renfermer dans les limites de la table et avoir graphiquement



Afin de bien concevoir ceci, il faut savoir que, pour diviser un thermometre, on commence par déterminer deux points fon-

d'une maniere approchée les hauteurs correspondantes à différents degrés d'ébullition, tracez (fig. 222) deux lignes  $XX'$ ,  $YY'$  perpendiculaires entre elles; portez 8000 parties de A en B, qui représenteront des centiemes de degré du thermometre de Réaumur, en comptant 0 au point A, et 1316 de ces parties de B en Q; élevez la perpendiculaire QD, et portez 2976 parties de Q en D; ces dernieres pouvant être, ou non, égales aux premieres, et représentant des toises; menez la ligne droite DB, les ordonnées PM seront les hauteurs mesurées sur l'échelle QD, et les abscisses correspondantes AP seront les températures de l'eau bouillante sur ces hauteurs, cette propriété ayant lieu depuis la valeur  $AQ = 66,84$  jusqu'à la valeur  $AB = 80,00$ .

Si on prend  $AB' = 63,57$ ;  $AQ' = 51,32$ ; qu'on tire la perpendiculaire  $Q'D' = QD$ , et qu'on mene la ligne droite  $D'B'$ ; cette ligne sera pour l'esprit-de-vin, dans l'espace  $Q'B'$ , ce que la ligne DB est pour l'eau dans l'espace QB.

En supposant les divisions de centiemes de degrés de AB égales aux divisions de toises de QD, observant qu'au point B on compte  $80^\circ$  et 0 toises; au point Q,  $66^\circ,84$ , et au point D 2976 toises, on trouvera l'angle  $DBA = 66^\circ 8' 40''$ , dont la cotangente  $= 0,44221$ ; ainsi nommant  $x$  le degré de température et  $y$  la hauteur correspondante, on aura pour l'eau bouillante

$$x = 80^\circ - 0,0044221 \cdot y,$$

équation applicable depuis 66 jusqu'à 80 degrés de chaleur.

On trouvera pareillement que l'angle  $D'B'A = 67^\circ 37' 30''$ , dont la cotangente  $= 0,41163$ ; ainsi l'équation pour l'ébullition de l'esprit-de-vin, à différentes hauteurs, sera, en observant qu'on compte  $63^\circ,57$  au point B et  $51^\circ,32$  au point Q',

$$x = 63^\circ,57 - 0,0041163 \cdot y,$$

équation applicable depuis 51 jusqu'à 64 degrés de chaleur.

Pour juger du degré de précision des équations précédentes, nous allons les appliquer à quelques points à-peu-près équidistants pris dans toute l'étendue de l'axe des hauteurs.

HAUTEURS.	TEMPÉRATURE de l'eau bouill.	TEMPÉRATURE de l'esprit-de-vin en ébullition.	ERREUR sur la températ. de l'eau bouill.	ERREUR sur la températ. de l'esprit-de-vin en ébullition.
000,0	80,00	63,57	0,00	0,00
602,7	77,33	61,09	0,12	0,17
1187,1	74,75	58,68	0,14	0,13
1768,0	72,18	56,29	0,11	0,23
2397,3	69,40	53,70	0,08	0,13
2976,0	66,84	51,32	0,00	0,00



damentaux, celui de la glace et celui de l'eau bouillante, et la distance entre ces deux points se divise en un certain nombre

On voit par cette table qu'en supposant que les courbes des hauteurs sont des lignes droites, la plus grande erreur sur la température de l'eau bouillante n'est pas d'un septieme de degré, et que la plus grande erreur sur l'esprit-de-vin n'est que d'un cinquieme de degré environ : or cette précision est plus que satisfaisante dans une infinité de cas.

Voici maintenant la table que nous avons annoncée.

*TABLE pour connoître le rapport entre la hauteur du barometre, l'élévation au-dessus du niveau de la mer, et la température de l'eau et de l'esprit-de-vin en ébullition.*

FRACTIONS DE POUCE en lignes.	HAUTEUR du barometre en pouces.	ÉLEVATION au-dessus du niveau de la mer en toises.	TEMPÉRATURE à l'instant de l'ébullition		FRACTIONS DE POUCE en lignes.	HAUTEUR du barometre en pieds.	ÉLEVATION au-dessus du niveau de la mer en toises.	TEMPÉRATURE à l'instant de l'ébullition	
			de l'eau.	de l'esprit- de-vin.				de l'eau.	de l'esprit- de-vin.
	14,000	2976,0	66,44	51,32	7	20,583	1307,7	74,08	57,95
6	14,500	2824,0	67,48	51,91	8	20,666	1290,3	74,16	58,04
	15,000	2677,0	68,12	52,48	9	20,750	1272,9	74,23	58,12
6	15,500	2534,9	68,66	53,04	10	20,833	1255,6	74,30	58,20
	16,000	2397,3	69,32	53,57	11	20,916	1238,4	74,39	58,29
6	16,500	2264,0	69,90	54,10	.	21,000	1221,2	74,46	58,37
	17,000	2134,8	70,46	54,60	1	21,083	1204,1	74,53	58,45
6	17,500	2009,3	71,02	55,10	2	21,166	1187,1	74,61	58,55
	18,000	1887,4	71,54	55,58	3	21,250	1170,1	74,69	58,63
6	18,500	1768,0	72,07	56,06	4	21,333	1153,2	74,76	58,72
.	19,000	1652,5	72,57	56,52	5	21,416	1136,4	74,84	58,80
1	19,083	1634,5	72,65	56,59	6	21,500	1119,7	74,91	58,88
2	19,166	1615,7	72,74	56,68	7	21,583	1103,0	74,99	58,96
3	19,250	1597,0	72,82	56,75	8	21,666	1086,4	75,07	59,04
4	19,333	1578,3	72,89	56,83	9	21,750	1069,9	75,13	59,09
5	19,416	1559,7	72,99	56,91	10	21,833	1053,5	75,20	59,15
6	19,500	1541,2	73,06	56,99	11	21,916	1037,1	75,28	59,21
7	19,583	1522,8	73,14	57,06	.	22,000	1020,8	75,35	59,27
8	19,666	1504,4	73,22	57,14	1	22,083	1004,4	75,42	59,32
9	19,750	1486,1	73,30	57,21	2	22,166	983,3	75,50	59,38
10	19,833	1467,9	73,40	57,28	3	22,250	972,2	75,56	59,44
11	19,916	1449,8	73,46	57,36	4	22,333	956,1	75,63	59,50
.	20,000	1431,8	73,53	57,43	5	22,416	940,0	75,71	59,56
1	20,083	1413,9	73,65	57,50	6	22,500	924,0	75,78	59,61
2	20,166	1396,1	73,69	57,58	7	22,583	908,0	75,85	59,67
3	20,250	1378,1	73,82	57,66	8	22,666	892,2	75,93	59,73
4	20,333	1360,4	73,89	57,73	9	22,750	876,4	76,00	59,79
5	20,416	1342,7	73,93	57,81	10	22,833	860,7	76,06	59,84
6	20,500	1325,3	74,01	57,88	11	22,916	845,0	76,13	59,90

de



de parties égales, dont chacune désigne ce qu'on nomme un degré de chaleur. Mais pour que l'eau bouillante indique une chaleur constante et propre à rendre les instruments comparables, il faut nécessairement que l'ébullition se rapporte à une pression déterminée, puisque nous savons que l'eau peut bouillir à un degré de chaleur plus ou moins grand suivant la pression qu'elle éprouve. En conséquence, on est

*SUITE de la Table pour connoître le rapport entre la hauteur du barometre, etc.*

FRACTIONS DE POUCE en lignes.	HAUTEUR du barometre en pouces.	ÉLÉVATION au-dessus du niveau de la mer en toises.	TEMPÉRATURE à l'instant de l'ébullition		FRACTIONS DE POUCE en lignes.	HAUTEUR du barometre en pouces.	ÉLÉVATION au-dessus du niveau de la mer en toises.	TEMPÉRATURE à l'instant de l'ébullition	
			de l'eau.	de l'esprit- de-vin.				de l'eau.	de l'esprit- de-vin.
.	23,000	829,5	76,20	59,96	7	25,583	374,8	78,24	61,97
1	23,083	813,9	76,27	60,02	8	25,666	361,1	78,30	62,03
2	23,166	798,4	76,34	60,09	9	25,750	347,3	78,36	62,09
3	23,250	783,0	76,40	60,19	10	25,833	333,7	78,42	62,14
4	23,333	766,6	76,47	60,21	11	25,916	320,1	78,49	62,20
5	23,416	752,5	76,54	60,28	.	26,000	306,6	78,55	62,25
6	23,500	737,1	76,61	60,34	1	26,083	299,1	78,61	62,30
7	23,583	721,9	76,68	60,40	2	26,166	279,6	78,68	62,36
8	23,666	706,8	76,75	60,47	3	26,250	266,2	78,74	62,42
9	23,750	691,8	76,81	60,53	4	26,333	252,9	78,80	62,47
10	23,833	676,8	76,88	60,60	5	26,416	239,7	78,87	62,52
11	23,916	661,8	76,95	60,66	6	26,500	226,5	78,93	62,58
.	24,000	647,9	77,02	60,73	7	26,583	213,4	78,99	62,63
1	24,083	632,1	77,08	60,79	8	26,666	200,4	79,05	62,69
2	24,166	617,3	77,15	60,86	9	26,750	187,4	79,11	62,74
3	24,250	602,7	77,21	60,92	10	26,833	174,4	79,16	62,79
4	24,333	588,0	77,27	60,98	11	26,916	161,4	79,23	62,85
5	24,416	573,4	77,34	61,05	.	27,000	148,7	79,28	62,90
6	24,500	558,8	77,41	61,11	1	27,083	136,0	79,34	62,96
7	24,583	544,4	77,47	61,18	2	27,166	123,3	79,40	63,01
8	24,666	529,3	77,54	61,25	3	27,250	110,8	79,46	63,07
9	24,750	515,5	77,60	61,31	4	27,333	98,2	79,52	63,12
10	24,833	501,2	77,66	61,38	5	27,416	85,7	79,58	63,18
11	24,916	487,0	77,73	61,46	6	27,500	73,3	79,64	63,23
.	25,000	472,8	77,79	61,51	7	27,583	60,9	79,69	63,29
1	25,083	458,7	77,86	61,57	8	27,666	48,6	79,75	63,35
2	25,166	444,6	77,92	61,65	9	27,750	36,3	79,81	63,40
3	25,250	430,5	77,99	61,71	10	27,833	24,1	79,87	63,45
4	25,333	416,5	78,05	61,77	11	27,916	12,0	79,93	63,51
5	25,416	402,5	78,12	61,84	.	28,000	0,0	80,00	63,57
6	25,500	388,7	78,18	61,91					



convenu de déterminer le point de l'eau bouillante, sur le thermomètre, à une pression de 28 pouces, c'est-à-dire lorsque le baromètre indique une pareille hauteur. On voit sur-le-champ que cette méthode, bonne en elle-même, entraîne cependant des inconvénients dans la pratique : en effet il peut arriver qu'au même lieu le baromètre soit un certain temps sans indiquer 28 pouces; il peut arriver encore qu'il ne les indique jamais : à Madrid, par exemple, il ne peut, dans aucun état de l'atmosphère, monter à 27 pouces; il seroit donc impossible, par les moyens connus jusqu'à présent, de déterminer à Madrid le point de l'ébullition à 28 pouces de pression. Mais, par la méthode de M. de Betancourt, on peut toujours faire cette détermination quelle que soit la hauteur du baromètre lors de l'ébullition; car comme on connoît les degrés du thermomètre qui doivent correspondre à des pressions quelconques, on pourra toujours, dans un état donné de l'atmosphère, trouver sur l'échelle du thermomètre, outre le point de la glace, un autre point dont on saura le numéro, au moyen de la table X, et qui fournira le moyen de faire une sous-division de degré en degré : par exemple, si, lorsqu'on fait bouillir l'eau, le baromètre indique 26,59 pouces, on verra, par la table X, que cette pression doit correspondre à une température de 79 degrés; divisant donc en 79 parties égales l'espace compris entre le terme de la glace et celui de l'ébullition ainsi observée, chacune de ces parties indiquera un degré du thermomètre de Réaumur.

Lorsqu'on aura un appareil semblable à celui de M. de Betancourt, il sera inutile de s'assujettir à la hauteur du baromètre à l'air libre; car alors on pourra, au moyen d'une pression quelconque, déterminer, par la table X, la graduation correspondante du thermomètre; et, comme on aura le moyen de trouver ainsi autant de points qu'on voudra, ces points se serviront de vérification réciproque. Les hautes températures donneront dans ce cas beaucoup d'exactitude, parceque la marche du baromètre y est très grande relativement à celle du thermomètre.

1379. M. de Betancourt, après avoir décrit ses expériences sur l'esprit-de-vin, termine son mémoire par quelques considérations sur l'utilité qu'on pourroit retirer, dans l'usage des machines à feu, de la vaporisation de quelques autres fluides que l'eau : mais nous reviendrons sur cet objet. Nous allons passer à la description du mécanisme des machines à feu.



*Description d'une premiere machine à feu à double effet.*

1380. La machine que nous allons décrire se rapporte particulièrement à celles exécutées à Paris, à l'isle des Cygnes, pour faire mouvoir des moulins à bled. MM. Perrier freres, qui en sont les auteurs, les ont fait construire après le voyage en Angleterre de M. de Betancourt, dont nous avons parlé art. 1345, et conformément au modele dont il est question dans le même article. Ces machines, dont l'exécution est si soignée que nous doutons qu'on l'ait surpassée et même égalée nulle part, ont d'ailleurs tout le succès qu'on doit en attendre, et sont une preuve incontestable de l'excellence du mécanisme perfectionné qu'on a substitué à celui des machines de Chaillot.

Objets exécutés auxquels se rapporte la machine qu'on va décrire.

M. Perrier l'aîné nous a assurés que, quoiqu'il n'ait construit des machines à double effet qu'après avoir connu le modele de M. de Betancourt, il avoit eu cependant depuis très long-temps l'idée de pareilles machines; que son objet étoit de diminuer la grosseur du cylindre à vapeur, de supprimer les contrepoids, de simplifier tout l'attirail, enfin d'économiser le combustible. On ne sauroit révoquer en doute l'assertion d'un artiste aussi habile que digne de foi; il est d'ailleurs très naturel de penser que ceux qui ont beaucoup réfléchi sur les divers moyens d'employer la vapeur de l'eau comme moteur aient cherché à transmettre son effort d'une maniere telle que l'attirail intermédiaire le diminuât le moins possible: or les machines de Chaillot, quoique beaucoup plus parfaites que les anciennes, étoient encore loin de remplir cette condition. Nous verrons par la suite les diverses tentatives faites ou proposées pour approcher encore davantage de la moindre perte, soit de combustible, soit d'effort du moteur.

1381. Les figures (223, 224 et 225) représentent l'ensemble de toute la machine; on voit en [1] et [2] (\*), fig. (223), les plans, à différentes hauteurs, de deux chaudières dont on suppose que la machine est pourvue. Cette précaution est assez nécessaire, afin que le travail ne cesse pas lorsqu'on répare une des chaudières. [1] fait voir les massifs de maçonnerie sur lesquels

Chaudières, cheminées, fourneaux, cendriers, etc. considérés en masse; précautions prises pour échauffer l'eau avec économie.

(\*) Les principaux détails des figures seront indiqués par des chiffres arabes renfermés entre deux crochets quarrés de cette forme [ ], afin de les distinguer des chiffres de renvoi aux articles de l'ouvrage, qui seront entre deux parentheses, de cette forme ( ): par là, nous éviterons une multitude de lettres, dont l'usage est toujours embarrassant lorsqu'il en faut un aussi grand nombre, et nous ne les emploierons que pour exprimer les sous détails des objets que les chiffres indiquent en masse.



se pose la brique qui supporte immédiatement la chaudière ; A est le cendrier , c'est une chambre pratiquée au-dessous de la grille de fer sur laquelle on met le combustible ; le plan ponctué B B est une voûte qui a une issue extérieure et qui aboutit au cendrier ; une autre voûte latérale D D sert de communication entre la voûte B B et le dessous C de la cheminée ; [2] est le plan du massif de brique qui supporte immédiatement la chaudière ; A est la grille de fer sur laquelle se met le combustible ;  $t, t$  sont deux tasseaux destinés à supporter en partie le fond de la chaudière , et empêcher qu'il ne se *gauchisse* par la pression supérieure. L'espace qui est autour de ces tasseaux , y compris celui occupé par la grille A , forme au-dessous de la chaudière une chambre dans laquelle se répandent la flamme et la fumée. Cette chambre a deux issues , l'une du côté de A par où on jette le combustible , et l'autre en E ; cette seconde issue communique avec un tuyau supérieur qui traverse la chaudière , et sert , comme on va le voir , à porter la chaleur au milieu de l'eau qu'on veut échauffer.

[2], fig. ( 224 ), est un plan de la chaudière , pris dans une section horizontale , passant à-peu-près au milieu de la hauteur de l'eau qui y est enfermée ; le tuyau ou canal  $ab$  , qui fait partie de la chaudière et qui traverse l'eau , sert de conduit à la chaleur et à la fumée qui y affluent par l'ouverture E répondant à l'issue E , fig. ( 223 ), chaudière [2] , et forme la communication entre le dessous de la chaudière où se fait le feu et l'espace  $ab$  environné d'eau. Ainsi le feu et la fumée , après avoir échauffé le dessous de la chaudière , se trouvent encore au sein du fluide , et l'échauffent de nouveau d'une manière très avantageuse. Au sortir du canal  $ab$  , la flamme entre dans le canal F' F F F'' , et ne trouvant point d'issue en F' , est obligée de cheminer dans le sens F F F F'' , et de faire tout le tour de la chaudière avant d'arriver à la cheminée C.

L'explication que nous venons de donner des plans [1] et [2] des chaudières se concevra encore mieux par l'examen des coupes et des élévations , fig. ( 226 , 227 , 229 et 230 ) : les trois premières de ces figures se rapportent au plan [1] , ainsi qu'on le voit écrit sur les planches ; mais comme les chaudières sont parfaitement semblables , et ne diffèrent qu'en ce que leurs parties sont disposées en sens contraire par rapport à l'axe longitudinal , il est aisé , en ayant égard à cette circonstance , de rapporter les plans et coupes à l'un ou à l'autre indifféremment. On voit dans toutes ces figures trois pièces  $\rho, \rho', \rho''$  ; la première



est un regard ou ouverture de la chaudiere ; la seconde est un tuyau avec un robinet pour la vider : nous verrons, ci-après, l'usage de la troisieme. La section C C C de la cheminée, fig. (226) et les parties B B, D D, K K, ne sont point dans le même plan que la section du reste de la figure, ce qui se verra aisément par la comparaison avec le plan [1] ; pareillement la section de la partie supérieure de la fig. (227) est faite vers l'extrémité à gauche du plan [1], fig. (224), et la partie inférieure G A de la même fig. 227 est la section du plan [1], fig. (224), faite du côté de la cheminée sur l'axe de la voûte qui va au cendrier. On use souvent de cet expédient, dans le dessin des machines, afin qu'une même coupe puisse mieux donner l'idée de l'ensemble. (\*)

L'ouverture de la cheminée C C, (fig. 226), est continuée en K' K jusqu'à la voûte D D, et a, par ce moyen, une communication avec l'issue extérieure B B ; l'espace C C, dans lequel passe la fumée, est séparé de l'espace K' K par une plaque de fer qu'on voit dans la coupe, et qu'on peut ôter à volonté.

1382. On voit dans l'élévation, fig. (230), la porte de fer *p* fermant l'ouverture *pp*, fig. (227), par laquelle on jette le combustible dans l'espace G, fig. (226 et 227), sur la grille de fer qui sépare G de A. Cette porte se ferme aussitôt que le combustible est lancé, et ne se r'ouvre que lorsqu'on en met de nouveau. Ainsi, pendant tout le temps de la combustion, le fourneau n'a de communication avec l'air atmosphérique que par la cheminée C C et par la voûte d'issue B B. D'après cela, la chaleur causant une grande raréfaction dans l'espace G, l'air atmosphérique afflue dans cet espace par B et A, et forme un courant qui donne la plus grande activité à la combustion. Nous reviendrons sur cet objet ainsi que sur d'autres détails relatifs aux cheminées : passons à la maniere dont la vapeur produit et continue le mouvement de la machine.

1383. La vapeur qui se forme dans la chaudiere [1], fig. (224 et 225), passe par le tuyau *vv*, fig. (224), lequel tuyau aboutit en *vv*, fig. (231 et 232) ; ainsi l'espace E<sup>2</sup>, qui sépare l'extrémité *vv* des soupapes S et S', qu'on voit au-dessous, est continuellement rempli de vapeur prête à affluer dans les tuyaux T, T'. Nous pouvons considérer cette vapeur comme sans cesse repro-

Courant d'air pour donner de l'activité à la combustion.

Correspondance entre le mouvement du piston du cylindre à vapeur et ceux des soupapes qui établissent la communication entre la chaudiere, le cylindre à vapeur et le condenseur.

(\*) On s'est efforcé de représenter par des dégradations de teinte les différentes sections comprises dans la même figure sur des plans plus ou moins avancés ; mais, malgré cette ressource, on ne se croit pas dispensé d'en indiquer les principales dans le discours ; les autres seront aisément comprises par ceux qui ont la plus légère habitude du dessin géométral.



duite par une cause quelconque, et faire ainsi, pour les explications subséquentes, abstraction et de la communication de l'espace  $E^2$  avec la chaudière et de la chaudière elle-même. (\*)

Dans l'état de la machine que représentent les fig. ( 231 et 232 ) le piston [14] est au point le plus élevé de sa course, le vide est censé fait dans toute la partie inférieure du cylindre, et la soupape  $S$  est ouverte; au-dessous de cette soupape  $S$  est une ouverture  $VV$  qui communique du cylindre à l'espace  $T$ . La vapeur entre donc par la soupape  $S$ , remplit tout l'espace  $T$  jusqu'à la soupape  $\sigma$ , qui, étant fermée, ne lui livre point passage, et il faut observer que cette soupape  $\sigma$  étant la seule issue inférieure de l'espace  $T$ , la vapeur ne peut ni pénétrer dans l'espace  $V'$ , ni dans celui  $QQ$ : la seule issue qu'elle ait est donc l'ouverture  $VV$  par laquelle elle va presser la partie supérieure du piston, qui, n'éprouvant aucune pression inférieure (\*\*), descend jusqu'au bas du cylindre et fait descendre en même temps et la verge  $tt$  qui lui sert de tige, et toutes les parties de la machine attachées à cette verge.

Nous avons dit que lorsque le piston a commencé à descendre, le vide étoit fait dans la partie inférieure du cylindre; cette condition avoit lieu parceque la vapeur qui y avoit été introduite précédemment s'étoit échappée par l'ouverture inférieure  $V'$ , pour aller dans l'espace  $QQ$ , et que cet espace communiquant avec le tuyau ou canal vertical  $R$ , par une ouverture qui est au-dessous de la soupape  $q$ , laquelle soupape est toujours ouverte, toute la vapeur a dû se condenser au moyen d'une injection continuelle d'eau froide qui est entretenue dans ce tuyau  $R$ . Nous verrons bientôt les détails du mécanisme qui produit cette injection. On voit par là pourquoi les soupapes  $S$  et  $\sigma$  sont ouvertes en même temps, l'une étant destinée à introduire la vapeur par dessus le cylindre, et l'autre à conduire la vapeur qui est dessous au *condenseur*, c'est-à-dire à l'espace dans lequel sa condensation s'opère.

Suivons à présent la marche du piston, que nous avons supposé arrivé au point le plus bas de sa course. A cette époque, un mécanisme que nous décrirons bientôt, et qui est mis en mou-

---

(\*) Le lecteur pourra, s'il le juge à propos, lire l'art. ( 1396 ) avant d'aller plus avant; cependant, par les raisons énoncées dans cet article, il seroit peut-être préférable d'aller de suite.

(\*\*) Nous faisons, pour un moment, abstraction de la vapeur produite par l'eau de condensation: voyez la note de l'art. ( 1338 ).



vement par l'action même de la vapeur, fait fermer les soupapes  $S$  et  $\sigma'$ , et fait ouvrir les soupapes  $S'$  et  $\sigma$ : la vapeur peut donc affluer par  $S'$  et descendre jusqu'en  $\sigma$ ; mais arrivée là, elle ne peut point pénétrer en  $Q Q$ , car la seule communication  $\sigma'$ , qu'elle eût avec cet espace, se trouve fermée, et elle ne trouve d'autre issue que le canal  $V' V'$ ; ce canal aboutit à une ouverture carrée  $V^2 V^2$  pratiquée dans le fond  $FF$  du cylindre, et la vapeur, s'introduisant par cette ouverture, vient presser la partie inférieure du piston. Mais en même temps la vapeur qui s'étoit introduite dans la partie supérieure du cylindre (\*), et qui ne peut plus communiquer avec l'espace  $E^2$ , puisque la soupape  $S$  est fermée, afflue avec rapidité par la soupape ouverte  $\sigma$  dans l'espace  $Q Q$  et de suite dans l'espace  $R$ , où elle est condensée par l'injection continuelle d'eau froide que nous avons dit précédemment se faire dans cet endroit. Le vide s'établit donc dans la partie supérieure du cylindre, et il n'y a plus aucun obstacle à l'ascension du piston que tend à produire et que produit en effet l'effort de la vapeur qui agit à la partie inférieure.

Le piston étant remonté, les soupapes  $S'$  et  $\sigma$  se ferment et les soupapes  $S$  et  $\sigma'$  s'ouvrent; la vapeur afflue de nouveau à la partie supérieure du cylindre pour presser le piston, s'échappe de la partie inférieure, et se rend au condenseur; c'est-à-dire que les choses se retrouvent dans la position représentée par les fig. (231 et 232), et que le mouvement de haut en bas se reproduit de la manière décrite au commencement de cet article. On voit que le piston montera et descendra successivement et sans interruption, tant que la chaudière fournira de la vapeur, et en supposant que le mécanisme soit tel que le mouvement alternatif des soupapes  $S$ ,  $\sigma'$ ,  $S'$ ,  $\sigma$ , ait lieu de la manière qu'on vient de décrire.

1384. Pour classer commodément dans l'esprit les fonctions de ces différentes soupapes, il faut concevoir que l'intérieur du cylindre est divisé en deux parties variables par le piston de ce cylindre. Le tuyau ou espace  $T$  sert d'issue à la partie supérieure, et le tuyau ou espace  $T'$  sert d'issue à la partie inférieure: le premier de ces espaces a deux portes  $S$  et  $\sigma$  fermées par les soupapes qui leur correspondent; le second a deux portes, pareillement fermées,  $S'$  et  $\sigma'$ : chaque porte supérieure établit la communi-

Moyen de classer commodément dans l'esprit les mouvements correspondants dont on vient de parler.

(\*) Nous appellerons ordinairement partie supérieure et partie inférieure du cylindre les espaces compris au-dessus ou au-dessous du piston, dans quelque point de sa course que se trouve le piston.



cation entre la chaudière et la partie du cylindre à laquelle elle correspond ; chaque porte inférieure établit la communication entre la même partie du cylindre et le condenseur. De plus , lorsque la communication avec la chaudière est ouverte dans un des deux espaces T ou T', la communication avec le condenseur est ouverte dans l'autre espace , en sorte que si les soupapes S, S',  $\sigma$ ,  $\sigma'$ , sont supposées aux angles d'un parallélogramme , celles qui se trouvent ouvertes et fermées en même temps sont toujours, respectivement, aux extrémités d'une même diagonale.

Du tuyau d'injection employé à opérer la condensation ; soupape extérieure pour modérer à volonté l'injection et par conséquent la vitesse de la machine ; réflexions sur les limites de l'effet qu'on peut produire à cet égard.

1385. Ainsi la vapeur de la partie du cylindre dont l'issue ou porte inférieure  $\sigma$  ou  $\sigma'$  est ouverte, se rend constamment dans l'espace R où elle se condense aussitôt. Cette condensation s'opère par le moyen d'un jet d'eau froide qui jaillit continuellement de l'extrémité du tuyau 3, 4, 5, fig. (232), lequel tuyau traverse l'espace [9], sans donner d'autre issue à l'eau que l'ouverture extérieure 3 et l'extrémité intérieure 5 ; au-dessus de l'ouverture 3 est une soupape 2, 2, fixée à l'extrémité inférieure de la tige 1, 2, dont la partie supérieure taraudée traverse un écrou à oreille , fixé au-dessus du plancher de la bache [6]. En serrant ou desserrant cet écrou, on approche plus ou moins la soupape 2, 2, de l'ouverture 3 qu'elle pourroit fermer exactement si elle étoit assez descendue pour cela.

Cette ouverture 3 est , comme on voit, entièrement plongée dans la bache [6] ; par conséquent, la condensation et le vide s'opérant sans cesse dans l'espace R, l'eau tend à jaillir par l'ouverture intérieure 5, avec une vitesse due à une colonne d'eau qui auroit 32 pieds, plus la hauteur de l'eau de la bache au-dessus de l'ouverture 5, moins la hauteur d'une colonne d'eau équivalente à la petite force expansive qui exerce son action dans le condenseur (1341) : ainsi l'eau doit affluer avec beaucoup d'impétuosité dans l'espace R ; mais on peut diminuer à volonté la quantité de cette eau qui y entre, dans un temps donné, en rapprochant, par le moyen de l'écrou 1, 1, la soupape 2, 2, de l'ouverture 3, de telle sorte que, si cette soupape est assez abaissée pour fermer entièrement l'ouverture, il n'entrera plus d'eau froide dans le condenseur.

On ne peut pas de même augmenter indéfiniment la quantité d'eau qui entre dans l'espace R, la limite de cette quantité est donnée par la grandeur de l'ouverture 3. Lorsque cette soupape est à une hauteur au-dessus de l'ouverture 3, telle qu'une surface cylindrique, de même hauteur, et qui auroit la soupape



2, 2, pour base, soit égale à l'ouverture 3, alors il entre par cette ouverture toute l'eau qui peut y entrer, et, quoiqu'on l'élevât davantage, il n'en entreroit pas une plus grande quantité.

Il est aisé de démontrer, par les éléments de géométrie, que, d'après ce qu'on vient de dire, la plus grande affluence de l'eau dans l'espace R a lieu lorsque la soupape 2, 2, est élevée au-dessus de l'ouverture 3, à-peu-près de son demi-rayon : nous disons à-peu-près à cause de la forme conique de la soupape.

On voit, fig. (225), l'élévation extérieure du condenseur, et, fig. (231), une coupe faite à angle droit sur celle que représente la fig. (233). On voit, de plus, dans toutes les autres figures, les mêmes lettres ou chiffres de renvoi placés sur les parties qui se correspondent : ainsi nous n'avons pas besoin d'indiquer ici toutes les figures où se trouvent différentes projections du condenseur.

1386. On sait, d'après ce qui a été dit art. (1341), ce qui résulte, pour l'effet de la machine, de l'eau de condensation qui tombe dans l'espace [9], fig. (231 et 232). Nous avons fait voir que le ressort que développait la vapeur de cette eau, et l'air échauffé qui s'en dégage, pouvoient contrebalancer une portion très sensible de l'effort de la vapeur qui sort de la chaudière, et qu'il étoit indispensable de se délivrer de cette eau et de cet air. Le moyen employé pour produire cet effet dans la machine que nous décrivons est semblable à celui décrit à l'art. (1341), qui se rapporte à la fig. (194). Le canal ou tuyau [11], [11], fig. (225 et 231), communique de l'espace [9], où tombe l'eau de condensation, au corps de pompe [10]. La soupape 6, 6, qui partage l'espace [11], [11], livre passage à l'eau et à l'air de condensation, lorsque le piston 7, 7, 7 s'élève, et que l'aspiration se fait dans le corps de pompe [10]; cette soupape se referme ensuite pendant le passage de l'un et l'autre fluide au-dessus de ce piston, qui a lieu lors de son abaissement, le tout conformément à ce qui a été dit art. (661 et 1341).

L'eau et l'air de condensation sont ainsi élevés au haut de l'espace [10], fig. (233), d'où ils se répandent dans l'espace ou boîtes 'A' A, et sont de suite refoulés au-dessus de la soupape 8, 8, dans le corps de pompe [12], [12]; là le piston 9, 9, 9, les élève jusqu'au tuyau *t' t'*, qui se nomme tuyau nourricier, et qui conduit l'eau dans la chaudière. Ce tuyau *t' t'* reparoît dans diverses autres figures, mais principalement dans le plan, fig. (224), où on le voit, en partie ponctué et en partie tracé plein. On retrouve dans la fig. (227) son extrémité qui aboutit à un autre tuyau *t'' t''* dont l'extrémité inférieure plonge dans l'eau de la chaudière.

De la pompe employée à enlever l'eau de condensation et l'air qui se dégage, pendant qu'elle s'opère; tuyau nourricier qui conduit cette eau dans la chaudière.



Un robinet placé à l'extrémité de  $tt'$  donne le moyen de ne laisser entrer dans la chaudiere que la quantité d'eau nécessaire pour l'entretenir à une hauteur constante. (Voyez, art. (1398), la maniere de connoître cette hauteur). Le surplus de l'eau s'échappe par un tuyau latéral.

Il est aisé de concevoir pourquoi l'eau qui s'introduit en  $tt'$  pénètre dans la chaudiere, malgré la vapeur qui se forme en  $ff$ , fig. (227), lorsque cette vapeur n'est qu'à 80 ou 85 degrés; car cette eau a, outre le poids de l'atmosphere, celui de toute la colonne depuis  $t''t'$ , jusqu'à la surface de l'eau de la chaudiere.

Les tiges des pistons 7, 7, 7 et 9, 9, 9, fig. (231 et 233), sont attachées au balancier [13], [13], fig. (225), et se meuvent avec lui de la même maniere qu'on l'a expliqué, art. (1341), pour la fig. (194). Comme les deux tiges se trouvent dans un plan perpendiculaire au plan de la figure (225), la tige du piston 7, 7, 7, cache la tige 10, 10, fig. (233), du piston 9, 9, 9. Dans la coupe de la fig. (231), on a cassé la tige du piston 7, 7, 7, un peu au-dessus du corps de pompe [10], au moyen de quoi on voit s'élever par derriere la tige 10, 10.

Observation  
sur un effet ré-  
sultant de l'as-  
piration de  
l'eau et de l'air  
donnés par la  
condensation.

1387. Observons que, d'après le mécanisme qu'on vient de décrire, l'aspiration de l'eau et de l'air de condensation a lieu lorsque le piston du cylindre à vapeur descend; et que, lorsque ce même piston remonte, l'eau et l'air de condensation sont pressés pour s'élever au-dessus du piston qui les a aspirés précédemment. Ils doivent donc, dans ce dernier cas, s'opposer à la marche du piston du cylindre à vapeur, plus que dans le précédent.

Principe sur  
lequel la con-  
struction du  
régulateur est  
fondée.

1388. Après avoir expliqué le jeu général de la machine, et la maniere dont l'action de la vapeur se transmet au balancier, il reste à développer un mécanisme dont la propriété est de reproduire sans cesse le mouvement alternatif du piston du cylindre à vapeur, par des moyens inhérents à la machine, et sans autre agent extérieur que l'homme employé à renouveler le combustible à mesure qu'il se consume: ce mécanisme constitue ce qu'on appelle le *régulateur*.

Nous avons vu, art. (1331 et 1332), que dans les premiers essais qu'on a faits des machines à feu, il falloit que des hommes fussent occupés à tourner différents robinets nécessaires pour l'introduction et la condensation de la vapeur: on sent aisément toutes les especes d'inconvénients qu'entraîne une pareille méthode. Les machines dont nous avons parlé, art. (1338 et suiv.), n'ont pas



cette incommodité ; mais comme nous ne les donnions que pour fournir des exemples de la théorie de la vaporisation, exposée art. (1309 et suiv.), nous nous étions réservé de décrire subseqüemment le *régulateur* avec tous les détails nécessaires. Exposons d'abord les principes sur lesquels sa construction est fondée.

La fig. (234) représente une piece de bois  $pp$ , qu'on nomme *poutrelle*, portant un tasseau  $t$  ; cette poutrelle s'abaisse et s'élève successivement par un mouvement vertical et continu ; on voit dans le surplus de la figure un assemblage de pieces qui offre une combinaison de leviers dans lesquels il faut soigneusement distinguer les points ou axes de rotation fixes, et les points de rotation mobiles : ceux de la premiere espece, c'est-à-dire les points de rotation fixes, sont les points  $a$ ,  $f$ ,  $m$  et  $y$ , la poutrelle ou semelle  $HH$  étant immobile ; ceux de la seconde espece, c'est-à-dire les points de rotation mobiles, sont les points  $h$ ,  $k$ ,  $r$  et  $y'$ . Les trois branches  $ab$ ,  $ac$ ,  $ad$ , ne forment qu'une seule piece tournant autour du point  $a$ . Il en est de même des trois branches  $fd$ ,  $fg$ ,  $fh$  ; quoique situées dans différents plans, elles forment un seul levier composé, tournant autour du point  $f$ , et dont la branche  $fh$  tient aux verges  $hk$  et  $hr$  par la charniere mobile  $h$  qui est commune aux trois verges. A l'extrémité  $d$  de la branche  $ad$  est pratiqué un arrêt contre lequel l'extrémité de la branche  $fd$  vient s'appuyer ; la boule ou le poids  $b$  qui termine la branche  $ab$  tend à faire presser l'une contre l'autre les extrémités des branches  $ad$  et  $fd$  ; un effet semblable est produit par la poutrelle ou lentille  $ss'$ , dont le poids tend à faire baisser les points  $r$  et  $h$ , à donner à la branche  $fd$  un mouvement de rotation dans le sens  $d d''$ , et par conséquent à faire presser verticalement l'extrémité de cette branche contre son arrêt.

Le levier coudé  $k m n$  est encore d'une seule piece, tournant autour du point  $m$  ; la branche  $mn$  entre, comme on voit, dans une entaille faite à la queue d'une soupape  $qq$  ; et le but de tout le mécanisme que nous décrivons ici est de faire hausser et baisser alternativement cette soupape  $qq$ .

Dans la position indiquée par les lignes pleines de la figure, les points  $d$ ,  $f$ ,  $h$ ,  $k$ , sont en ligne droite horizontale ; la poutrelle  $pp$  est supposée s'abaisser et le tasseau  $t$  passer à la position  $t'$ . Dans cette hypothese, le tasseau  $t$  venant appuyer contre l'extrémité  $c$  de la branche  $ac$ , la fera baisser jusqu'en  $c'$  ; et le levier composé  $b a c d$ , qui, comme on vient de le dire, est d'une seule piece, prendra la position  $b' a' c' d'$ . Mais alors les extrémités des



branches  $ad$  et  $fd$  venant à se séparer, la branche  $ad$  ne pourra plus servir d'arrêt à la branche  $fd$ ; le poids de la lentille  $ss'$  exercera, par le moyen de la verge  $rh$ , une action presque verticale sur le point  $h$  de la ligne horizontale  $dfhk$ , et forcera ce point à s'abaisser, quelle que soit la résistance opposée en  $n$ . (\*)

D'après cela, les points de rotation  $f$  et  $m$  étant immobiles, le levier composé  $dfgh$  prendra la position  $d'fg'h'$ , c'est-à-dire que les points  $d$ ,  $g$  et  $h$  décriront les arcs, de même valeur angulaire,  $dd'$ ,  $gg'$  et  $hh'$ . Par une suite nécessaire, le point  $k$  décrira un arc  $kk'$ ; la ligne droite  $fhhk$  deviendra la ligne brisée  $fh'k'$ ; la verge  $hr$  prendra la position  $h'r'$ ; la lentille  $ss'$  s'abaissera en  $s''s''$ ; et enfin le levier coudé  $kmn$  prendra la position  $k'mn'$ . Le dernier effet ne peut se produire sans que la soupape  $qq$  ne prenne la position  $q'q'$ , en s'élevant d'une quantité qui a une certaine relation avec l'ouverture de l'angle  $n'mn$  ou de son égal  $k'mk$ .

Cependant le tasseau  $t$ , qui, par l'abaissement de la poutrelle  $pp$ , étoit arrivé à la position  $t'$ , ne descend pas plus bas, et, au contraire, il remonte non seulement à la position  $t$ , mais encore plus haut. Le levier composé  $b'ac'd'$ , n'étant plus contenu en  $c'$ , tend à reprendre sa position  $bacd$ , mais ne rencontrant plus la branche  $fd$  qui est passée en  $fd'$ , il outre-passe cette position, et le contre-poids  $b$  descend jusqu'à ce que la branche  $ad$  vienne s'appuyer contre l'extrémité  $d'$  de  $fd'$ .

Pendant ce temps la poutrelle  $pp$  continue de monter jusqu'à ce qu'une cheville  $q$ , placée à côté de cette poutre, vienne rencontrer la branche  $fg'$ , et l'oblige, en l'entraînant avec elle, à se remettre dans la position  $fg$ . On conçoit aisément que cela ne peut se faire sans que l'extrémité  $d'$  de la branche  $fd'$  glisse le long de la branche  $ad$ , et cela jusqu'à ce que les extrémités de ces deux branches se rencontrent et se remettent dans la position indiquée par les lignes pleines de la figure : on conçoit encore qu'à cette époque la soupape  $q'q'$  a dû revenir à sa place  $qq$ , et que les choses se retrouvent dans l'état où nous les avons supposées au commencement de cet article, à cela près que le tasseau  $t$  est au plus haut point de sa course. Si donc ce tasseau et la poutre  $pp$  recommencent à descendre et à monter successivement, tous les effets que nous venons de décrire se repro-

---

(\*) En effet,  $km$  étant verticale, la résistance en  $n$  ne peut transmettre qu'une action horizontale en  $k$ , laquelle ( 267 ) ne peut point, dans le premier instant, empêcher l'effet de la traction verticale qui a lieu en  $h$ .



duiront, et l'ouverture à laquelle s'adapte la soupape  $qq$  sera alternativement fermée et ouverte.

La poutrelle  $ss'$  doit être courbée à sa partie inférieure, afin d'éviter les secousses qu'occasionneroit une chute trop subite. Au moyen de cette courbure, le point de contact de  $ss'$  et  $HH$  s'approchera de plus en plus du centre de gravité de  $ss'$  et même le dépassera, ce qui amortira considérablement la force de la chute.

Tels sont les principes sur lesquels est fondé le mécanisme qui sert à faire mouvoir spontanément les soupapes destinées, dans la machine à feu, à ouvrir ou à fermer à la vapeur le passage de la chaudière au cylindre et du cylindre au condenseur, et à prolonger par conséquent le mouvement de la machine : passons aux applications.

1389. Supposons que  $f$  est un axe de rotation, et que les branches  $fg$ ,  $fd$  et  $fh$ , attachées à différents points de cet axe, font corps et tournent avec lui. Les branches  $ac$  et  $fg$  seront disposées de manière que le tasseau  $t$  et la cheville  $q$ , attachés à la poutrelle  $pp$ , puissent les atteindre : quant à la branche  $fh$ , elle pourra être placée en un point quelconque de l'axe, pourvu que  $m$  soit aussi un axe qui ait les mouvements de renvoi nécessaires pour faire lever la soupape  $qq$ .

Application  
de ce principe  
aux machines.

Ce n'est pas tout ; on peut encore, avec la combinaison des deux leviers composés  $bacd$ ,  $gfdk$ , et une seule lentille  $ss'$ , faire ouvrir et fermer ensemble autant de soupapes  $qq$  qu'on voudra ; pour cela la verge  $hr$  sera attachée à un levier séparé, fixé à un point quelconque de l'axe, et on établira dans d'autres points du même axe autant d'ajustements  $fhkmn$  qu'on voudra faire mouvoir de soupapes. Il est évident que ce que nous avons dit pour une seule doit s'appliquer à quelque nombre que ce soit, la différence ne consistera que dans le plus ou moins d'effort à faire.

C'est avec de semblables modifications que le mécanisme décrit dans l'article précédent s'applique aux machines à feu ; deux axes correspondants à l'axe  $f$  font mouvoir chacun deux soupapes ; un troisième axe correspondant à  $a$  fournit les encliquetages nécessaires, ainsi qu'on va le voir plus en détail.

1390. Les fig. (235, 236, 237, 238, 239) représentent les détails du régulateur appliqué à la machine à feu dont nous nous occupons en ce moment. Pour bien concevoir le jeu de toutes les pièces, il faut rapprocher la fig. (232) de la fig. (238).

Description  
et jeu du régu-  
lateur.



Ces deux figures offrent une élévation du cylindre à vapeur, devant lequel on voit les tuyaux  $T$ ,  $T'$  et les boîtes qui contiennent les soupapes qui établissent la communication entre la chaudière, le cylindre et le condenseur. Ces tuyaux et ces boîtes sont vus extérieurement dans la fig. (238), avec les différentes tringles qui servent à faire lever et baisser les soupapes, et la fig. (232) en représente la coupe faite parallèlement au plan du tableau.

Cela posé, on voit, fig. (238), que l'axe inférieur  $ff$  a deux tringles  $hk$ ,  $h^3 k^3$ , destinées à faire mouvoir respectivement les soupapes  $\sigma$  et  $S'$ , diagonalement opposées; l'axe supérieur  $f^2 f^2$  a deux tringles pareilles  $h^2 k^2$ ,  $h^4 k^4$ , qui correspondent, respectivement, aux soupapes diagonalement opposées  $S$  et  $\sigma'$ . Or on a vu art. (1384) que, pour le jeu de la machine, il falloit toujours que deux soupapes, placées aux extrémités d'une même diagonale, fussent ouvertes, pendant que les soupapes placées aux extrémités de l'autre diagonale étoient fermées, et c'est l'effet que produisent les deux axes  $f^2 f^2$ ,  $ff$ , au moyen des encliquetages de l'axe du milieu  $aa$ .

Avant de passer à la fig. (239), qui présente le jeu de ces encliquetages, il faut savoir que toutes les pièces attachées aux axes supérieurs  $f^2 f^2$ , et inférieurs  $ff$ , font corps avec ces axes et tournent avec eux, et que par conséquent toutes les pièces attachées à un même axe se meuvent ensemble; au contraire les pièces adaptées à l'axe du milieu  $aa$  tournent sur cet axe qui est immobile, et se meuvent indépendamment l'une de l'autre. Les soupapes  $S$  et  $S'$  paroissent l'une au-dessus de l'autre, fig. (239), quoique dans le fait elles soient à la même hauteur; mais on a ainsi disposé la figure afin que celle qui est en avant ne cache pas la plus éloignée; il y a même remarque à faire sur les soupapes  $\sigma \sigma'$ : cela posé, on voit que l'axe  $aa$  porte une pièce  $dac$  (n°. 1), qui sert d'arrêt à la pièce  $fd$  de l'axe  $ff$ , qui par conséquent empêche que le poids ou lentille  $s'' s'''$  ne donne un mouvement de rotation à cet axe  $ff$ , dont l'effet seroit de tirer les tringles  $hk$ ,  $h^3 k^3$ , et de faire lever les soupapes  $\sigma$  et  $S'$ . Une autre pièce  $d^2 a c^2 b$  est destinée à servir d'arrêt à la pièce  $f^2 d^2$  de l'axe  $f^2 f^2$ ; mais comme l'encliquetage est lâché, le poids de la lentille  $s'' s''$  tient les deux soupapes  $\sigma'$  et  $S$  ouvertes. La branche  $a d^2$  se tient appuyée contre la branche  $f^2 d^2$  par l'effet du contrepoids  $bb$ . Les différentes pièces de l'encliquetage sont dessinées séparément à côté de la figure, avec les mêmes lettres de renvoi, afin qu'on puisse bien distinguer le jeu de chacune.



Dans cet état, la poutrelle  $pp$ , qui a un mouvement alternatif de montée et de descente, est supposée partir du point le plus haut de sa course, et commencer à redescendre; lorsque la cheville  $v$  sera assez abaissée pour appuyer sur la branche  $f^2g^2$  (n°. 2), elle fera tourner tout l'équipage attaché à l'axe  $f^2f^2$ , tendra à faire engager l'encliquetage  $ad^2f^2$  et à faire fermer les soupapes  $\sigma'$  et  $S$ . On conçoit que les dimensions des pièces peuvent être tellement combinées que, lorsque l'encliquetage s'engage, les soupapes achevent de se fermer, et c'est en effet ce qui a lieu. Mais, lorsque ce double effet se produit, le tasseau  $t$  atteint l'extrémité  $c$  de la branche  $ac$ , la force de s'abaisser et fait dégager l'encliquetage  $adf$ ; alors le poids de la lentille  $s''s'''$  a une libre action sur l'axe  $ff$ , fait faire une partie de révolution à cet axe, et fait par conséquent ouvrir les soupapes  $\sigma$  et  $S'$ , tandis que l'arrêt qui est en  $d^2$  empêche que la lentille  $s''s'''$  ne produise le même effet sur les soupapes  $\sigma'$  et  $S$ .

On voit donc comment la descente de la poutrelle  $pp$  fait fermer les soupapes diagonalement opposées  $S$  et  $\sigma'$ , fig. (232), et ouvrir les soupapes de l'autre diagonale  $S'$  et  $\sigma$ . Il sera fort aisé de concevoir comment la montée de cette poutrelle produit l'effet inverse. La cheville  $q$  rencontrant la branche  $fg$  la fait remonter, et fait engager de nouveau l'encliquetage  $fda$  (n°. 1) que le tasseau  $t$  avoit fait dégager. Les soupapes  $\sigma$  et  $S'$  se ferment; mais pendant ce temps le tasseau  $t^2$  va presser, par dessous, l'extrémité  $c^2$  de la branche  $ac^2$  et fait dégager l'encliquetage  $f^2d^2a$  que la descente de la cheville  $v$  avoit fait engager; la lentille  $s''s''$  exerce alors toute son action sur l'axe  $f^2$ , et lui faisant faire une portion de révolution, fait ouvrir les soupapes  $\sigma'$  et  $S$ . Les choses reviennent donc dans l'état où elles sont représentées par les fig. dont les n°. se suivent depuis 231 jusqu'à 234. L'élévation générale, fig. (225), présente l'état de la machine qui a lieu lorsque la poutrelle  $pp$  est au point le plus bas de sa course, cas auquel les soupapes ouvertes sont  $\sigma$  et  $S'$ .

On voit, dans la même fig. (225), comment se produit le mouvement alternatif de montée et de descente de la poutrelle  $pp$ ; elle tient, comme on voit, à une verge de fer mixtiligne  $fe$ , attachée, à charnière, au côté  $cd$  du parallélogramme  $abcd$ ; nous verrons, dans la suite, que le point  $e$  décrit, dans sa course, une ligne qui est sensiblement droite et verticale. Ainsi la vapeur ne peut pas faire monter et descendre le piston du cylindre à vapeur, sans donner un mouvement semblable à la pièce verticale  $efpp$ , et ce dernier mouvement reproduit le premier en



ouvrant et fermant les soupapes qui servent d'un côté à introduire la vapeur et de l'autre à la conduire au condenseur.

Effort à vaincre pour lever les soupapes, outre leur poids; de la vitesse progressive de la vapeur.

1391. Les soupapes qui se ferment sont également pressées, des deux côtés, par la vapeur; mais celles qui sont prêtes à s'ouvrir ne sont pressées qu'à la partie supérieure, et on a à surmonter, outre leur poids, l'action de la vapeur. Il est aisé, d'après la connoissance du rapport entre le diamètre du piston du cylindre à vapeur et celui des soupapes, combiné avec les dimensions des pièces du régulateur, de calculer l'effet de la levée des soupapes sur le mouvement du piston. La conservation spontanée de ce mouvement paroît au premier coup-d'œil présenter quelque chose de paradoxal, d'après la théorie générale des machines, par la disproportion qui semble exister entre les produits des masses par les vitesses qui sont alternativement causes et effets. Nous aurons occasion de revenir sur cet objet; il suffira, en attendant, d'observer que la rapidité prodigieuse de l'affluence de la vapeur, soit au condenseur, soit dans la partie vide du cylindre, entre pour beaucoup dans l'explication de cette difficulté.

1392. La fig. (236) offre une élévation du régulateur sur la face opposée à l'élévation de la fig. (238); la poutrelle *pp* se voit derrière les axes dans la première et devant ces axes dans la seconde; les charnières *h' h''* sont aussi placées à droite du lecteur et à gauche dans l'autre, comme cela doit être. La fig. (235) offre un plan général du régulateur et des soupapes supérieures; on y voit les distances horizontales et l'arrangement des différentes pièces; la fig. (237) offre les plans séparés de chaque axe et des pièces qui y tiennent. Les projections des parties *k m n*, *k² m² n²*, etc. ne se trouvent pas bien exactement dans ces plans, telles qu'elles devroient être, d'après les profils, fig. (239), parcequ'on a voulu, dans ces profils, mettre toute la netteté possible pour l'explication, et éviter le croisement des lignes. On peut, au moyen de tous ces détails, suivre aisément les effets du régulateur dans les fig. (225 et 231), et on aura, par là, l'intelligence complète de la manière dont le mouvement de la machine à feu se produit et se conserve.

Des qualités que doit avoir un bon régulateur; application des principes posés, à ce sujet, au régulateur précédemment décrit.

1393. Nous aurons occasion de revenir sur plusieurs recherches relatives au régulateur; mais en attendant, pour mettre le lecteur à portée de se rendre raison des motifs qui, parmi les différentes qu'on peut lui donner, ont déterminé celle qu'on vient de décrire, il est à propos de poser, d'après M. de Betancourt, quelques principes sur les conditions auxquelles doit être sou-

mise,



mise, en général, la composition d'un régulateur; ces conditions sont :

1°. Qu'un très petit effort puisse vaincre l'effet de la vapeur sur la soupape, pour éviter les saccades qui ébranleroient la machine ;

2°. Que les soupapes s'ouvrent promptement, afin que la vapeur puisse, sans perdre de temps, vaincre l'inertie des balanciers et des autres pièces qui en dépendent ;

3°. Que les soupapes se ferment lentement, afin que l'axe du balancier n'éprouve pas de chocs violents lorsque la vapeur doit agir en sens contraire ;

4°. Qu'on puisse régler avec facilité l'ouverture des soupapes, pour que tous les mouvements se fassent avec l'accord convenable.

La 1<sup>re</sup> condition est remplie par le régulateur que représente la fig. (239) ; car, lorsque les soupapes  $\sigma$  et  $S'$  sont fermées,  $f h k$  et  $f h^3 k^3$  étant dans une situation rectiligne, si l'encliquetage  $f d a$  vient à se dégager, le plus petit effort en  $h'$  doit faire mouvoir les charnières  $h$  et  $h^3$ , et mettre les choses dans l'état que représente le n°. 2, où les soupapes  $\sigma$  et  $S'$  sont ouvertes.

La 2<sup>e</sup> l'est aussi, car les tasseaux  $t$  et  $t^2$  font dégager promptement les encliquetages, et donnent aux lentilles  $s^v s^v$  et  $s'' s'''$  la faculté d'exercer aussitôt leur action. Cependant il y a une gradation dans le mouvement ; dès le premier instant, la vitesse de  $h$  est très sensible et celle de  $k$  est encore nulle ; elle s'accélère ensuite par gradation, mais tout cela s'opère dans un petit espace de temps.

La 3<sup>e</sup> l'est encore, puisque les chevilles  $v$  et  $q$  pressent sur les branches  $f^2 g^2$  et  $f g$ , à une distance assez grande des centres de mouvement  $f^2$  et  $f$  pour que le mouvement des charnières  $h$ ,  $h^2$ ,  $h^3$ ,  $h^4$ , soit doux et lent : or le mouvement des charnières  $k$ ,  $k^2$ ,  $k^3$ ,  $k^4$ , a encore plus de lenteur que celui des précédentes, et tout cela est combiné de manière que les soupapes parcourent un petit espace, pendant que les chevilles  $v$  et  $q$  en parcourent un beaucoup plus grand.

Pour satisfaire à la 4<sup>e</sup> condition, on fait, d'un côté, varier la place tant des tasseaux  $t$ ,  $t^2$ , que des chevilles  $v$ ,  $q$ , et de l'autre, on accourcit ou on allonge les tringles  $h k$ ,  $h^2 k^2$ ,  $h^3 k^3$ ,  $h^4 k^4$ , au moyen des vis et des écrous qu'on y voit représentés, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à régler le tout de la manière qu'on desire.

1394. Nous avons dit qu'il y avoit une soupape  $q$ , fig. (232),  
Tome II. G



Mécanisme  
au moyen du-  
quel la machi-  
ne conserve  
spontanément  
un mouve-  
ment unifor-  
me et constant  
sans le secours  
d'aucun agent  
extérieur.

adaptée à l'ouverture par laquelle la vapeur se rend de l'espace QQ au condenseur R. Il est temps de parler de l'usage de cette soupape et du moyen qu'on a employé pour qu'elle soit plus ou moins rapprochée de l'orifice auquel elle s'adapte, suivant l'exigence des cas.

On sait que le bon effet d'une machine dépend, en grande partie, de l'uniformité de son mouvement; et cette uniformité dépend elle-même de l'espece du moteur et de la maniere dont il est appliqué. Dans bien des circonstances, le moteur ne peut, par sa nature, produire qu'un mouvement varié; dans d'autres, cette variation résulte de la difficulté qu'on trouve à lui conserver toujours la même intensité d'action: ce dernier cas a lieu dans la machine à feu. Il est bien difficile, pour ne pas dire impossible, que le chauffeur regle toujours si parfaitement son feu, que la vapeur se trouve toujours au même degré de température; un homme imprudent ou mal-adroit pourroit pousser la chaleur, de maniere à donner au balancier, au volant et aux autres pieces que la machine met en mouvement, une vitesse telle qu'il pourroit en résulter des accidents très graves: il faut donc que la machine porte avec elle un moyen spontané de modérer la vitesse ou de faire en sorte qu'elle n'aille pas au-delà de certaines limites, quelle que soit l'action du feu.

L'expédient auquel on s'est principalement attaché pour remplir cette condition a été de ralentir plus ou moins la rapidité de la condensation: un tel expédient remplit évidemment son objet; car on conçoit aisément que si, lorsque la vapeur affluant de la chaudiere vient presser un des côtés du piston du cylindre à vapeur, la condensation ne se fait pas sur-le-champ de l'autre côté, il y aura une réaction qui contrebalancera, en tout ou en partie, l'action de la vapeur, pendant tout le temps que le vide tardera à se faire.

On a deux procédés immédiats pour ralentir la condensation; l'un, dont nous avons parlé art. (1385), consiste à diminuer la quantité d'eau réfrigérante introduite dans le condenseur, en fermant plus ou moins la soupape 2, 2, fig. (232), au moyen de l'écrou 1, 1; l'autre, qui est préférable, se réduit à régler la quantité de vapeur qui va à la condensation, dans un temps donné, en fermant plus ou moins la soupape *q*, l'ouverture de la soupape 2, 2, restant toujours la même. Pour donner à ce second procédé toute la perfection desirable, on a imaginé un mécanisme tel que la soupape *q* s'ouvrît ou se fermât spontanément, suivant le besoin, par l'effet même de la machine et sans le se-



cours d'aucun agent étranger. Voici en quoi consiste ce mécanisme.

On voit en [16], fig. (231), une petite bache placée au-dessus de la grande bache [6], [6]; une pompe *rr* fixée au même lieu puise de l'eau dans l'espace [6], [6], pour la verser, comme on le voit dans la figure, dans l'espace [16]. La tige du piston de cette pompe est attachée en *l*, à la poutrelle *pp*, qui, comme on sait, est elle-même fixée au balancier et fait mouvoir les pièces du régulateur. La quantité d'eau versée dans l'espace [16], en un temps donné, sera donc proportionnelle au nombre d'oscillations faites par le balancier dans le même temps, et par conséquent à la vitesse de la machine en général. On voit dans la bache une petite planche ou cloison inclinée qui sépare l'espace dans lequel tombe l'eau de la pompe de celui dans lequel nage la lentille, afin que l'eau renfermée dans ce dernier espace soit moins agitée. *aa* est une lentille creuse, de métal, qui flotte sur l'eau contenue en [16]; à cette lentille est attaché un levier courbe *dcb* qui tourne autour de l'axe *c*; l'extrémité de la branche *cd* entre dans une entaille pratiquée à la queue de la soupape *q*, au moyen de quoi cette soupape s'élève, lorsque la lentille *aa* s'abaisse, et réciproquement; *fgh* est un siphon qui traverse la lentille *aa*, dont une des extrémités plonge dans l'eau, en [16], et l'autre dans l'eau, en [6]. Ce siphon peut se fermer par un robinet en *k*, lequel robinet peut aussi être seulement employé à modérer la quantité d'eau qui s'écoule.

D'après cela, l'élévation de la surface supérieure de l'eau, en [16], sera constante ou variable selon que la quantité d'eau fournie par la pompe sera ou ne sera pas égale à la quantité d'eau enlevée par le siphon; l'écoulement de ce siphon est uniforme, puisque sa vitesse dépend de la pression de l'atmosphère que nous supposerons constante, les variations barométriques pouvant être négligées; ainsi c'est uniquement la plus ou moins grande fourniture de la pompe qui fera hausser ou baisser la lentille *aa* et par conséquent la soupape *q*. Lorsque la machine ira trop vite, soit par une diminution de résistance, soit par une plus grande activité du chauffage, la pompe *rr* fournira plus d'eau que le siphon n'en enlèvera; mais alors l'élévation de la lentille *aa* fera abaisser la soupape *q*, la condensation sera ralentie et de suite le mouvement de la machine: au contraire, si une augmentation de résistance exigeoit plus d'effort, le nombre des coups de piston de la pompe *rr*



diminueroit d'abord ; mais alors l'eau baissant en [16], la soupape *q* s'ouvreroit davantage et accéléreroit la condensation. Ceci suppose cependant qu'avant l'augmentation de la résistance il y auroit eu une perte d'effet dans la machine, ce qu'il faut éviter en général. Il faut que dans l'état habituel les soupapes aient l'ouverture nécessaire pour produire tout l'effet possible, et on a vu (1385) que cette ouverture avoit des limites.

Ainsi, pour avoir un modérateur exact, il faut d'abord connoître le nombre d'oscillations que le balancier doit faire dans un temps donné ; supposons qu'il en fasse 15 par minute, on aura une pompe et un siphon de dimensions telles que 15 coups de la pompe fournissent autant d'eau, par minute, que le siphon en enlèvera dans le même temps. La quantité primitive d'eau mise dans la bache [16] sera assez grande pour que la soupape *q* ait l'ouverture convenable, et alors on sera sûr que cette ouverture restera constamment la même, ou que, si elle éprouve une augmentation momentanée, elle reviendra promptement à son premier état.

Nous verrons, par la suite, d'autres moyens imaginés pour modérer la vitesse de la machine.

Pompe qui sert  
à alimenter la  
grande bache.

1395. On voit en [17], fig. (225, 231, etc.), la pompe qui sert à alimenter la grande bache [6], [6] ; la tige du piston de cette pompe tient au balancier [13], [13], et est par conséquent mise en mouvement par la machine même : un ajutage à robinet est placé au bas et à droite de la bache [6], [6], pour faire écouler l'eau à mesure qu'elle entre à la partie supérieure. On conçoit que l'immersion des parties [9], [11], de la machine, qui sont échauffées par la vapeur, tend à faire hausser la température de l'eau de la bache, ce qu'il faut éviter autant qu'on peut, vu que cette eau étant celle qui sert à la condensation, il est nécessaire que sa température ne surpasse pas beaucoup celle du réservoir qui fournit la pompe [17], [17], et qu'en conséquence elle soit renouvelée à mesure qu'elle s'échauffe.

Moyens employés  
pour faire passer la  
machine du  
repos au mou-  
vement.

1396. Nous avons supposé dans l'art. (1383) et les suivans que le mouvement de la machine étoit établi, et nous n'avons parlé que de la manière dont il se continuoît : il faut maintenant expliquer comment il est primitivement produit, c'est-à-dire comment on fait passer le piston du repos à l'action. Quoique cette explication semble devoir précéder les autres, nous l'avons mise à la suite, parcequ'elle se conçoit mieux lorsqu'on a l'ensemble des pièces de la machine plus présent à l'esprit.

On a vu dans la description du régulateur que les soupapes



S, S',  $\sigma$ ,  $\sigma'$ , fig. (322), s'ouvroient et se fermoient par la pression que les chevilles  $v$  et  $q$ , fig. (239), exerçoient sur des leviers  $f^2 g^2$ , et  $fg$  : ces leviers ont à leurs extrémités  $g^2$  et  $g$  des poignées  $g^2$ ,  $g$ , comme on voit dans les plans et les élévations du régulateur, au moyen desquelles ils peuvent faire fonction de manivelle, et dont on se sert pour ouvrir ou fermer, à bras d'homme et à volonté, les soupapes S, S',  $\sigma$ ,  $\sigma'$ . Quant à la soupape  $q$ , fig. (232), elle s'ouvre et se ferme aisément avec le levier  $cb$ .

Outre les soupapes dont on vient de parler, il y en a une 6<sup>e</sup> à l'ouverture extérieure d'un tuyau  $\rho^2 \rho^2$ , fig. (231), placée à l'extrémité de l'espace [11], [11], et au-dessous du corps de pompe [10] ; ce tuyau s'appelle le *reniflar*. Lors donc qu'on veut mettre la machine en mouvement, ce qui exige qu'on commence par la vider d'air, on ouvre, fig. (231 et 232), les quatre soupapes S, S',  $\sigma$ ,  $\sigma'$ , la soupape  $q$  du condenseur, celle du reniflar  $\rho^2 \rho^2$ , et on ferme la soupape 2, 2, du tuyau 3, 4, 5, qui introduit l'eau de la bache dans le condenseur. Cela fait on met l'eau de la chaudiere en ébullition ; la vapeur, affluant en E<sup>2</sup>, dilate, par sa chaleur, l'air contenu tant dans le cylindre que dans tous les espaces qui communiquent avec lui : cet air ainsi dilaté, et qui, comme on le voit aisément, n'a d'autre issue extérieure que  $\rho^2 \rho^2$ , s'échappe par le reniflar en faisant ouvrir par la simple pression la soupape 6, 6, de l'espace [11].

Lorsqu'on juge que la machine est suffisamment purgée d'air, on ferme la soupape du reniflar, qui est chargée d'un poids capable de résister à la pression inférieure de la vapeur, laquelle agit alors sur les soupapes du piston 7, 7, 7, de la pompe à air, et de suite sur les soupapes 8, 8, et 9, 9, de la pompe [12] de reprise, fig. (233).

Dans cet état de choses, si le piston du cylindre à vapeur se trouve, comme dans la figure (231), au point le plus haut de sa course, on ferme, fig. (232), les soupapes  $\sigma$  et S', et la soupape 2, 2, du tuyau d'injection 3, 4, 5. Alors la communication de la chaudiere est établie seulement avec l'espace T et la partie supérieure du cylindre à vapeur, et elle est interceptée avec la partie inférieure du cylindre et toutes les autres parties intérieures de la machine ; de plus l'injection ayant lieu dans le condenseur, le vide doit se former tant au-dessous du piston du cylindre que dans tous les espaces qui y communiquent, et la machine se trouve dans la situation où on l'a supposée dans la description de son mouvement, art. (1383).



De la boîte à vapeur, ou *steam-box*, destinée à contenir la vapeur dans le cylindre.

1397. Il y a deux conditions essentielles à remplir pour l'effet de la machine : savoir ; 1°. que la vapeur conserve le plus possible la température qu'elle a au sortir de la chaudière ; 2°. qu'il ne s'en échappe au dehors par aucune des parties de la machine. Nous verrons dans la suite les précautions qu'on prend pour remplir la première condition ; la deuxième est remplie par le soin et la précision qu'on met à la construction et à l'assemblage des pièces. Cependant l'ouverture par laquelle la tige *tt* du piston [14] du cylindre à vapeur, fig. (231), entre dans le cylindre, doit, quelque attention qu'on y ait mise, causer une petite déperdition de vapeur et un léger refroidissement dans la partie supérieure du cylindre. Pour parer à cet inconvénient on a imaginé de pratiquer au-dessus du cylindre une boîte  $\gamma\gamma$ , communiquant avec l'espace  $E^2$ , et par conséquent avec la chaudière, au moyen du tuyau  $\gamma'\gamma'$ , qui entretient en  $\gamma\gamma$  une affluence continuelle de vapeur. Cette vapeur coërce celle du cylindre qui tendroit à s'échapper par en haut, et empêche tout refroidissement à l'orifice par où entre la tige *tt*, au moyen de quoi toute la vapeur contenue dans le cylindre conserve sa température et son ressort.

Les Anglois nomment la boîte  $\gamma\gamma$  *steam-box*, c'est-à-dire *boîte à vapeur* ; les ouvriers françois ont conservé la dénomination angloise.

Tuyau d'épreuve pour connoître le niveau de l'eau dans la chaudière.

1398. Nous avons dit, art. (1386), que l'eau de condensation étoit élevée à une hauteur suffisante pour pouvoir rentrer dans la chaudière. On épargneroit un effort au moteur en n'élevant cette eau qu'à la hauteur nécessaire pour la sortir de la bache, dans laquelle il faut soigneusement éviter qu'elle ne tombe à cause de sa chaleur (1395) ; mais on se priveroit du grand avantage d'entretenir la chaudière avec de l'eau qui a déjà acquis un assez haut degré de température, et de faire ainsi une économie sur le combustible.

Nous avons dit, en outre, qu'un tuyau de dérivation empêchoit que la chaudière ne reçût plus d'eau qu'il n'étoit nécessaire, et voici comment on connoît qu'elle en a la quantité suffisante ; la fig. (228), qui représente une coupe de la partie inférieure de la chaudière, fait voir, en outre, un tuyau  $a^2b^2b^2$  qui paroît à l'extérieur, et qu'on voit en élévation, fig. (230) ; la partie inférieure de ce tuyau plonge comme on voit dans l'eau de la chaudière, et il communique, à sa partie supérieure, avec la vapeur : d'après cela, l'eau doit s'y introduire et s'y tenir au même niveau que dans la chaudière ; et comme la



partie apparente de ce tuyau est en verre, on peut, à chaque instant, connoître la hauteur intérieure de l'eau.

1399. Il est très aisé d'adapter de la même manière un thermometre qui fasse connoître, à l'extérieur, la température intérieure de l'eau; cette température donnera sa pression, au moyen de la table X. On pourroit au thermometre substituer un barometre dont le tube seroit apparent et dont la cuvette plongeroit dans la vapeur; la pression ainsi déterminée feroit connoître la température au moyen de la même table et du petit calcul indiqué dans la note de l'art. (1374).

Thermometre et barometre qu'on peut adapter à la chaudiere.

1400. Lorsqu'on veut arrêter la machine, soit pour cesser le travail, soit dans le cas de quelque accident, il faut donner issue à la vapeur qui se forme dans la chaudiere, et c'est à quoi est destinée la soupape  $\rho''$ , fig. (224, 229 et 230): on leve cette soupape, à volonté, en tirant une chaîne  $k^2 k^2$  qui passe sur une poulie et qui répond à des équerres à-peu-près semblables à celles qu'on emploie pour les mouvements des sonnettes dans les appartements. Cette soupape est chargée de manière que l'excès de son poids, plus celui de l'atmosphere, sur la pression inférieure de la vapeur, ne laisse pas un trop grand effort à faire à celui qui veut la lever.

Soupape de sûreté placée au-dessus de la chaudiere.

La soupape  $\rho''$  se nomme *soupape de sûreté*.

1401. Nous pensons que tous les détails où nous sommes entrés depuis l'art. (1381) sont bien suffisants pour donner au lecteur une intelligence complete du jeu de la machine représentée par la fig. (223) et les suivantes jusqu'à la fig. (239). Il n'est point encore question des dimensions respectives des pieces de cette machine; nous traiterons cet objet dans la suite, et il falloit d'abord connoître leur mécanisme et leur action réciproque. L'objet ultérieur de ce mécanisme est de donner au piston [14] du cylindre à vapeur [3] un mouvement alternatif de montée et de descente avec un effort et une vitesse capables de produire l'effet qu'on a en vue. Ce mouvement est communiqué au balancier [13], [13], par le moyen de la verge  $tt$ , fig. (225), et les oscillations de ce balancier peuvent donner, comme on le verra, tous les mouvements circulaires ou rectilignes dont on a besoin.

De la verge qui transmet au balancier l'action du piston du cylindre à vapeur, comparaison de son effet avec celui qui a lieu dans les machines de Chaillot, conséquences qui en résultent.

Le premier objet de remarque dans la transmission du mouvement du piston au balancier est la substitution d'une verge inflexible  $tt$  à la chaîne  $KK$  des machines représentées par les fig. (193 et 194) et décrites art. (1338) et suivantes. Cette substitution tient à la principale perfection qui donne tant d'a-



avantage aux machines nouvelles sur les anciennes, et qui consiste à faire faire au piston le même effort en montant et en descendant : on voit que dans les fig. (193 et 194) le piston, en montant, ne produit aucun effet sur le balancier et qu'il faut même un contrepoids  $P$  pour rendre son ascension possible. Ce contrepoids augmente, en pure perte pour l'effet, les masses à mouvoir et l'inconvénient des ébranlements et des saccades. Mais ce n'est pas tout ; la machine, fig. (194), pour produire le même effet, dans un temps donné, que la machine, fig. (225), est obligée de faire un effort double, c'est-à-dire de faire, pendant la descente du piston, un effort égal à la somme de ceux qui sont faits pendant une descente et une montée du piston, fig. (225). On suppose que les dimensions du balancier, le nombre et l'amplitude des oscillations, sont les mêmes ; et la proposition qu'on vient d'énoncer est une conséquence immédiate des principes établis depuis l'art. (487) jusqu'à l'art. (507). Or pour produire un pareil effort, il faut, à égale température de la vapeur, qu'elle agisse sur une surface double, et par conséquent que la section horizontale du piston et du cylindre à vapeur, fig. (194), soit double de celle des mêmes pièces, fig. (225). On voit quelle simplification doit résulter, dans la construction de cette dernière machine, de la diminution de ses dimensions et de la suppression des contrepoids ; on voit encore pourquoi il a fallu établir la communication du piston au balancier par une verge inflexible qui pût, indifféremment, transmettre un effort, soit en montant, soit en descendant.

Parallélogramme destiné à maintenir la verge précédente dans une direction verticale.

1402. Cependant l'emploi d'une verge inflexible  $tt$  laissoit une difficulté à résoudre, qui consistoit à lui donner un mouvement vertical ; cette difficulté se leve sans peine dans la machine de la fig. (194) ; car la chaîne que tient la tige du piston s'enroulant sur un arc de cercle  $KK$ , la direction de cette tige est toujours tangente à un cercle vertical, qui a pour centre le point fixe  $C$  et  $CP$  pour rayon. Voici le moyen, extrêmement ingénieux, par lequel on est parvenu à obtenir le même avantage dans la fig. (225).

Le parallélogramme  $abcd$  tient au balancier par les points  $a$  et  $c$ , fixes par rapport à ce balancier ; mais les côtés de ce parallélogramme peuvent changer d'inclinaison, les uns par rapport aux autres, au moyen de ce que leurs extrémités sont assemblées à charnières, c'est-à-dire garnies de boîtes ou colliers qui embrassent des axes horizontaux, comme on le verra lors-  
que



que nous donnerons les détails particuliers de la construction de ce parallélogramme. Les axes en  $a$  et  $c$  sont dans un même plan avec le centre ou axe  $O$  de rotation du balancier.

De plus, l'angle  $d$  du parallélogramme est toujours retenu à une distance constante d'un point fixe  $f'$ , au moyen de la verge de métal  $f'd$  dont l'extrémité est également garnie d'une boîte ou collier qui embrasse l'axe passant en  $d$ .

Cela bien conçu, si on imagine que l'angle  $b$  soit poussé ou tiré dans une direction verticale, l'effort se décomposera suivant  $ba$  et  $bd$ ; les points  $a$  et  $c$  décriront des arcs de cercle dont le point  $O$  sera le centre, et le point  $d$  décrira un arc de cercle qui aura  $f'd$  pour rayon. Mais les courbes décrites par les points  $a$ ,  $c$ ,  $d$ , ne peuvent être ainsi fixes et déterminées, sans que le point  $b$  ne décrive aussi une courbe pareillement fixe et déterminée : or on conçoit aisément, à l'inspection de la figure, que lorsque le mouvement du balancier tend à écarter le point  $b$  de la verticale dans un sens, l'effet de la rotation de  $d$  autour de  $f'$  est d'écarter  $b$  de la verticale dans le sens contraire, et que ces deux effets peuvent se combiner de telle manière que la courbe décrite par le point  $b$  diffère si peu d'une ligne droite verticale, que dans la pratique on puisse la considérer comme telle. Il n'est pas encore temps de donner les calculs qui déterminent plus précisément le mouvement du point  $b$ , et nous nous contenterons, quant à présent, d'indiquer le moyen.

1403. Nous avons vu, art. (1390), que la poutrelle qui fait mouvoir le régulateur étoit suspendue au milieu du côté  $dc$  du parallélogramme; et en effet les différentes parties des côtés de ce parallélogramme participent plus ou moins de la propriété énoncée dans l'article précédent, et peuvent par conséquent être employées à remplir un objet analogue d'après le degré de précision dont on a besoin; c'est ce que le calcul indiquera.

Suspension  
de la poutrelle  
du régulateur.

1404. L'axe de rotation du balancier de la machine, fig. (194), n'est jamais pressé que de haut en bas, puisque le piston ne fait effort qu'en descendant : il n'en est pas de même de l'axe du balancier de la machine, fig. (225); le double effet de cette machine tend alternativement à soulever l'axe et à le comprimer contre ses appuis, et cette circonstance exige des précautions particulières, telles que l'axe ne soit jamais dérangé de sa place. On voit en [18], [18], fig. (225), l'armature employée pour remplir cette condition : nous ne nous y

Axe du ba-  
lancier.



arrêtons pas en ce moment, parcequ'elle sera, dans la suite, dessinée et décrite plus en détail.

Du volant  
et de la mou-  
che.

1405. Enfin on voit en [19], [19], le *volant* dont nous avons parlé art. (1350), et l'engrenage [20], [20], au moyen duquel le balancier fait mouvoir le volant; cet engrenage est connu sous le nom de *mouche*: nous reviendrons sur ces objets.

Il est bien aisé de concevoir comment l'axe du volant peut donner le mouvement, non seulement à une roue verticale, mais encore à une roue d'une inclinaison quelconque. Le mouvement horizontal, par exemple, peut se produire, ou par une roue verticale portant des dents ou des alluchons perpendiculaires à son plan qui s'engrenent dans une lanterne, ou par deux roues, l'une verticale, l'autre horizontale, à engrenages obliques. Ainsi toutes les especes de mouvement de rotation peuvent s'obtenir par le mouvement oscillatoire du balancier, et sont conservés et rendus uniformes par le mouvement acquis du volant.

Filet d'eau  
qui coule sur  
les tourillons  
de l'axe du vo-  
lant.

Les tourillons qui forment l'extrémité de l'axe horizontal du volant exerçant une pression considérable sur les boîtes dans lesquelles ils tournent, il est d'usage d'adapter à la machine une petite pompe, qui conduit un filet d'eau sur chaque tourillon, afin de rafraîchir continuellement les deux métaux qui frottent l'un sur l'autre. On n'a pas représenté cette petite pompe dans le dessin; son ajustement est si simple que le constructeur le plus ordinaire le devinera très aisément.

### *Description d'une seconde machine à feu à double effet.*

Motifs de la  
description de  
cette seconde  
machine.

1406. LA machine que nous avons décrite dans le chapitre précédent se rapporte à des choses exécutées, et sous ce point de vue il étoit intéressant de la connoître: on en a exécuté d'autres sur le principe de celle que nous allons décrire qui contient plusieurs changements dont l'objet est de perfectionner le mécanisme précédent. Les principaux de ces changements sont la forme de la chaudiere, le mécanisme du modérateur, la disposition des soupapes qui établissent la communication entre la chaudiere le cylindre et le condenseur, enfin la maniere de communiquer l'action du moteur à la résistance: au reste ceux qui auront lu et bien compris la description précédente concevront celle-ci avec la plus grande facilité.



1407. Les fig. ( 240, 241 ) représentent le plan général et l'élévation de toute la machine. La fig. ( 242 ) est une section faite sur la ligne AB du plan, et la fig. ( 243 ) est une section particulière de la chaudière et de la cheminée faite sur la ligne CD du plan ; la fig. ( 247 ) montre le plan du massif sur lequel est établie la chaudière et celui de la bache. On voit, dans les deux coupes, la chaudière [1] établie solidement dans un massif  $\mu\mu\mu\mu$  qui ne laisse à découvert que sa calotte supérieure, au haut de laquelle est un regard R pour pénétrer dans l'intérieur : le tuyau à robinet  $rr$  sert à vider la chaudière.

Chaudière ;  
fourneau, che-  
minée, cou-  
rant d'air pour  
la combustion

Une rampe  $\delta\delta$ , fig. ( 243 ), creusée derrière la cheminée, conduit à une voûte en berceau  $z''z''$ , interrompue par la chambre  $z'''z'''$  pratiquée au-dessous de la cheminée, et terminée par le cendrier  $zz$  placé au-dessous de la grille  $qq$  ; au haut de la chambre  $z'''z'''$  est une plaque de fer qui ferme la partie inférieure de la cheminée, et qui s'ôte à volonté lorsque cela est nécessaire.

La matière combustible se jette, par l'ouverture  $\nu\nu$ , sur la grille  $qq$ , et la flamme se répand dans l'espace  $ww$ , fig. ( 242, 243 et 247 ) ; le dessous de la chaudière, qui couvre cet espace, a la forme d'une calotte ou d'une voûte tant pour résister à la pression supérieure de l'eau que pour favoriser l'action du feu.

Une porte de fer, qui bouche l'ouverture  $\nu\nu$ , est toujours fermée, excepté quand on jette du charbon. D'après cela, la fumée qui se forme dans l'espace  $ww$  n'a d'autre issue que le canal  $g, g, g, g$ , qui serpente autour de la chaudière, comme on le voit particulièrement dans la fig. ( 247 ), et qui aboutit à la cheminée K ; par ce moyen, tout le contour de la chaudière est échauffé en même temps.

On conçoit, d'après la disposition des parties  $z''z''$  et  $zz$ , que pendant la combustion du charbon, l'ouverture  $\nu\nu$  étant fermée, il doit y avoir un courant d'air par la voûte  $z''z''$ , le cendrier  $zz$  et la grille  $qq$ , qui sert à entretenir l'activité du feu et à déterminer la marche de la fumée par le canal qui la conduit à la cheminée.

1408. La chaudière n'admet point la flamme dans le sein de l'eau, au moyen d'un canal qui la traverse, comme dans la machine décrite précédemment ; mais il faut observer que la chaudière de cette machine avoit une forme différente de celle représentée par la fig. ( 243 ), et qui rendoit cette précaution nécessaire. On voit par le plan, fig. ( 247 ), et le profil, fig. ( 243 ), que la paroi de l'espace [1] est une surface de révolution, et que la

Forme de  
la chaudière,  
comparée avec  
celle de la pre-  
mière ma-  
chine.



chaleur appliquée au pourtour a par-tout une égale tendance à pénétrer au centre, propriété que n'admet point la forme oblongue représentée par les fig. (226 et 227).

De la marche de la vapeur dans la machine et du jeu alternatif des soupapes qui établissent ou interceptent la communication dans les différentes parties.

1409. La vapeur qui se forme dans la chaudière [1], fig. (241 et 242), s'introduit dans le tuyau *ffff*, d'où elle se rend dans l'espace T, pour passer ensuite dans le cylindre, et de là au condenseur: cet espace T ayant ainsi une communication continue avec la chaudière, considérons-le, un moment, comme un magasin inépuisable de vapeur produite par une cause quelconque, et voyons comment elle est appliquée au mouvement de la machine.

La fig. (244) est un profil pris sur la ligne *a'b'* des fig. (240 et 242), qui représente toutes les parties servant à la communication de la vapeur. On y a ponctué l'orifice extrême du tuyau *ffff*, par où la vapeur afflue dans l'espace TTTT, où, comme on vient de le dire, elle se renouvelle sans cesse.

Cet espace TTTT est fermé par deux soupapes S et S' qui servent soit à intercepter soit à établir sa communication avec les parties inférieure ou supérieure du cylindre (\*). En effet, on voit au-dessous de la soupape S l'ouverture V, qui aboutit à la partie inférieure du cylindre, et au-dessous de la soupape S' l'ouverture V', qui aboutit à la partie supérieure. Ces ouvertures se voient en VV et V'V', fig. (242), en observant qu'on a usé dans cette figure de l'expédient indiqué art. (1381), qui consiste à présenter, dans un même dessin, des sections faites sur des plans plus ou moins éloignés: on reconnoîtra aisément, en comparant la fig. (242) avec les plans et élévations, que la section VV TTT est en avant de la section [2] faite sur l'axe du cylindre, et que l'ouverture V'V' doit paroître en arrière de cette même section [2]. Les soupapes  $\sigma$  et  $\sigma'$  servent à ouvrir ou à fermer le passage du cylindre au condenseur: on voit que l'espace QQ se trouve immédiatement au-dessous de la soupape  $\sigma$  et n'est séparé de la soupape  $\sigma'$  que par l'espace T'T'T', qui est entièrement libre: or QQ communique avec le canal vertical *k* dans lequel se fait une injection continue d'eau froide, qui tombe dans l'espace cylindrique [4].

D'après cela, dans l'état que présente la fig. (244), la soupape S', qui introduit la vapeur à la partie supérieure du cylindre, est ouverte et la soupape  $\sigma'$  est fermée; (voyez la fig. 242,

---

(\*) Voyez ce qu'on entend par partie supérieure ou inférieure du cylindre, à la note 3<sup>ème</sup> de l'art. (1383).



à côté de laquelle on a mis un petit profil des soupapes supérieures). La vapeur n'a encore aucune issue du côté T T T, car la soupape S est fermée, et les cloisons qui sont à droite des soupapes S et  $\sigma$  n'ont aucune ouverture; ainsi toute la vapeur renfermée dans l'espace T T T n'a d'autre issue que l'ouverture V', par laquelle elle va, fig. (242), presser le dessus du piston qu'on suppose au point le plus haut de sa course; l'effet contraire a lieu au-dessous de ce piston, car la soupape  $\sigma$  étant ouverte, toute la vapeur qui peut être au bas du cylindre afflue dans l'espace Q Q et ne peut point affluer ailleurs, la soupape S étant fermée et toute communication avec T' T' T' étant d'ailleurs interceptée. Cette vapeur se rend dans l'espace k où elle est aussitôt condensée par l'injection d'eau froide qui y a lieu: le vide(\*) s'opère donc nécessairement à la partie inférieure du cylindre; et rien ne s'opposant à la pression de la vapeur introduite à la partie supérieure, le piston doit s'abaisser.

Lorsque ce piston est parvenu au point le plus bas de sa course, les soupapes  $\sigma$  et S se ferment, et les soupapes S et  $\sigma$  s'ouvrent: alors il se produit un effet inverse du précédent; la vapeur logée au-dessus du piston trouvant la communication interceptée en S' et la soupape  $\sigma'$  ouverte, afflue dans l'espace T' T' T', de là dans l'espace Q Q, et enfin au condenseur; le vide se fait à la partie supérieure du cylindre. Dans le même temps, la vapeur qui afflue dans l'espace T T T T, trouvant la soupape S ouverte et la soupape  $\sigma$  fermée, ne peut point aller plus avant et n'a d'autre issue que l'ouverture V, par laquelle elle va, dans le cylindre, presser le dessous du piston; et, comme le vide est fait au-dessus, rien ne s'oppose à son action, et le piston remonte.

Le piston étant parvenu au point le plus haut de sa course, les soupapes S et  $\sigma'$  se ferment et les soupapes  $\sigma$  et S' s'ouvrent; la vapeur inférieure se condense, la vapeur supérieure presse, le piston redescend, et ainsi de suite.

Le jeu alternatif de toutes ces soupapes se fixera aisément dans la mémoire, par une méthode pareille à celle employée, art. (1384). Il faut concevoir que l'intérieur du cylindre à vapeur [2] est divisé en deux parties variables par le piston de ce cylindre; la chambre V sert d'issue à la partie inférieure, et la chambre V' à la partie supérieure; chacune de ces chambres a

Méthode  
pour classer  
dans la mé-  
moire le jeu de  
ces soupapes.

---

(\*) Voyez ce que nous entendons ici par le mot *vide*, à la note de l'art. (1338).



deux portes fermées par les soupapes qui leur correspondent, chaque porte ou soupape supérieure établit la communication avec la chaudière, et chaque porte ou soupape inférieure établit la communication avec le condenseur; ensuite la porte supérieure d'une des chambres V ou V' étant ouverte, la porte inférieure de l'autre chambre est ouverte en même temps; et réciproquement, les deux autres portes étant fermées.

Avantage de  
la seconde ma-  
chine sur la  
première, dans  
la disposition  
des soupapes.

1410. Il est à propos, avant d'aller plus loin, de faire remarquer un avantage de la disposition des soupapes que nous venons de décrire sur celle de la machine décrite dans le chapitre précédent. La fig. (232) représente l'état de cette machine à l'instant où la vapeur de la partie inférieure du cylindre à vapeur se condense; mais il faut bien observer que la condensation a lieu, non seulement pour la vapeur enfermée dans le cylindre dont le ressort a fait monter le piston, mais encore pour celle contenue dans l'espace T', qui est consumée en pure perte, n'ayant point servi à l'effet utile de la machine. Pareillement, lorsque la vapeur de la partie supérieure du cylindre se condensera, on perdra, en outre, toute celle contenue dans l'espace T, qui n'aura point contribué à la descente du piston.

Un pareil déchet n'a point lieu dans la disposition représentée par la fig. (244), et cet avantage résulte du rapprochement des soupapes S,  $\sigma$ , et S',  $\sigma'$ . En effet, dans le cas de la fig. (244), la vapeur qui est au-dessous du piston du cylindre se condense; mais comme l'espace TTT n'a plus de communication avec le cylindre parce que la soupape S est fermée, il ne se perd rien de la vapeur renfermée dans cet espace, ce qui n'auroit pas lieu si la soupape S étoit au haut de l'espace TTT. Lorsqu'en suite les soupapes  $\sigma$  et S' se fermeront, et que les soupapes S et  $\sigma'$  s'ouvriront, il n'y aura pareillement que la vapeur de la partie supérieure du cylindre qui se condensera; car, lorsqu'elle a afflué dans cette partie supérieure, il n'en est point entré dans l'espace T'T'T', la soupape fermée  $\sigma'$  l'ayant empêchée d'y descendre, et le vide s'étant établi dans cet espace. Cette propriété n'existeroit point si la soupape  $\sigma'$  étoit au bas de l'espace T'T'T', qui se rempliroit de vapeur en même temps que la partie supérieure du cylindre.

Ainsi à chaque montée et descente du piston on économise une quantité de vapeur égale en volume aux espaces TTT et T'T'T', et par conséquent le combustible nécessaire pour la produire. Il est hors de doute que cette économie doit à la longue



produire une diminution sensible sur la consommation de charbon.

Il est vrai que cette disposition exige deux boîtes de plus, parceque les soupapes employées de chaque côté aux mêmes fonctions ne sont plus de niveau et que chacune exige une boîte; mais c'est une dépense de première construction qui n'est pas bien considérable; nous donnerons même, dans la suite, des moyens de simplifier l'appareil de la fig. (244).

1411. On voit au-dessous de la soupape  $q$ , fig. (242 et 244), le tuyau d'injection  $xxx$  dont une extrémité est plongée dans la bache [5] et l'autre enfermée dans le condenseur; sa soupape  $n$  se ferme, plus ou moins, par le moyen de l'écrou  $m$ , ainsi qu'on l'a vu art. (1385) auquel on peut recourir pour tout ce qui concerne le tuyau d'injection, celui de la machine, fig. (242), n'ayant aucune particularité qui le distingue essentiellement de celui de la machine, fig. (231 et 232).

Tuyau et soupape d'injection pour condenser la vapeur.

1412. L'eau de condensation, qui tombe dans l'espace [4], est enlevée par des moyens semblables à ceux décrits, art. (1386): on voit, fig. (242), le tuyau  $uu$  qui établit la communication entre l'espace [4] et le corps de pompe [6]; la soupape  $u'$  s'ouvre lors de l'aspiration et se ferme lorsque le piston  $\Pi$  s'abaisse. La fig. (245) représente une coupe de la pompe [6] et de la pompe de renvoi; l'eau d'injection, élevée par le piston  $\Pi$  dans l'espace  $\beta\beta$ , est ensuite aspirée par le piston  $\Pi'$ , au-dessus de la soupape  $\gamma$ , et enfin élevée jusqu'au tuyau nourricier  $d^2d^2d^2$ , fig. (241 et 242), qui la conduit au tuyau vertical  $d^3d^3$  dont l'extrémité inférieure plonge dans la chaudière; un tuyau de dérivation est placé en  $f^2f^2$ .

Mécanisme pour enlever l'eau provenant de la condensation.

Le lecteur reviendra sur les art. (1385, 86, 87 et 1398), s'il n'a pas bien présent à la mémoire ce qui est relatif à l'enlèvement de l'eau d'injection, à son versement dans la chaudière, et aux motifs qui font choisir cette eau de préférence pour renouveler l'eau que la chaudière perd par l'évaporation.

Passons au régulateur.

1413. Nous avons vu, art. (1388), les principes sur lesquels étoit établi le mécanisme qui sert à faire ouvrir et fermer, alternativement, les soupapes destinées à faire passer la vapeur dans le cylindre et au condenseur: l'art. (1389) renferme les applications de ces principes à la machine décrite dans le chapitre précédent; enfin on a vu, art. (1393), que le mécanisme qui en résulte remplit les conditions qu'on doit se proposer dans

Mécanisme et jeu du régulateur.



la construction d'un bon régulateur. La machine que nous décrivons va fournir une seconde application de la même méthode, ce qu'on appercevra aisément à l'inspection des fig. (250, 251, 252 et 253).

Lorsqu'en comparant le profil, fig. (250), avec l'élévation, fig. (252), et les plans, fig. (251 et 253), on se sera mis au fait de la distribution des différentes pièces sur les axes, il faudra comparer le tout avec la fig. (242), afin de voir la correspondance de l'encliquetage avec le jeu des soupapes : nous allons entrer dans quelques détails pour faciliter ces divers rapprochements.

On sait (1388 et 1389) que les axes  $\rho'$  et  $\rho''$  peuvent avoir un mouvement de rotation, et que toutes les pièces qu'ils supportent, étant fixées sur ces mêmes axes, ont le mouvement de rotation commun avec eux ; on sait encore qu'il n'en est pas de même de l'axe  $\rho$ , qui est immobile, mais que les pièces qu'il supporte, l'embrassant à frottement doux, tournent autour de lui d'une manière respectivement indépendante. Cela posé, on voit, en rapprochant la fig. (250) de la fig. (242), et plaçant mentalement le petit profil qui est à gauche de cette figure derrière la partie supérieure de l'espace TTT, on voit, disons-nous, que les tringles  $hq$  et  $h^1q^2$  sont destinées à faire ouvrir et fermer les soupapes  $\sigma'$  et S et que les tringles  $h^2q^1$   $h^3q^3$  ont la même fonction à l'égard des soupapes S' et  $\sigma$  ; les leviers recourbés au moyen desquels ces tringles font lever et baisser les soupapes sont indiqués dans la figure, et on les a déjà vus dans la fig. (239).

Dans l'état que représente la fig. (250), les soupapes  $\sigma$  et S', correspondantes aux tringles  $h^1q^2$  et  $hq$ , sont fermées ; elles sont maintenues dans cette position par les pièces  $bb''b'$  et  $\rho'y'$  qui forment un encliquetage. Le poids ou lentille  $b''$  tend à presser horizontalement l'entaille placée en  $b'$  contre la pièce ou cliquet  $\rho'y'$  ; une lentille  $n$ , qui tend à faire remonter l'extrémité  $y'$ , la fait, de son côté, presser de bas en haut contre l'entaille  $b'$ , au moyen de quoi l'encliquetage est parfaitement sûr.

Quant aux soupapes  $\sigma$  et S', elles sont ouvertes et maintenues dans cette position par la pesanteur de la lentille  $n'$ . On conçoit, en effet, que ces soupapes ne pourroient se fermer sans que les articulations  $h^2$  et  $h^3$  ne tournassent autour de l'axe  $\rho''$ , afin de lâcher les tringles  $h^2q^1$ ,  $h^3q^3$ , de la quantité nécessaire pour opérer leur abaissement : mais ce mouvement ne peut avoir lieu sans que la lentille  $n'$  ne tourne aussi et ne s'élève ; or elle est assez pesante pour ne point s'élever sans y être sollicitée par un moteur étranger aux pièces qui tiennent à l'axe.

Qu'on



Qu'on suppose maintenant que la poutrelle  $\delta\delta$ , attachée au balancier et parvenue au point le plus haut de sa course, redescende, la cheville  $x'$  viendra appuyer sur le levier  $\rho''g'$ , et faisant tourner l'axe  $\rho''$ , fera tourner en même temps toutes les pièces qui y sont attachées; le cliquet  $\rho''y$  viendra donc s'engager dans l'entaille  $a'$  de la pièce  $a\rho a'$ , qui, comme on sait, tourne librement sur l'axe  $\rho$ ; le centre de gravité de cette pièce se trouvant à gauche de l'axe  $\rho$ , elle tend toujours à presser du même côté, et fait par son propre poids, contre l'extrémité  $y$ , l'effet que la lentille  $b''$  produit à la jonction  $y'b'$ ; ensuite le contre-poids  $\rho''n'$  étant devenu horizontal, ou à-peu-près, produit une pression dans le sens  $a'\rho$ , qui, jointe à celle dans le sens  $y\rho''$ , assure la solidité de l'encliquetage. Les soupapes  $\sigma$  et  $S'$  qui étoient ouvertes se trouvent alors fermées; car les articulations  $h^3, h^2$ , tournant avec toutes les pièces de l'axe  $\rho''$ , arrivent au point où les lignes angulaires  $\rho''h^3q^3, \rho''h^2q^1$ , deviennent des lignes droites, position à laquelle les tringles acquièrent assez de jeu pour que les soupapes soient entièrement abaissées.

Dans le même temps le tasseau  $o'$  atteint l'extrémité  $b$  de la branche  $\rho b$  et la force de s'abaisser; aussitôt la lentille  $b''$  s'élève et l'encliquetage  $\rho'y'b'$  se lâche; le contre-poids  $\rho'n$  s'abaisse alors, fait tourner les articulations  $h$  et  $h^1$ , ouvrir les soupapes  $S$  et  $\sigma'$ , et les pièces de l'axe inférieur prennent une position semblable à celle que viennent de quitter les pièces de l'axe supérieur; elles s'y maintiennent par l'effet du contre-poids  $\rho'n$ . La poutrelle  $\delta\delta$  commençant à s'élever lorsque l'encliquetage  $\rho'y'b'$  est lâché, la branche  $\rho b'$  vient, par l'effet du contre-poids  $b''$ , s'appuyer contre la branche  $\rho'y'$ , de la même manière qu'on voit, dans la figure,  $\rho a'$  s'appuyer contre  $\rho''y$ .

Les choses restent dans cet état jusqu'à ce que la poutrelle  $\delta\delta$  soit remontée à la hauteur nécessaire pour que la cheville  $x$  atteigne le levier  $\rho'g$ : la pression qu'elle exerce contre ce levier fait rengager l'encliquetage et le remet, ainsi que les soupapes  $\sigma'$  et  $S$ , dans la position de la figure; en même temps le tasseau  $o$  vient presser l'extrémité  $a$  du levier  $\rho a$ , fait dégager l'encliquetage  $\rho''ya'$ , qu'il remet pareillement ainsi que les soupapes  $\sigma$  et  $S'$  dans la position de la fig. (242). On voit par là comment la montée et la descente successives de la poutrelle  $\delta\delta$  font fermer et ouvrir alternativement les soupapes  $\sigma', S; \sigma, S'$ .

La poutrelle  $\delta\delta$  tient, fig. (241), au balancier mû par l'action immédiate du cylindre à vapeur; ce qui achève d'expliquer



l'influence réciproque du régulateur sur le mouvement du piston et du mouvement du piston sur le régulateur : on conçoit donc comment, en continuant seulement d'entretenir le feu, le mouvement de la machine se continuera spontanément et sans le secours d'aucun agent étranger.

Contre-poids  
substitués dans  
ce régulateur,  
aux lentilles  
qui en font  
l'effet dans la  
première ma-  
chine.

1414. On a pu remarquer que dans le régulateur que nous venons de décrire nous avons substitué des contre-poids  $n$  et  $n'$  aux lentilles  $S''S'''$ ,  $S^iv S^v$ , de la fig. (239); l'un et l'autre de ces moyens a été mis en pratique. Celui de la fig. (250) paroît avoir sur celui de la fig. (239) le désavantage de s'abaisser rapidement et de causer des saccades : cependant nous avons observé que dans certaines machines, où l'on avoit employé le mécanisme fig. (239), la forme des pièces  $S''S'''$ ,  $S^iv S^v$ , étoit telle, qu'on ne profitoit nullement de la courbure dont leur partie inférieure est susceptible, et qu'il ne paroissoit pas que cette omission entraînat d'inconvénient sensible.

Mécanisme,  
usage et calcul  
du modérateur  
destiné à régler  
la vitesse de la  
machine.

1415. La soupape  $q$ , fig. (242 et 244), placée au-dessus de l'orifice qui fait communiquer l'espace  $QQ$  avec l'espace  $k$  dans lequel jaillit l'eau d'injection, doit s'élever ou s'abaisser plus ou moins, selon la rapidité avec laquelle on veut que s'opère la condensation. Nous avons parlé (1385) de la nécessité de pouvoir modérer la vitesse de la machine dans certaines circonstances; le mécanisme employé ici pour produire cet effet est différent de celui adapté, pour le même objet, à la machine décrite dans le chapitre précédent; voici en quoi il consiste.

La fig. (246) représente l'élévation latérale de la partie inférieure des pièces [3], [3], fig. (241), où se trouve la soupape  $q$  qui est ponctuée, fig. (246); une cheville ou arrêt  $z$  fixée à la tige de cette soupape porte sur un levier  $wz'$ , dont l'axe est en  $w$ , et comme la distance  $wz$  est petite par rapport à  $wz'$ , un mouvement très sensible en  $z'$  n'en produit qu'un fort petit en  $z$ : une chaîne ou corde verticale  $z't$  s'enroule sur une poulie ou un cylindre dont l'axe répond au centre d'un cadran extérieur, et porte un index qui peut répondre à différentes divisions de ce cadran : d'après cela, on conçoit qu'en tournant l'index à droite ou à gauche, on fait hausser ou baisser le point  $z'$  et par conséquent la soupape  $q$ ; ce qui satisfait aux conditions demandées.

L'index  $t$  muni de son cadran fait l'effet d'un micromètre au moyen duquel on peut faire mouvoir la soupape  $q$  d'une quantité aussi petite qu'on veut, quantité qu'il est facile d'évaluer; car soit  $a = wz$ ;  $b = wz'$ ;  $k =$  la longueur de la circonférence



sur laquelle s'enroule l'extrémité supérieure de  $z't$ ;  $n$  = le nombre entier ou fractionnaire de tours faits par l'index;  $h$  = l'élévation de la soupape correspondante à la marche  $n$  de l'index;

on a 
$$h = \frac{a}{b} k n.$$

Si le cadran est supposé divisé en un nombre  $q$  de parties et qu'on nomme  $q'$  le nombre des divisions parcourues par l'index, on aura  $n = \frac{q'}{q}$ , et l'équation précédente se changera en

$$h = \frac{a}{b} \cdot \frac{q'}{q} \cdot k.$$

1416. Le modérateur que nous venons de décrire fournit le moyen de faire varier à volonté la vitesse du piston, le feu restant le même, depuis zéro jusqu'à la limite indiquée art. (1385); mais il exige le secours d'un agent extérieur et étranger à la machine, et n'a pas, comme celui décrit art. (1394), l'avantage de conserver spontanément l'uniformité du mouvement. Nous avons néanmoins voulu le faire connoître, afin de varier les procédés et parceque dans bien des cas il est susceptible d'une application utile: les constructeurs pourront, selon les circonstances, opter entre l'un et l'autre. Nous parlerons dans la suite de quelques autres expédients employés pour parvenir au même but.

Comparaison de ce modérateur avec celui de la première machine.

1417. La machine que nous décrivons diffère encore de celle décrite dans le chapitre précédent dans une partie importante, savoir la communication de l'effort du moteur à la résistance. La tige  $cc'$ , fig. (241) du piston du cylindre à vapeur devant, d'après la propriété fondamentale du mécanisme qui la fait mouvoir, faire effort en montant et en descendant, il est nécessaire, comme ci-devant, qu'elle soit entièrement rigide et que son extrémité supérieure se meuve dans une ligne droite verticale. Voici comment on a rempli cette dernière condition sans employer le parallélogramme de la fig. (225.)

Du moyen employé pour assurer la verticalité du mouvement du piston du cylindre à vapeur.

Deux pièces de bois  $ab$ ,  $dO$ , tournent autour des points ou centres  $a$  et  $O$ ; leurs autres extrémités  $b$  et  $d$  sont assujetties l'une à l'autre par la pièce de fer  $bc'd$ , avec des articulations en  $b$  et en  $d$ . Les longueurs  $ab$  et  $dO$ , de centre en centre des tourillons, sont égales; la somme  $ab + dO$  de ces longueurs est égale à la distance du point  $a$  au point  $O$  projetée sur l'horizon, ou mesurée horizontalement, en sorte que lorsque  $ab$  et  $dO$  sont de niveau, la ligne droite passant par  $d$  et  $b$  est verticale; et comme la longueur de la pièce  $bd$ , de centre en centre des



tourillons, est égale à la différence de niveau des points  $a$  et  $O$ ,  $bd$  devient verticale en même temps que  $ab$  et  $dO$  deviennent horizontales.

Au moyen de cette disposition, si les points  $b$  et  $d$  ne décrivent pas des arcs d'un grand nombre de degrés, au-dessus et au-dessous des horizontales passant respectivement par les points  $a$  et  $O$ , le milieu  $c'$  de  $bd$  parcourra sensiblement une ligne droite verticale. En effet, tant que  $b$  et  $d$  s'éloignent peu de l'horizontale, les rayons  $ab$  et  $dO$  étant de même longueur, le point  $b$  s'élève ou s'abaisse, par rapport au point  $a$ , sensiblement de la même quantité dont le point  $d$  s'élève ou s'abaisse par rapport au point  $O$ ; d'où il suit que les arcs décrits par les points  $b$  et  $d$  peuvent, dans ce cas, être censés égaux. Cette hypothèse admise, les points  $b$  et  $d$  doivent toujours être à la même distance d'une verticale dont les points  $O$  et  $a$  seroient eux-mêmes également éloignés; donc si  $c'$  est placé au milieu de  $bd$ , il doit se trouver continuellement dans la verticale dont nous venons de parler. Cette verticale passant par l'axe commun du cylindre à vapeur [2] et de la tige  $cc'$  de son piston, il ne s'agit que de placer un axe horizontal au sommet  $c'$  de la tige qui tourne dans un collier pratiqué au milieu de  $bd$ , et on aura rempli la condition proposée: nous traiterons bientôt, art. (1478 et suivants), avec plus de détail, la partie géométrique du problème.

Comparaison  
de ce moyen  
avec le moyen  
analogue em-  
ployé dans la  
première ma-  
chine.

1418. Le procédé que nous venons de décrire paroîtra sûrement à bien des lecteurs avoir plus de simplicité et d'élégance que celui dont il a été question art. (1402); nous observerons cependant qu'il exige un balancier  $dO$  et un contre-balancier  $ab$ , et par conséquent deux axes de rotation  $a$  et  $O$ : il est vrai que ces axes n'ont pas besoin d'être construits avec la même solidité que l'axe unique de la fig. (225), parcequ'ici l'effet de la pression, des chocs et des saccades, se diminue en se portant sur deux points. Passons à l'effet de ces balanciers.

Pieces que le  
balancier et le  
contre-balan-  
cier ont a meu-  
voir.

1419. La piece  $ab$  porte deux secteurs  $kk'$ ; on ne voit dans l'élévation de la machine que celui de devant, qui cache l'autre, et auquel est attachée une chaîne qui porte le piston de la pompe à air [6]. Le secteur de derriere porte le piston de la pompe de renvoi  $\pi\pi$  qui élève dans le tuyau  $d^2d^2$  l'eau d'injection aspirée dans la pompe à air.

Le balancier  $dff$  est composé de deux pieces  $dO$ ,  $f'f$ , assemblées à angle droit et maintenues par des tirants de fer  $ef$ ,  $e'f'$ . Des articulations placées en  $f$  et  $f'$  lient la piece  $ff'$  aux verges



$fg, f'h$ , en continuation desquelles sont des chaînes  $gg'g'', hh'h''$ , qui s'enroulent sur des poulies P et P' et qui supportent les pistons de deux pompes HH, GG G'G'. On voit aisément comment la vapeur, faisant alternativement monter et descendre le piston du cylindre à vapeur [2], poussant et tirant verticalement la tige  $cc'$ , doit communiquer au balancier et au contre-balancier un mouvement qui fait marcher les pistons des pompes [6],  $\pi\pi$ , HH et GG G'G'.

1420. Si on vouloit faire produire à la machine le mouvement de rotation et y adapter un volant, il faudroit prolonger le balancier ou plutôt le demi-balancier  $dO$  afin d'avoir une seconde branche à droite de la première, à l'extrémité de laquelle on adapteroit l'équipage nécessaire pour produire l'effet désiré: la pompe HH est celle qui fournit l'eau à la bache [5]; on voit, fig. (247), le tuyau  $H'H'H'$  qui communique de l'un à l'autre; un tuyau à robinet, placé à la partie inférieure de la bache, sert à la vider; on voit ce tuyau derrière la pompe à air, fig. (247). Voyez à cet égard ce qui a été dit art. (1395).

Comment on pourroit adapter un volant à la seconde machine de la pompe qui en produit l'effet utile.

La pompe GG G'G', fig. (241 et 242), est celle qu'on suppose produire l'effet utile de la machine laquelle est censée destinée à élever l'eau du puisard NNN, soit pour un desséchement, soit pour un autre objet d'utilité.

La pompe HH se rapporte immédiatement à celle représentée par la fig. (149), et dont le jeu est décrit art. (663); quant à la pompe GG, son piston, en montant, élève l'eau, par aspiration, au-dessus de la soupape qui ferme la partie supérieure du tuyau d'aspiration, et en même temps refoule l'eau précédemment aspirée dans le tuyau montant G'G'. Lorsque ce même piston redescend, sa soupape s'ouvre pour donner passage à l'eau qu'il vient d'aspirer, laquelle vient prendre la place de l'eau refoulée, et ainsi de suite; tout cela doit être entendu à la simple inspection de la figure par ceux qui ont lu avec tant soit peu d'attention le chapitre de la première partie de cet ouvrage qui traite des machines à élever l'eau, art. (645 et suivants).

1421. Lorsque le piston du cylindre à vapeur s'élève, les pistons des pompes HH, [6], et  $\pi\pi$ , s'élèvent en même temps; le piston de la pompe GG s'abaisse par son propre poids, et l'eau que la machine est destinée à monter n'est portée du puisard au réservoir supérieur que lors de la descente du piston du cylindre à vapeur. Il sembleroit, d'après cela, que, déduction faite des frottements et autres obstacles à ranger dans la

Considérations et explications sur la manière dont cet effet est produit; solutions de quelques difficultés.



même classe, la moitié du surplus de l'action du moteur est employée à élever l'eau, destinée uniquement à l'entretien du mouvement de la machine : mais il n'en est pas ainsi. Observons que, lorsque le piston du cylindre à vapeur monte, il enlève, outre l'eau dont on vient de parler, une partie du poids du balancier et contre-balancier, plus tout l'attirail que ces deux pièces supportent, et qu'il n'est soulagé que d'une petite partie de cet effort par le poids du piston de la pompe GG : or, lorsqu'il redescend, le poids soit absolu soit relatif de toutes les pièces enlevées s'ajoute à l'effort de la vapeur pour augmenter l'effet de la pompe (\*) GG G' G', et le résultat est le même que si cet excédent d'eau avoit été enlevé par la vapeur lors de la montée du piston.

Il faut que le lecteur pese cette dernière réflexion pour éviter l'erreur de croire qu'on tombe ici dans l'inconvénient des machines représentées par la fig. (194), qui élèvent, en même temps, et l'eau et des contre-poids, et qu'on se prive, par conséquent, de l'avantage énoncé art. (1401), de pouvoir, par comparaison à ces machines, diminuer dans celle-ci le diamètre du cylindre à vapeur, en produisant le même effet. Faisons attention que dans le cas de la fig. (194) le piston ne fait aucun effort en montant, mais que dans celui de la fig. (241) il en fait un qui lui est restitué en descendant, et qu'au total la vapeur ne fait dans chaque course que la moitié de l'effort dû à l'effet total produit au bout d'une montée et d'une descente, ou de deux courses, propriété caractéristique énoncée art. (1401).

Pour mettre cette vérité hors de toute incertitude, supposons que le balancier d'O ait à droite de l'axe O un autre bras armé de manière à pouvoir faire équilibre à tout l'attirail qui est à gauche : dans ce cas, lorsque le piston montera, il sera soulagé de toutes les masses qu'il enlevait précédemment, outre l'eau d'injection et celle destinée à l'entretien de la bache ; il pourra donc, au lieu de ces masses, porter une certaine quantité au réservoir, soit par une pompe particulière, soit par un moyen quelconque : mais lorsque ce même piston redescendra, l'effort de la vapeur ne sera plus augmenté, comme il l'étoit, du poids des corps enlevés dans la course précédente, et la diminution d'effet qui en résultera équivaldra à ce qu'on a gagné lors de l'ascension du piston. Il est donc hors de doute que l'expédient

---

(\*) Il faut excepter la partie du poids du piston de la pompe HH employée à refouler l'eau dans la bache.



dont on vient de parler ne feroit qu'augmenter inutilement la charge de l'axe.

Le point essentiel est d'équilibrer les efforts de manière que le piston du cylindre à vapeur soit également pressé en montant et en descendant, sans quoi il n'y aura pas d'uniformité dans le mouvement. La quantité de cette pression dépend de l'effet qu'on veut produire, effet d'après lequel on détermine le diamètre du cylindre. Si, par exemple, la résistance, absolue ou relative, que le piston a à surmonter en montant étoit moindre que l'effort de la vapeur, l'excédent de cet effort pourroit immédiatement être employé à l'effet utile de la machine; ou, plus simplement, on pourroit suspendre un poids équivalent à la tige du piston de la pompe HH, qui restitueroit, en descendant, l'effet dont son ascension auroit tenu lieu. Nous ajouterons diverses considérations à ce que nous venons de dire, lorsque nous parlerons du calcul des machines à feu.

1422. Les fig. (248 et 249) représentent les plans du fond du cylindre à vapeur et celui de sa partie supérieure avec les coupes horizontales des boîtes correspondantes, destinées à établir la communication entre la chaudière, le cylindre à vapeur et le condenseur; en comparant ces figures avec le profil, fig. (242), on aura une idée de la composition du cylindre. On voit qu'il est formé de l'assemblage de quatre pièces principales; savoir le couvercle, qui est traversé par la tige du piston et auquel est adapté le *steam-box* dont nous avons parlé art. (1397); une pièce inférieure dans laquelle est l'ouverture par où la vapeur s'introduit au-dessus du piston; le corps du cylindre proprement dit; et enfin le fond. La disposition des parties supérieures doit réunir à la condition de la solidité celle de l'imperméabilité à la vapeur au travers des joints d'assemblage; celle, fig. (248), à une condition de plus à remplir, savoir la facilité de l'écoulement de la petite portion d'eau résultante de la vapeur qui se condense contre la paroi intérieure du cylindre à vapeur et par d'autres causes. Le rapprochement des fig. (248 et 242) fait voir comment on a rempli cette condition. On voit que le bas du grand corps du cylindre est terminé par une calotte sphérique renversée; au milieu de cette calotte est un trou quarré formant un des orifices d'un canal dont l'autre orifice est l'ouverture par laquelle la vapeur s'introduit dans le cylindre au-dessous du piston, le fond du canal ayant une courbure et une inclinaison pour faire couler le fluide d'un orifice à l'autre: de cette manière toutes les gouttes condensées

Détails sur  
les pièces qui  
composent le  
cylindre à va-  
peur.



dans le cylindre se réunissent nécessairement au trou formant le centre de la calotte inférieure, d'où elles vont se réunir à l'eau de condensation.

De la manière de faire passer la machine du repos au mouvement.

1423. Nous avons dit art. (1396) de quelle manière on donnoit l'impulsion primitive à la machine décrite dans le chapitre précédent, pour la faire passer du repos au mouvement; les procédés pour expulser l'air, au moyen de la vapeur, sont ici les mêmes; on ouvre les quatre soupapes correspondantes aux ouvertures  $VV$  et  $V'V'$ , fig. (242), du bas et du haut du cylindre, la soupape  $q$  du condenseur, celle du reniflar, qu'on voit à gauche de la pompe à air [6], et on ferme la soupape  $n$  du tuyau d'injection. Le feu étant mis au fourneau et l'eau parvenue à l'ébullition, la vapeur qui s'en dégage chasse l'air contenu dans tout l'espace où elle pénètre, c'est-à-dire dans tout l'intérieur de la machine. Il est aisé de s'assurer que l'air n'a d'autres issues pour s'échapper que le reniflar et les soupapes du piston de la pompe [6]. Lorsque la vapeur occupe seule tout l'intérieur, on ferme la soupape du reniflar, deux des soupapes  $S, S', \sigma, \sigma'$ , on ouvre la soupape du tuyau d'injection, et le mouvement du piston se produit et se continue comme on l'a expliqué art. (1396).

Soupape de sûreté.

1424. On voit à côté du regard  $R$  de la chaudière la soupape de sûreté  $R^2$ ; une chaîne, qui passe sur une poulie  $p^2$  et qui correspond à un mouvement à équerre, facilite le moyen de la lever à volonté lorsqu'on veut arrêter la machine. Voyez ce que nous avons dit art. (1400).

Tuyau d'épreuve pour connoître la hauteur de l'eau dans la chaudière.

1425. L'élévation de la chaudière, fig. (241), représente le tuyau d'épreuve  $\gamma\gamma$ ; on sait (1398) que c'est un tuyau recourbé ouvert par les deux bouts: une de ses extrémités plonge dans l'eau, l'autre dans la vapeur, au moyen de quoi l'eau doit se tenir dans le tube à la même hauteur que dans la chaudière; et comme la partie apparente de ce tube est en verre, on peut continuellement s'assurer de la permanence ou de la variation du niveau de l'eau dans l'intérieur de la chaudière; c'est par cette observation qu'on peut régler la quantité d'eau à faire passer par le tuyau nourricier  $d^2 d^2$ .

Procédé pour parvenir au même but dans les machines anciennes.

1426. On a employé, dans un grand nombre de machines à feu de l'espèce de celles que nous décrirons dans le chapitre suivant, un autre moyen pour s'assurer de la hauteur de l'eau dans la chaudière. Deux tuyaux verticaux  $p$  et  $q$ , fig. (258), traversoient le chapiteau de cette chaudière; leurs parties extérieures et apparentes ont seulement la longueur suffisante pour pouvoir y adapter commodément un robinet; leurs par-



ties intérieures renfermées dans la chaudière descendoient assez bas pour que le bout d'un des tuyaux trempât de deux ou trois pouces dans l'eau, et que le bout de l'autre atteignît seulement au fond de la vapeur, à une très petite hauteur au-dessus de la surface de l'eau. Pour s'assurer s'il y avoit trop ou trop peu d'eau dans la chaudière, on tournoit les robinets des deux tuyaux lorsque l'ébullition avoit lieu; s'ils donnoient tous deux de l'eau, c'est une preuve que l'extrémité du plus court atteignoit l'eau et que par conséquent il y en avoit une trop grande quantité; s'ils donnoient tous deux de la vapeur, c'étoit l'indice du contraire. Le moyen indiqué dans l'article précédent est beaucoup plus simple et plus commode que celui-ci.

Il faut observer que, dans l'usage des tuyaux d'épreuve dont on vient de parler, la force expansive de la vapeur doit surpasser le poids de l'atmosphère de manière à faire équilibre à ce poids plus à une colonne d'eau de plusieurs pieds. La hauteur moyenne de cette colonne dans des machines du genre de celle représentée par la (fig. 193) est de 7 à 8 pieds: ainsi la vapeur doit avoir, sur le poids de l'atmosphère, une prépondérance équivalente à une colonne d'eau bouillante de 7, 5 pieds de hauteur, qui, eu égard à la diminution de densité, (525), équivaut à 7, 3 pieds d'eau froide ou à 6,56 pouces de mercure. La force expansive de la vapeur est donc au moins de 34,56 pouces de mercure; ce qui, table X, répond à une température de plus de 84 degrés pour le cas de l'équilibre; ordinairement la température est d'environ 85 degrés.

1427. On place ordinairement près de la chaudière et à la hauteur convenable un réservoir provisionnel contenant l'eau destinée à la remplir; cette eau peut être amenée dans le réservoir par des moyens dépendants du jeu de la machine, qu'il est aisé d'imaginer. On a vu art. (1386) comment, lorsque la chaudière étoit une fois remplie, on réparoît, pendant tout le temps de son mouvement, les pertes de l'évaporation pour l'entretien à une hauteur constante.

Réservoir  
provisionnel  
pour remplir  
la chaudière.

*Détails sur les machines à feu qui ne sont point à double effet, et rapports de ces machines avec celles décrites dans les chapitres précédents.*

1428. Il est sans doute des limites que le génie de l'homme ne franchira jamais; il est des difficultés que son industrie ne pourra pas surmonter: mais quand sera-t-il au terme de ce qu'il peut exécuter ou concevoir? S'il est une recherche qui doive échapper à tous ses efforts, c'est assurément celle de la solution

Réflexions  
sur le sens  
qu'on doit at-  
tacher au mot  
perfection  
dans les arts;  
exemple tiré  
de la machine  
à feu; analogie



entre son mé-  
chanisme et  
l'économie  
animale; utili-  
té de l'histoire  
des découve-  
tes.

d'une pareille question. Les connoissances exactes n'ont pas cessé de s'accroître depuis qu'Apollonius et Archimede sembloient avoir épuisé les combinaisons géométriques. Les sciences naturelles ont subi des révolutions encore plus rapides et plus étonnantes : les arts, il est vrai, offrent assez généralement moins de disproportion entre les richesses de l'antiquité et celles de l'âge moderne, parcequ'ils doivent en partie leur origine et leurs progrès au besoin et au tâtonnement, qui agissent également dans tous les siècles. Mais nous touchons à l'époque à laquelle la géométrie, la physique et la chymie vont enfin s'emparer des procédés dus au hasard et abandonnés aux praticiens. Déjà les plus heureux essais nous annoncent combien le cabinet du savant et l'atelier du fabricant peuvent se fournir réciproquement et des objets de découverte et des moyens de perfection.

Le mot perfection, dans les arts, ne doit donc présenter au philosophe qu'une idée de relation, et nullement celle d'une ligne de démarcation absolue entre ce qui est fait et ce qui peut se faire. L'histoire de la machine à feu en fournit un exemple remarquable : dès son origine elle fut regardée, par les hommes éclairés, comme une des plus belles inventions de l'esprit humain ; bientôt, d'un objet particulier d'utilité, elle devint, par l'addition du balancier, un moteur applicable à toute espèce de mouvement ; enfin l'invention du régulateur parut avoir complété l'œuvre du génie. On vit, pour la première fois, un mouvement, qui, comme dans l'économie animale, une fois imprimé, se perpétuoit de lui-même à l'aide de la chaleur, et ne s'éteignoit qu'avec elle. Cette analogie, si flatteuse pour l'imagination, se soutenoit dans les diverses parties du mécanisme qui présentait le symbole de la respiration et de l'inspiration, une circulation intérieure de fluide réparant les pertes, et devenant, sans secours étrangers, le principe conservateur d'une espèce de vie mécanique, etc.

Cependant, depuis les travaux de Newcomen et de Beighton (\*), le système de construction des machines à feu a changé deux fois de face, et, quel que soit son degré de perfection actuelle, il peut encore subir bien des révolutions. Nous pensons d'après cela qu'il est utile de faire connoître aux artistes, plus particulièrement que nous ne l'avons fait jusqu'à présent, les machines qui ont précédé celles décrites dans les deux chapitres

---

(\*) Voyez sur Beighton la note de l'art. (1337).



précédents. L'histoire de l'enchaînement des découvertes est toujours une bonne leçon pour le génie: elle encourage l'esprit d'invention par le tableau de ce qui a été fait avant nous, et elle réprime les élans de l'amour-propre, en donnant la prévoyance de ce que pourront faire nos successeurs.

Commençons par la machine de Newcomen.

1429. Le lecteur voudra bien relire ce que nous avons dit art. (1338, 1339 et 1340), où il verra l'effet général dépendant alternativement de la force expansive de la vapeur et du poids de l'atmosphère. Ces articles bien conçus, passons aux (fig. 254, 255 et 258): les deux premières montrent l'élévation et le plan du régulateur qui fait mouvoir le robinet du tuyau d'injection et ouvrir ou fermer la communication entre la chaudière et le cylindre; la (fig. 258) est un profil commun du cylindre, de la chaudière, et de différentes parties accessoires.

Communi-  
cation de la  
chaudière au  
cylindre à va-  
peur.

L'eau contenue dans l'espace Q R T S, et échauffée par le feu qui se fait dans le fourneau Q V X T, se vaporise dans l'espace R Z S, et la vapeur peut se transmettre dans le cylindre à vapeur A E par le cylindre K Z: ce cylindre est composé de trois pièces; la pièce inférieure fait partie d'une plaque ronde  $\pi$  (fig. 255) qui termine l'alambic ou la calotte de la chaudière; la supérieure fait partie du cylindre à vapeur; et l'intermédiaire est liée avec les deux autres par deux brides. La base de la pièce inférieure est terminée par un petit *relief*, en saillie de quelques lignes, formant une couronne, contre laquelle s'applique la plaque ronde, ou diaphragme, destinée à interrompre le passage de la vapeur dans le cylindre, comme nous le verrons bientôt.

Le cylindre à vapeur est percé, à quelques pouces au-dessus de sa base, de deux trous diamétralement opposés, chacun accompagné d'un collet G; l'un répond à l'extrémité du tuyau d'injection H, et l'autre à un godet I, dont l'usage sera expliqué ci-après.

Cela posé, voici comment se fait l'injection, et comment la vapeur est introduite dans le cylindre à vapeur ou interceptée à l'orifice Z.

1430. La (fig. 259) est un profil de la pièce inférieure du cylindre de communication K Z; on y voit la section WW de la plaque qui termine le sommet de la chaudière, et celle GH de la bride qui fait liaison avec le surplus du cylindre K Z.

Pièces qui tien-  
nent au régu-  
lateur, jeu de  
ce régulateur,  
comment il  
continue  
spontanément,  
le mouvement  
de la machine  
une fois pro-  
duit.

Cette pièce répond à quatre supports de fer K L; qui sou-  
tiennent un anneau O S. Cet anneau supporte un ressort M N,



qui presse une demi-sphere  $Z'$ , laquelle fait partie de la plaque ou diaphragme  $QZ'R$  qui ferme l'ouverture  $Z$ .

La (fig. 263) est la projection orthogonale sur un plan horizontal de la (fig. 259) vue par dessous; on y voit le couronnement  $WW$  de la chaudiere, l'anneau  $OS$ , le ressort  $MN$ , et l'orifice  $Z$ . La (fig. 261) est un profil de la plaque  $QR$  dont le plan est représenté par la (fig. 262). On voit qu'elle a un manche  $RT$ , percé d'un trou quarré  $ad$ .

Le trou  $ad$  est destiné à recevoir la partie quarrée  $ad$  d'un pivot vertical (fig. 260), dans laquelle on voit une fente pour placer une clavette. Ce pivot tourne sur les tourillons  $cb$  et  $ae$ : le tourillon inférieur  $cb$  joue dans un trou  $V$ , fait à l'anneau  $OS$ ; et le supérieur  $ae$  entre exactement dans un trou pratiqué à la plaque  $\pi$ , répondant à l'endroit  $\delta$  (fig. 255). L'extrémité supérieure  $ef$  du pivot, qui est quarrée et entièrement saillante hors de la chaudiere, fait l'office d'un *tenon*, qui s'adapte au trou quarré d'une clef  $\delta\gamma$ .

On voit donc qu'en tournant à droite ou à gauche le manche de la clef  $\delta\gamma$ , on fera faire un mouvement semblable au pivot  $fc$ , par suite à la plaque  $QR$ , et qu'ainsi on a un moyen extérieur d'ouvrir et de fermer la communication entre la chaudiere et le cylindre à vapeur.

Le robinet  $g$  (fig. 254) du tuyau d'injection a pareillement une tige supérieure, saillante extérieurement, à laquelle est fixée une patte d'écrevisse  $h$ ; c'est cette patte d'écrevisse et la clef  $\delta\gamma$  qui sont mues par le régulateur pour produire et perpétuer le mouvement de la machine, ainsi qu'il suit.

Deux poteaux  $A$  (fig. 254, 255, 264) soutiennent un axe  $BC$  qui tourne sur ses tourillons; à cet axe sont fixées quatre pieces qui tournent avec lui; savoir une branche  $EK$  terminée par un poids  $K$ , un levier  $GH$ , un autre  $G'F$ , et une patte  $DE R$  à deux griffes.

L'axe  $BC$  porte encore une cinquieme piece qui est un *étrier*  $abcd$ ; mais cet étrier n'est point, comme les quatre pieces précédentes, fixé à cet axe, sur lequel il peut jouer librement, au moyen d'un trou pratiqué à chacune de ses branches  $ba$ ,  $cd$ .

Le manche  $\delta\gamma$  de la clef qui ouvre et ferme le cylindre à vapeur, passe, en  $\gamma'$ , au travers d'une fente pratiquée dans la tige  $\gamma'h$ , terminée par une fourche  $fg$ ; les branches de cette fourche sont traversées librement par un axe  $bc$  fixé à l'étrier  $abcd$ .

Au-dessus de l'équipage qu'on vient de décrire, on voit une



pièce de bois  $S$ , qui supporte une espèce de marteau  $fad$ , auquel est adaptée, à-peu-près à angle droit sur sa direction, une tige de fer  $ab$ , qui passe entre les deux pinces de la patte d'écrevisse  $h$ ; la pièce  $fd$  et le levier  $ab$  ont un mouvement commun de rotation sur un axe ou boulon placé en  $a$ , dans la situation que représente la figure; le marteau  $f$  est retenu par une entaille pratiquée à une pièce de bois  $je$ ; il porte en conséquence un petit arrêt disposé pour se loger dans cette entaille et former une espèce d'encliquetage.

Il suit de ce qu'on vient de dire, que, sans appliquer la main à la clef  $\delta\gamma$  ni à la patte d'écrevisse  $h$ , on peut faire ouvrir ou fermer soit le diaphragme soit le robinet d'injection; en effet, en faisant mouvoir une quelconque des pièces qui paroissent à droite de  $BC$ , on fera tourner cet axe et la patte  $DR$ : or cette patte viendra rencontrer l'axe  $bc$ , auquel tient la fourche qui termine la tige  $h\gamma'$ , tirera par conséquent cette tige dans un sens ou dans l'autre, et entraînera par suite la clef  $\delta\gamma$ , ce qui produira le même effet que si on mettoit immédiatement la main à cette clef. Pareillement, supposant l'encliquetage libre en  $f$ , et faisant tourner le marteau  $fd$  sur l'axe  $a$ , la broche  $ab$  rencontrera l'une ou l'autre des pinces de la patte d'écrevisse  $h$  et fera ouvrir ou fermer le robinet d'injection. Il ne s'agit plus que de produire ces effets au moyen du mouvement même de la machine; c'est ce que fait la poutrelle  $L$ , suspendue au balancier par une chaîne, comme on le voit dans la (fig. 256).

Cette poutrelle, que nous appellerons *coulisse*, parcequ'elle est ouverte dans la plus grande partie de sa hauteur, entre librement dans un trou quarré  $MN$ , qui la maintient dans sa situation verticale; elle est garnie de quatre chevilles placées aux points  $Q, P, d', T$ , dont les distances se reglent par les expériences qu'on fait pour s'assurer que tous les mouvements se font bien à temps.

Supposons maintenant que le piston du cylindre à vapeur soit au point le plus bas de sa course, ce qui est l'état représenté par la (fig. 256), et que l'orifice  $Z$  (fig. 258), qui communique de la chaudière au cylindre, soit ouvert; la vapeur affluera par dessous le piston, et sa force expansive, jointe au poids qui est de l'autre côté du balancier, surmontera la pression de l'atmosphère et fera élever le piston; la poutrelle  $L$  (fig. 254) montera avec la branche du balancier à laquelle elle est attachée: alors les chevilles qui y sont attachées et les poids  $K$  et  $f$  produiront les effets suivants. 1°. La cheville  $P$  fera monter la branche  $G'F$ , fera par conséquent tourner l'aissieu  $CB$  et élever le poids



K, ce poids K en s'élevant atteindra la verticale et la dépassera. 2°. A compter de cet instant la cheville P cessera de presser la branche G' F; mais le poids K, tombant du côté gauche, continuera de faire tourner l'axe BC avec tout l'équipage qui y est fixe : la branche D de la griffe DR viendra donc choquer l'axe *bc*, et fera faire une portion de révolution à l'étrier *abcd*, qui, entraînant dans son mouvement la fourche *γ'hfg*, fera tourner la clef *δγ* et fermer l'ouverture Z (fig. 258). 3°. La vapeur ainsi séquestrée dans le cylindre continue à presser le piston; mais bientôt la cheville T rencontre la barre *ej*, l'élève en la faisant tourner sur son pivot en *e*, et fait dégager l'encliquetage en *f*. Le marteau *f* tombe aussitôt sur une planche placée en V et fait faire une portion de révolution à la broche *ab*. Cette broche vient choquer contre une des pinces de la patte d'écrevisse *h*, et fait ouvrir le robinet d'injection; une certaine quantité d'eau froide venant d'un réservoir supérieur, dont nous parlerons bientôt, jaillit alors dans le cylindre avec une vitesse due à la hauteur de sa chute, à laquelle s'ajoute bientôt le poids de l'atmosphère; car la vapeur contenue dans le cylindre se condense très rapidement et le vuide s'y établit.

La vapeur n'opposant plus de résistance à la pression de l'air extérieur, le piston redescend; alors les chevilles *d'* et Q et le poids K produisent les effets suivants : 1°. la cheville *d'*, en descendant, presse sur la branche *ad*, fait relever le marteau *f*; la broche *ab* rencontre en tournant la pince de la patte d'écrevisse *h* opposée à celle qu'elle avoit touchée précédemment et fait fermer le robinet d'injection : 2°. par une continuation du même mouvement l'encliquetage du marteau *f* se rengage et ce marteau reste élevé : 3°. la cheville Q rencontre la branche GH qui avoit été élevée par la chute du poids K et la fait redescendre; le poids K remonte de gauche à droite, atteint la verticale et la dépasse : 4°. dès cet instant la seule action du poids K fait mouvoir tout l'équipage fixé sur l'axe BC, la griffe DR vient atteindre d'un mouvement accéléré l'étrier *abcd*; sa branche R choque l'axe *cb*, et remet l'étrier *abcd*, la fourche *γ'hfg* et la clef *δγ* dans la position où ils étoient ci-devant; l'ouverture Z s'ouvre, et les choses reviennent à l'état où nous les avons supposées avant l'ascension du piston.

La vapeur affluant de nouveau sous le piston le fait remonter; les mêmes effets que nous venons de décrire se renouvellent et continuent d'avoir lieu tant qu'on entretient le feu sous la chaudière. On donne ordinairement le nom de *régulateur* à la



plaque ou diaphragme qui intercepte la communication entre la chaudière et le cylindre à vapeur; mais comme, dans les machines à double effet, on appelle ainsi tout le mécanisme que fait mouvoir la poutrelle L, nous avons conservé la dénomination des chapitres précédents.

1431. L'eau de condensation, jaillissant avec force, va choquer le dessous du piston et retombe ensuite dans le fond du cylindre à vapeur; elle ne peut pas rentrer par le cylindre KZ, (fig. 258), à cause de la partie K saillante intérieurement, et n'a par conséquent d'autre issue que l'orifice *b*. Voici le détail des tuyaux auxquels cet orifice communique et le mécanisme au moyen duquel les pertes de l'évaporation sont réparées.

Comment l'eau de condensation sort du cylindre à vapeur; tuyau nourricier, qui sert à réparer dans la chaudière les pertes causées par l'évaporation.

Le premier est un tuyau *bcux*, fermé hermétiquement en *x*; ce tuyau porte un godet A, auquel il communique par un orifice que ferme une soupape chargée de plomb; un tuyau *ll*, portant un robinet à son extrémité inférieure et aboutissant par l'autre extrémité à la partie supérieure du cylindre à vapeur, sert au besoin à amener de l'eau dans le godet *a*, pour les usages que nous verrons ci-après.

Le second est un tuyau *rSSt*, qu'on nomme *rameau d'évacuation* et qui communique à une citerne inférieure; son extrémité *t* est recourbée verticalement en contre-mont, et fermée par une soupape suspendue à une tige de fer *tg*, qui tient à un ressort *hg*. Cette soupape est toujours baignée dans l'eau afin que l'air ne pénètre pas dans le *rameau d'évacuation*. Cette citerne est une cuvette de plomb, placée sous l'arcade de la plate-forme, ayant deux tuyaux dont l'un sert de décharge de superficie et l'autre de fond.

Le troisième est un tuyau vertical *zz*, qu'on nomme *tuyau nourricier*, et qui communique avec le tuyau *bcux* de la manière qui est plus clairement indiquée dans l'élévation (fig. 265), où on voit le tuyau *y* qui aboutit par une extrémité à celui *z* et par l'autre à celui *bcux*, lequel est caché, en partie, derrière le godet *a*. Le tuyau nourricier, dont les deux bouts sont ouverts, en a un, comme on voit, plongé dans l'eau de la chaudière, l'autre est à l'air libre, élevé de quelques pieds au-dessus du chapiteau de la chaudière.

Tout cela bien conçu, il faut encore savoir que le quart environ de l'eau qui sert à la condensation doit rentrer dans la chaudière pour réparer les pertes faites par l'évaporation; le tuyau *zz* est destiné à l'y conduire; les trois autres quarts s'évacuent par le tuyau *rSSt* (fig. 258), dans la citerne inférieure.



Les écoulements dans ces deux tuyaux sont réglés par deux robinets, ou même par un seul, de manière qu'ils livrent passage à l'eau de condensation, venant de l'orifice *b*, dans la proportion de 3 à 1. Cette eau est refoulée dans les deux tuyaux par l'action de la vapeur, lorsque la communication est établie entre la chaudière et le cylindre à vapeur, et elle peut alors, d'un côté, surmonter la pression qu'éprouve la soupape *t* et passer dans la citerne, et de l'autre vaincre la résistance qui s'oppose à son introduction dans la chaudière. Cette résistance vient de la force expansive de la vapeur, qui, ainsi que nous l'avons déjà observé art. (1426), est à 85 degrés de chaleur environ, et doit (525 et table X) faire remonter l'eau bouillante dans le tuyau *zz*, ouvert intérieurement et extérieurement, à 7 à 8 pieds au-dessus du niveau de l'eau dans la chaudière : or lorsqu'une pareille pression s'exerce par le tuyau *y* (fig. 265), elle s'ajoute nécessairement au poids de la colonne d'eau inférieure, et surmonte ainsi la pression de l'intérieur de la chaudière.

Cuvette d'injection qui fournit l'eau de la condensation.

1432. L'eau de la condensation est, comme on l'a dit, amenée dans le cylindre par le tuyau *H*; ce tuyau aboutit, à son extrémité supérieure, à un réservoir *M* (fig. 256), qu'on nomme *cuvette d'injection* et qui fournit l'eau de la condensation. Cette eau *y* est amenée par le tuyau *K'K'K'*, dont la partie inférieure est une pompe foulante, mue par le balancier, et puisant dans une bache *X*, entretenue constamment pleine par l'eau même que la machine est destinée à élever, ainsi qu'on le voit dans la figure.

Lorsqu'on commence à faire jouer la machine et qu'il n'y a encore point d'eau dans la cuvette d'injection, on se sert d'une petite pompe *Q*, qui est à côté, qu'on fait mouvoir à bras, pour fournir à l'injection, en attendant que le mouvement du balancier ait fait monter de l'eau de la bache *X*. Cette pompe tire l'eau d'un réservoir provisionnel, dont nous parlerons bientôt, et qu'on voit à gauche de la chaudière.

Un tuyau *g''*, à robinet, sert de déchargeoir de fond à la cuvette *M*; un autre tuyau *g'*, sans robinet, lui sert de déchargeoir de superficie; ces deux tuyaux se rendent dans un tuyau vertical *g*, lequel vient lui-même aboutir au tuyau horizontal *P*, qui conduit au réservoir provisionnel le trop plein de la cuvette d'injection et en outre l'eau qui sort par le haut du cylindre à vapeur, quand le piston monte, et dont il sera question ci-après.



1433. Voici un moyen employé dans une machine à feu construite à *Schemnitz* en Hongrie, pour que le tuyau d'injection reçoive toujours la même quantité d'eau destinée à chaque injection particulière: ce moyen a été communiqué à M. l'abbé Bossut par feu M. Jars de l'académie des sciences, (Voyez l'Hydrod. de Bossut, tome II, page 508). La cuvette d'injection ABCD, fig. (268 bis), reçoit, au moyen d'un tuyau K, l'eau d'un autre réservoir pour la transmettre au tuyau Q d'injection; le tuyau K porte un robinet X qui en ouvre et ferme alternativement le bout T: voici comment; à l'axe horizontal VH, parfaitement mobile sur ses pivots, sont fixées deux branches de fer, l'une ZM, portant un tonneau ou baril M qui flotte sur l'eau, l'autre ZN, engagée dans les pinces d'une patte d'écrevisse fixée au robinet, et pouvant par ce moyen ouvrir et fermer ce robinet.

Moyen qu'on a employé pour que la cuvette d'injection reçoive toujours la même quantité d'eau.

Lorsque l'écoulement par le tuyau d'injection Q est suspendu, la surface de l'eau s'élève dans la cuvette ABCD, souleve le tonneau M, et ferme enfin le robinet X, en sorte qu'il est entièrement fermé quand l'eau est, par exemple, en AD; si au contraire la cuvette se vuide par le tuyau d'injection Q, le tonneau M descend, et le robinet X s'ouvre pour laisser passer dans la cuvette la nouvelle eau que le tuyau K amène; ainsi de suite. Il est clair que par-là il passe, en temps égaux, des quantités égales d'eau dans le tuyau d'injection Q.

1434. Le piston L, fig. (258), qui joue dans le cylindre, est un plateau de métal dont le diamètre est un peu moindre que celui du cylindre, et qui est plus enfoncé vers le milieu que vers la circonférence, comme on peut en juger par ses plans et profils, représentés plus en grand dans la fig. (266), n° 1, 2 et 267. On remarquera vers sa circonférence une couronne A, dont la largeur est entre  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{5}$  de la longueur du rayon, formant un relief de la moitié de sa largeur. Sur cette couronne sont appliquées une ou deux bandes de cuir fort épais, saillantes d'une ligne sur le pourtour du piston: l'on rend ce cuir inébranlable en le chargeant d'un anneau B de plomb, de même largeur que la couronne, divisé en trois parties égales, chacune accompagnée d'une queue C, qui s'encastre dans une cellule D, faite de trois plaques de cuivre soudées verticalement sur le fond du piston.

Pieces que comporte le piston du cylindre à vapeur.

Le centre de ce piston est percé d'un trou qui reçoit le bout de la tige EF par le moyen d'un tenon arrêté avec des clavettes, et cette tige est suspendue à la chaîne du balancier.



Jet d'eau continu sur le piston pour empêcher l'introduction de l'air et le dessèchement du cuir.

1435. La construction du piston que nous venons de décrire exige qu'on prenne quelques précautions pour empêcher que l'air ne s'introduise dans le cylindre à vapeur et que les cuirs ne se dessèchent. L'un et l'autre objet est rempli par un tuyau N de déviation, fig. (258), adapté au tuyau d'injection H et ayant un robinet dans le milieu. Pendant le jeu de la machine, le tuyau N produit un jet continu sur le piston, et l'eau qui en résulte s'écoule, lors de la montée du piston, par le tuyau latéral EPP, dans le réservoir provisionnel dont on a parlé précédemment.

On observera qu'au-dessous du sommet du cylindre à vapeur il y a un rebord DB, sur lequel est attachée, avec une *bride*, une coupe de plomb DE, de 18 pouces de hauteur, évasée par le haut.

Évacuation de l'air des tuyaux mentionnés, art. (1431), lorsqu'on commence à faire jouer la machine.

1436. Le sommet du cylindre à vapeur fournit encore de l'eau à un second tuyau Oll, dont on a parlé art. (1431), qui peut la verser dans le godet *a*, lorsque le robinet placé à son extrémité inférieure est ouvert, d'où, en levant la soupape qui est au fond de ce godet, elle coulera dans les tuyaux dont on a parlé à l'article cité. On use de cet expédient lorsqu'on commence à faire jouer la machine pour chasser l'air de ces tuyaux. L'eau du godet *a* a, comme on voit, une issue dans la chaudière par le tuyau *zz*.

Eaux à différentes températures que reçoivent la citerne et le réservoir provisionnel.

1437. Le réservoir provisionnel, qui, d'après ce qui est dit précédemment, reçoit le trop plein de la cuvette d'injection et l'eau qui dégorge de la partie supérieure du cylindre, est destiné à remplir, au besoin, la chaudière par le tuyau de communication *zK* : on la vuide par le tuyau de fond *no*, lorsqu'il est nécessaire d'en retirer l'eau. Les tuyaux *j* et *j'* servent de déchargeoir de superficie et de déchargeoir de fond au réservoir provisionnel.

La machine fournit ainsi pendant son mouvement deux magasins d'eau, à des températures très différentes ; l'une, provenant de l'injection, se rend, chaude, dans la citerne ; l'autre, à une température beaucoup plus basse, selon la saison, passe dans le réservoir provisionnel.

Tuyaux d'épreuve.

1438. On voit en *p* et *q* les deux tuyaux d'épreuve dont on a donné l'usage, art. (1426). Ces tuyaux traversent une plaque ovale de cuivre BC, fig. (255), qui sert de regard à la chaudière, et se détache lorsqu'on veut y entrer pour faire quelques réparations.

Ventouses.

1439. Les figures 254 et 255 offrent le plan et l'élévation d'un bout de tuyau A placé sur le chapiteau de la chaudière ; au som-





met de ce tuyau est adaptée une soupape chargée de plomb, nommée *ventouse*, qui s'ouvre pour laisser échapper la vapeur lorsque cette vapeur acquiert un certain degré de force. Elle s'élève ordinairement quand le piston descend, parcequ'alors la vapeur ne peut plus affluer dans le cylindre, et qu'elle occupe un espace plus petit étant toute renfermée dans la chaudière. On remarque, en général, dans les descentes du piston, une vapeur qui s'échappe à travers les joints imperceptibles de la chaudière, qui cesse quand le piston monte, et qui offre l'apparence de l'haleine provenant de la respiration des animaux.

1440. Il y a encore un autre tuyau *def*, fig. (258), adapté au chapiteau de la chaudière. Son extrémité *f*, qui est hors du bâtiment, est fermée par une soupape chargée de plomb, attachée à une corde qui passe sur deux poulies et dont le bout revient en dedans du bâtiment. Cette disposition a pour objet de donner le moyen d'évacuer la vapeur, en ouvrant la soupape, lorsqu'on veut arrêter la machine. Cette soupape répond à celles que nous avons nommées *souppapes de sûreté*, art. (1400). Le tuyau *fe* se nomme *cheminée*.

Soupape de sûreté.

1441. Le godet I, dont nous avons parlé (1429), est destiné à faire la fonction du *reniflar*, mentionné art. (1396). Au fond de ce godet est une soupape chargée de plomb, suspendue à un ressort de fer qui la maintient toujours dans la même direction. Cette soupape sert à évacuer l'air que la vapeur chasse du cylindre lorsqu'on commence à faire jouer la machine; et ensuite celui qui se dégage de l'eau d'injection, et qui empêcheroit l'effet de la machine s'il n'avoit pas la liberté de s'échapper. Sous ce dernier aspect la soupape I et le tuyau *rsst* font ensemble l'effet de la pompe à air décrite art. (1386).

Godet faisant les fonctions de *reniflar*, par où l'air du cylindre à vapeur s'évacue quand on commence à faire jouer la machine.

1442. Avant de dire comment on commence à faire jouer la machine, lorsqu'on veut la faire passer du repos au mouvement, il faut d'abord observer que, dans ce cas, le balancier est incliné du côté opposé au cylindre, parceque les attirails placés de ce côté, étant prépondérants, abaissent le bout du balancier auquel ils répondent quand la machine ne va pas. Supposons maintenant qu'on veuille la faire aller; on remplira la chaudière, on allumera le feu, on fera jouer la pompe Q, fig. (256), pour remplir la cuvette M d'injection, s'il est nécessaire, et on aura soin d'ouvrir l'orifice Z, fig. (258), supposé qu'il soit fermé; on se sert, pour cela, d'un manche adapté à l'une des branches

Comment on commence à mettre la machine en mouvement.



fixées sur l'axe *BC*, fig. (254 et 255), semblable à ceux dont il est parlé, art. (1396), pour un usage analogue. L'eau entrant en ébullition, la vapeur se forme et s'élève dans le cylindre, en chasse l'air, et chauffe l'eau qui, d'après ce qu'on a vu, art. (1435), vient de la cuvette d'injection au-dessus de la tête du piston : on fait passer une partie de cette eau par le tuyau *ll*, fig. (257), dans le godet *a*, dont on ouvre la soupape pour que l'eau entre dans les tuyaux par lesquels se décharge l'eau d'injection.

Lorsque la vapeur a acquis assez de force pour ouvrir la soupape qui ferme la cheminée *def*, fig. (258), et en sortir avec détonnation, le conducteur, qui attend ce moment, prend d'une main la queue du marteau *fd*, fig. (254), de l'autre le poids *K*, et ferme le diaphragme du régulateur. Un instant après il ouvre le robinet d'injection ; la condensation se fait dans le cylindre, et le piston descend. Le diaphragme du régulateur s'ouvre ensuite de lui-même, et la machine continue à se mouvoir par le seul entretien du feu sous la chaudière.

Cheminées et  
parties acces-  
soires.

1443. Nous ne nous arrêterons pas à la description du fourneau, des canaux de circuits de la flamme et de la fumée, de la cheminée du fourneau, et des objets qui y sont relatifs ; toutes ces dispositions rentrent absolument dans celles détaillées aux chapitres précédents, et se rapportent sur-tout à la seconde machine à double effet, comme on peut le voir par les profils, fig. (275 et 276).

Description  
des pompes  
employées à  
produire l'ef-  
fet utile de la  
machine.

1444. Nous n'entrerons pareillement dans aucun détail sur le balancier, dont on se fera une idée suffisante à l'inspection de la figure 256. Le secteur ou jante *D*, placé à son extrémité droite, supporte, au moyen de la chaîne *G*, tout l'équipage destiné à produire l'effet utile de la machine, qu'on suppose employée à épuiser les eaux d'une mine par un puits dont la partie supérieure est profilée en *Y*. On place dans la profondeur de ce puits, de 24 en 24 pieds, une cuvette de plomb, dont on voit le plan, fig. (271) et (274), la coupe sur la ligne *AB* du plan, fig. (272), et la vue perspective, fig. (273). Ces cuvettes sont, comme on voit, partagées en deux bassins unis par une communication d'une moindre profondeur et d'une moindre largeur que les bassins. La figure 269 représente le profil d'une étendue du puits dans laquelle sont trois cuvettes : on voit que chacune a dans le fond d'un de ses bassins l'orifice supérieur d'une pompe aspirante, et que dans l'autre trempe le tuyau d'aspiration de la pompe supérieure. Les tiges des pistons sont suspendues de part et d'au-



tre d'une suite de poutrelles assemblées bout à bout, comme on voit, fig. (270), et composant un *train* suspendu à la jante du balancier dont on vient de parler, qui descend verticalement à travers toutes les échancrures formées entre les bassins des cuvettes par le rétrécissement du petit canal qui communique de l'une à l'autre, ainsi qu'on le voit en D, fig. (271). La pompe la plus basse trempe immédiatement dans le puisard pratiqué au fond du puits; la plus haute décharge son eau dans le bassin X; là une portion en est enlevée pour fournir à la cuvette d'injection (1432), et l'autre, fig. (274), sort du bassin X par le canal horizontal  $x'x'$ . (\*)

(\*) Nous avons parlé, art. (1335), d'une machine imaginée par Papin, pour employer la vapeur comme agent mécanique. Cette machine, quoiqu'abandonnée, cependant peut fournir de bonnes idées aux artistes. Nous en parlerons ici d'autant plus volontiers, que la manière dont Papin emploie la vapeur diffère entièrement des procédés que nous avons décrits jusqu'à présent. Le but de l'auteur est de faire tourner une roue à aubes par le choc d'une veine fluide jaillissant par un tuyau étroit ou par un ajutage, avec une vitesse telle que le choc puisse équivaloir à celui d'une beaucoup plus grande masse d'eau qui n'auroit qu'une petite vitesse. Pour y parvenir il condense l'air dans un vase clos, auquel est adapté le tuyau ou l'ajutage, en y introduisant, par la pression de la vapeur, une quantité d'eau telle que l'espace, occupé primitivement par l'air, se trouve très resserré, ce qui augmente d'autant son ressort et sa pression sur l'eau inférieure. Voici l'appareil dont il se sert.

Un vaisseau sphéroïdal A, fig. (268), dont le grand axe est supposé de 26 pouces et le petit de 20 pouces, est placé dans un fourneau de manière que le feu puisse l'entourer de toute part; ce vaisseau ou alambic, qui est de cuivre, doit être aux deux tiers plein d'eau, qu'on introduit par un tuyau B. Un siphon CD communique de l'alambic A à un cylindre GH de 20 pouces de diamètre sur autant de hauteur, faisant l'office de corps de pompe, dans lequel joue un piston de cuivre ST, creux en dedans afin de pouvoir flotter sur l'eau. La base de ce cylindre, qui n'a point de fond, est unie avec l'extrémité d'un tuyau recourbé IKO, qui traverse le fond d'un autre cylindre MN de 3 pieds de hauteur sur 23 pouces de diamètre, fermé de toutes parts pour que l'air extérieur ne puisse s'y introduire. Un vaisseau Y, évasé par le haut, est adapté au tuyau IKO, et sert à introduire dans le corps de pompe GH, au dessous du piston ST, de l'eau qui ne passe jamais au-dessus du piston.

Un robinet, placé en E, intercepte et laisse libre alternativement la communication par le siphon CD entre l'alambic A et le corps de pompe GH. Lorsque la communication est libre, la vapeur, formée en A, passe dans la partie supérieure du corps de pompe; là elle presse le piston qui refoule l'eau; cette eau ne peut pas rentrer dans le vaisseau Y, parcequ'une soupape placée en R l'en empêche; elle monte par le tuyau IKO, et va se décharger



De la machine de Chaillot; principales pièces de cette machine.

1445. Le mécanisme que nous venons de décrire est ce qu'on connoissoit de mieux en France à l'époque où MM. Perier freres établirent la machine de Chaillot, bien supérieure à tout ce qu'on avoit fait jusqu'alors dans ces contrées, et dont voici la description d'après les dessins très exacts qui nous ont été fournis par M. Perier l'aîné.

La figure 279 est une coupe générale qui fait voir l'intérieur du cylindre à vapeur, le balancier, le régulateur, les parties du condenseur et de la pompe à air. Le cylindre à vapeur A est éta-

dans le cylindre M N, en remplissant une partie de l'espace occupé par l'air renfermé dans ce cylindre, qui par conséquent acquiert un plus grand ressort.

Aussitôt que le piston est parvenu au bas du corps de pompe, on ferme le robinet E pour interrompre le passage de la vapeur, et on ouvre un autre robinet P, placé vers le sommet du corps de pompe, par lequel celle qui a agi peut s'évacuer.

Alors le poids de l'eau, dont le vaisseau Y est toujours rempli, ouvrant la soupape R, s'introduit de nouveau dans le corps de pompe G H et fait remonter le piston S T; l'eau contenue dans le tuyau K O n'entre pour rien dans cet effet, parcequ'une soupape placée en K l'empêche de descendre.

Lorsque l'eau introduite dans le corps de pompe s'est mise en équilibre avec celle du vaisseau Y, on ferme le robinet P et on ouvre le robinet E; la vapeur vient de nouveau presser le piston, qui refoule, comme en premier lieu, l'eau par le tuyau K O et la fait passer dans le cylindre M N, où elle ne peut s'introduire sans surmonter la résistance provenant du ressort de l'air dont elle vient occuper la place; résistance qui augmente en raison inverse de l'espace occupé par une même masse d'air.

D'après les dimensions que donne Papin au cylindre M N qui a trois pieds de hauteur, ce cylindre peut contenir 600 livres ou 86 pieds cubes d'eau, c'est-à-dire 200 livres ou 2,86 pieds cubes par chaque pied de hauteur. Quand il sera rempli jusqu'à la hauteur de 2 pieds, l'eau y sera réduite à n'occuper plus que le tiers de l'espace où il étoit renfermé d'abord, et aura acquis un ressort capable de lui faire soutenir une colonne d'eau de 64 pieds, outre celle de 32 pieds à laquelle il fait équilibre, dans son état ordinaire de compression. Si donc on ouvre le robinet Q, l'eau en jaillira, au premier instant, avec la même vitesse que si sa hauteur étoit de 64 pieds dans le cylindre M N. A mesure que l'eau sortira elle sera chassée avec moins de vitesse, parceque l'air occupant un plus grand espace, son ressort s'affoiblira: mais, d'après les dispositions de Papin, il doit toujours y avoir dans le cylindre de l'eau sur la hauteur d'un pied au moins, et l'air n'occupera jamais, dans sa moindre condensation, que les  $\frac{2}{3}$  de l'espace qu'il occupe dans son état naturel au niveau de la mer; or, dans cet état, il pourra encore soutenir le poids d'une colonne d'eau de 16 pieds de hauteur au-dessus de celle de 32 pieds qu'il soutient ordinairement.



bli solidement sur le massif B, à côté duquel se trouve le trou ou puits B''B'', dans lequel descend le poids du régulateur, la poutrelle, etc., et où sont établies les deux pièces montantes XX, dont nous parlerons ci-après : ce cylindre a, comme ceux des figures (123 et 242), deux ouvertures, communiquant, en haut et en bas, aux canaux *ee* et *e'e'*, par lesquels la vapeur peut entrer ou se condenser; elle communique de l'espace *ee* à l'espace *e'e'e'e'* par un seul cylindre *pp*. Les machines représentées par les figures qu'on vient de citer ont deux cylindres pareils, parcequ'elles ont un jeu

---

Pour réduire l'air compris dans le cylindre MN au tiers de son volume, c'est-à-dire pour tripler son élasticité, qui, dans l'état naturel, équivaut à 28 pouces de mercure, il faut que la force expansive de la vapeur, agissant sur le piston ST, soit équivalente à une colonne de mercure de  $3 \times 28 = 84$  pouces. Une pareille pression répond, table X, à une température de plus de 104 degrés du thermomètre de Réaumur. Papin ne connoissoit point, au moins d'une manière bien précise, la relation entre la température de la vapeur et sa force expansive; mais il dit que ses expériences lui assurent la possibilité d'amener la vapeur à un degré de chaleur capable de lui faire pousser le piston ST avec une force équivalente au poids d'une colonne d'eau de 96 pieds de hauteur ou d'une colonne de mercure de 84 pouces. Cela n'est point étonnant, car sa marmite lui donnoit une température supérieure de celle dont il s'agit ici; mais on trouveroit une grande difficulté à faire des vaisseaux d'une certaine étendue, assez solides et assez bien clos, pour, étant pressés du dedans au dehors, supporter la pression qu'elle comporte sans déperdition de vapeur.

Papin prétend encore que, lorsque le niveau de l'eau dans le vaisseau Y sera plus élevé de 8 pouces que le robinet P, et qu'elle pourra s'introduire dans la pompe par une soupape dont le diamètre sera de 8 pouces, cette eau remplira la pompe en une seconde de temps; il ajoute que quand la soupape placée en K aura 6 pouces de diamètre, l'effort de la vapeur fera passer, en moins d'une seconde de temps, 200 livres d'eau dans le cylindre MN; d'où il conclut que, la pompe pouvant se remplir en une seconde et se vider dans le même temps, l'opération ne durera pas plus de deux secondes.

Comme la plus grande condensation de l'air dans le cylindre seroit capable de soutenir une colonne d'eau de 64 pieds de hauteur, et que, lorsqu'il sera sorti 200 livres d'eau par le tuyau Q, le ressort de l'air n'équivaldra plus qu'à une colonne de 16 pieds; son effort moyen pourra être considéré comme équivalent au poids d'une colonne d'eau de 40 pieds de hauteur, qui est celle sur laquelle il faut compter dans l'évaluation de l'impulsion de l'eau qui sortira par le tuyau Q pour faire tourner la roue.

Il est bon d'observer que Papin suppose que l'eau qui sortira du cylindre pour faire tourner la roue pourra être ramenée dans le vaisseau Y, de là passer dans le cylindre pour jaillir sur la roue comme auparavant, c'est-à-dire qu'elle circulera continuellement; mais il n'en donne pas le moyen.



alternatif de soupapes placées aux parties supérieures de ces cylindres. Il n'en est pas de même ici, et la soupape *bb* qu'on voit au haut de *pp* est toujours ouverte pendant que la machine est en mouvement : on peut cependant la fermer, quand on veut lui donner plus ou moins d'ouverture, au moyen d'un levier extérieur *b''b''*, qui se meut avec la main et qui agit sur une tige attachée à la soupape de la même manière que les leviers du régulateur agissent sur leurs soupapes respectives.

Le cylindre à vapeur A n'a d'ailleurs rien de particulier dans

---

Papin propose, pour donner plus de force à la vapeur, d'introduire dans le corps de pompe au-dessus du piston des fers rouges, qui demeureront suspendus dans un tuyau V, fermé en bas, pour empêcher que l'eau n'y entre. Ce procédé paroît présenter des assujettissements et des embarras qui font douter qu'on puisse le mettre en pratique.

La machine de Papin, telle que nous venons de la décrire, est ingénieuse; mais son exécution et son application comporteroient bien des difficultés, et il seroit d'ailleurs indispensable d'y adapter un mécanisme pour faire ouvrir et fermer les robinets par l'action de la vapeur. Nous avons cru cependant que la connoissance en seroit utile aux artistes, soit comme un aperçu susceptible de perfection, soit comme un objet de comparaison. C'est dans le même esprit que nous allons présenter quelques détails sur la machine à air de M. Amontons, dont nous avons parlé, art. (1336), et qui, du côté de l'invention et du génie, nous paroît supérieure à celle de Papin.

M. Amontons cite d'abord ( Mém. de l'académie des sciences, année 1699, ) deux expériences qu'il a faites sur la force expansive de l'air mis à la température de l'eau bouillante. Trois tubes de verre recourbés, ouverts par une de leurs extrémités, étoient terminés à l'autre par un globe creux de verre. Les capacités des tubes et des globes étoient dans la proportion de 1, 2, 3, le diamètre intérieur du tube moyen n'étant guère que de  $\frac{1}{2}$  ligne : on a versé du mercure dans les tubes ; les globes restoient pleins d'air atmosphérique, qui, comprimé par le mercure, a tenu ce fluide dans une des branches de chaque tube à 3 pouces au-dessus de son niveau dans la branche qui tenoit le globe où le mercure étoit parvenu jusqu'à la jonction du tube du globe.

Les globes ayant été trempés dans l'eau bouillante, le mercure est monté de 9 pouces 10 lignes, outre les 3 pouces dont nous avons parlé ; en sorte que l'air contenu dans les globes soutenoit une colonne de mercure de 12 pouces 10 lignes, plus le poids de l'atmosphère, ou de 13 pouces, en comptant avec M. Amontons les 10 lignes pour un pouce, parceque l'air, augmentant de volume pour remplacer le mercure qui montoit dans la branche du tube, a un peu diminué le ressort qu'il auroit eu en conservant le même volume.

M. Amontons n'a point donné la température de l'air avant l'immersion des globes dans l'eau bouillante. Il conclut néanmoins de son expérience  
l'intérieur,



l'intérieur, sinon que la section horizontale doit, pour produire le même effet, être double de celle des cylindres à vapeur des première et seconde machines décrites précédemment depuis l'art. (1380) jusqu'à l'art. (1448). La tige du piston P est suspendue à l'extrémité du balancier au moyen d'une chaîne tangente.

1446. La vapeur arrive de la chaudière par l'ouverture O O, et, dans la situation que représente la figure, elle doit remplir tant l'intervalle qui est au-dessus du piston que celui qui est au-

Comment se produit l'ascension du piston du cylindre à vapeur.

rience que l'air, mis à la température de l'eau bouillante et pressé seulement par le poids de l'atmosphère, augmente son volume d'un tiers : mais cette conclusion ne présente aucun sens lorsqu'on ignore la température du volume primitif.

Il résulte des expériences de M. Duvernois, présentées dans les tables VII et VIII, que le volume d'une certaine quantité d'air à la glace étant 1, ce volume, à la température de l'eau bouillante, augmentera de  $\frac{1}{1,067}$ , ou deviendra  $= 1 + \frac{1}{1,067} = 1,9372$  au moins; car il parait qu'à cette température M. Duvernois a trouvé un résultat trop faible (voyez le premier vol. des Annales de Chymie). D'après cela, la température de l'air, qui, chargé du poids de l'atmosphère, augmente son volume de  $\frac{1}{3}$  en parvenant à la chaleur de l'eau bouillante, doit, dans la table VIII, répondre au nombre  $\frac{3}{4} \cdot 1,9372 - 10000 = 4529$ , répondant à  $52^\circ$  à-peu-près. Cette température primitive est beaucoup trop forte pour supposer qu'elle ait eu lieu dans les expériences de M. Amontons; ainsi sa conclusion est erronée, et le seroit encore en mettant  $\frac{2}{3} \cdot 1,9372$  au lieu de  $\frac{3}{4} \cdot 1,9372$ . La petitesse des appareils et quelques défauts de précaution ont rendu sa première expérience fautive. Nous en dirons autant d'une seconde dont nous supprimons les détails : mais il en décrit une troisième qui a un rapport plus immédiat avec sa machine, et dont le procédé est bon à connoître. J'ai fait, dit-il, construire un tube de fer-blanc ABCD, fig. (278), n°. 1, exactement clos de toutes parts, partagé en deux également par la séparation EF : la partie inférieure EBCF n'a de communication avec la partie supérieure A E F D que par le tube GH enfermé dans un plus gros IL, fermé en L, embouché et soudé en I à la partie supérieure AD. Cette partie AD est en outre traversée par un tuyau MN fixé en O et en N, dont une des extrémités M descend jusques proche du fond EF, et qui communique par son autre extrémité N à un baquet ou réservoir P : il y a de plus, vers A, un robinet pour donner de l'air à la partie supérieure. Ce robinet étant ouvert, on a versé de l'eau dans le petit baquet P; cette eau est descendue par le canal NM dans la partie supérieure du tube ABCD : lorsque cette partie a été toute pleine, on a fermé, et on a plongé pendant 6 secondes la partie inférieure de ce tube dans l'eau bouillante; et une partie considérable de l'eau contenue dans la partie A E F D, poussée par la force du ressort de l'air, est montée avec précipitation dans le baquet P; au bout de 6 secondes l'ayant retirée de l'eau bouillante, l'eau du baquet a commencé à redescendre; mais dans la durée de 30" elle n'étoit pas encore revenue à l'état où elle étoit auparavant. On a en-



dessous ; car, les soupapes *bb* et *b'b'* étant ouvertes, la vapeur peut affluer en même temps par les ouvertures *ee* et *e'e'*. L'espace *e'e'e'e'* n'a d'autre issue, outre celle par laquelle il communique avec le cylindre à vapeur, que celle qui est fermée par la soupape *dd* qui est abaissée. D'après cette disposition, la vapeur exerce une action égale sur les deux faces opposées du piston, qui se trouveroit en équilibre et immobile sans la pesanteur du contre-poids *P'* suspendu à l'autre extrémité du balancier, et des autres parties de l'attirail qui se trouvent du même côté.

---

suite mis cette partie inférieure dans l'eau froide pour achever de réduire l'air à son premier volume, après quoi on l'a derechef mise dans l'eau bouillante pendant six autres secondes, et l'eau est remontée, comme précédemment, dans le baquet *P* ; on l'a alors plongée dans l'eau froide, et l'air a repris son premier volume en 18 ou 20 secondes : ce qu'on a répété plusieurs fois ; et il est toujours arrivé à-peu-près la même chose, soit qu'on ait tenu pendant les 18 ou 20 secondes cette partie inférieure du tube dans l'eau froide, ou qu'après l'y avoir trempée on l'ait retirée à l'air.

Dans l'expérience qu'on vient de citer, les tubes *NM*, *GH*, n'avoient qu'un pied de hauteur ; mais dans la suite on les a allongés jusqu'à 8 pieds : ayant répété les mêmes expériences, elles ont encore produit le même effet, excepté que l'eau ne monta pas tout-à-fait en aussi grande quantité, ce qui devoit nécessairement arriver à cause de la plus grande hauteur ou charge d'eau qui opposoit une plus grande résistance à la pression résultante du ressort de l'air.

On mit, après cela, la partie *BC* sur des charbons ardents, ce qui fit monter l'eau dans le baquet *P* comme avoit fait l'eau bouillante ; mais elle n'y monta pas si promptement, parceque la chaleur ne s'appliquoit immédiatement qu'au fond *BC*, au lieu que, dans l'eau bouillante, elle s'appliquoit encore immédiatement aux quatre parois *BE*, *BF*, *FC*, *CE*, qui faisoient ensemble une superficie double de *BC*. On ne put pas bien remarquer le temps que l'eau employa de plus à monter dans le baquet *P*, parcequ'on étoit attentif à prendre garde que la soudure du tube ne se fondit, ce qui arriva enfin ; mais l'eau étoit pour lors dans le baquet pour le moins aussi haute qu'elle l'avoit été par l'effet de l'eau bouillante, et auroit monté plus haut sans cela.

Il suit de cette expérience qu'on peut, par la chaleur du feu appliquée immédiatement à la capacité qui renferme l'air, augmenter la force de son ressort beaucoup plus considérablement que par l'eau bouillante, pourvu que ce qui renferme l'air puisse résister à l'action du feu, et que l'effet en est d'autant plus prompt que l'action s'en fait dans une plus grande étendue.

M. Amontons entre ensuite dans le détail de quelques expériences qu'il a faites sur la force des hommes et des chevaux, afin d'avoir des objets de comparaison pour l'effet de sa machine, dont la fig. (772) représente le profil, et dont voici la description.



Ainsi, eu égard à ces masses prépondérantes, le piston, dans la position représentée par la figure, doit continuer à monter; on voit qu'il n'a pas un grand espace à parcourir pour être au point le plus haut de sa course: il s'agit d'examiner quel effet doit se produire à la fin de son ascension; et pour cela il est nécessaire que nous entrions dans quelques détails sur le mécanisme du régulateur.

1447. La soupape *b b* étant toujours ouverte, il y a sans cesse communication entre la partie supérieure du cylindre à vapeur et la chaudière, et ainsi la partie supérieure du piston est con-

Comment se produit la descente du piston du cylindre à vapeur.

A, B, C, D, E, F, etc., et 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., sont deux rangées circulaires et concentriques de cellules disposées autour d'un axe horizontal et mobile G, et exactement closes de toutes parts, à cela près, néanmoins, que les cellules A, B, C, D, E, F, etc., communiquant à chacune des cellules correspondantes 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., par le moyen des tubes HI, LM, MO, PQ, RS, TV, etc., et que les cellules 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., communiquant les unes aux autres par les soupapes 7, 8, 9, 10, 11, 12, etc., qui sont toutes posées et s'ouvrent toutes d'un même sens, en sorte qu'elles permettent l'entrée à l'eau de la première à la seconde cellule, puis de la seconde à la troisième, de la troisième à la quatrième, enfin de la dernière à la première, et qu'elles ne permettent pas son passage dans le sens contraire, les cellules A, B, C, D, E, F, etc., n'ont aucune communication entre elles.

Un réservoir RR, plein d'eau; est placé au-dessous de la machine, et les cellules A, B, C, D, etc., ne sauroient tourner autour de l'axe G sans être pendant une certaine partie de leur révolution entièrement submergées: enfin un fourneau AA, dont la bouche KK est disposée de manière que la flamme chauffe celle des cellules A, B, C, D, etc., qui, par le moyen des tubes HI, LM, MO, etc., communique avec celle des cellules 1, 2, 3, etc., qui se trouve au point le plus bas de sa course.

Cela bien conçu, supposons que, dans l'état représenté par la figure, les cellules 1, 2 et 3 soient remplies d'eau, que les autres 4, 5, 6, etc., ne contiennent point d'eau, et que, dans cet état, l'effort provenant de la pesanteur du fluide qui tend à faire tourner dans le sens FED fasse équilibre à la résistance qu'on veut vaincre, y compris les frottements et les autres obstacles à ranger dans la même classe; si alors on allume le feu en AA, l'air contenu dans la cellule A s'échauffera, et fera effort pour s'introduire dans le tube HI, de l'extrémité duquel il reviendra presser l'eau contenue dans la cellule 1; cette eau, ainsi pressée et ne pouvant s'échapper par la soupape 18, sera refoulée par la soupape 7 dans l'espace 2, et, de suite, le fluide contenu dans les espaces 1, 2, 3, sera refoulé dans le sens où les soupapes livrent le passage, et passera dans les espaces supérieurs. Cette ascension de l'eau ne pourra avoir lieu sans que l'équilibre soit rompu par l'augmentation de la somme des mouvements, qui aura lieu dans le poids moteur, et l'eau, ainsi élevée, fera par son poids, tourner la roue: pendant ce temps la cellule A, dont l'air

M ij



tinuellement pressée par la vapeur. D'après cela, pour que le piston puisse redescendre, il faut que la vapeur qui est à la partie inférieure n'ait plus de communication avec la chaudière et en ait avec le condenseur. Observons que la soupape  $b'b'$ , qui ferme la partie inférieure de l'espace  $pp$ , est destinée à intercepter le passage de la vapeur à la partie inférieure du cylindre; ensuite l'espace  $e'e'e'e'$  communique avec l'espace  $cccc$  par une ouverture que ferme la soupape  $dd$ , et c'est dans cet espace  $cccc$  que se fait la condensation: pour cet effet le tuyau recourbé

intérieur est échauffé, sera submergée dans le réservoir  $RR$ , et éprouvera un refroidissement qui rendra à cet air intérieur sa première température, ou au moins le mettra à un point tel qu'il puisse achever de se refroidir avant que la cellule  $A$  revienne en  $KK$ ; de plus la flamme  $BB$ , échauffant sans cesse les parois extérieures des cellules qui se présentent en  $KK$ , refoule sans cesse l'eau comme elle avoit fait aux cellules 1, 2, 3, et continue ainsi à faire tourner la roue; les cellules  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , etc., échauffées, allant successivement se refroidir dans le réservoir  $RR$ .

La machine de M. Amontons, telle que nous venons de la décrire, auroit certainement de très grands inconvénients dans l'exécution; mais on ne peut s'empêcher de convenir qu'elle est extrêmement ingénieuse, et qu'elle peut fournir d'excellentes idées aux artistes qui réunissent la théorie à l'habitude de pratiquer. L'auteur donne 12 pieds de diamètre au tambour des cellules 1, 2, 3, 4, etc., sur une pareille longueur de 12 pieds, prise perpendiculairement au plan de la figure, et 2 pieds de profondeur comptés du côté du centre de la roue: ces cellules renferment 754,3 pieds cubes d'eau, dont le quart est 188,6, qui, multipliés par 70 livres, poids d'un pied cube d'eau, donnent 13202 livres. M. Amontons pense qu'avec cette masse on mettra en mouvement une résistance équivalente à 9429 livres, appliquée tangentielllement à la circonférence qui passe par le milieu des cellules 1, 2, 3, etc., la roue pouvant faire une révolution en 36 secondes. Cet effet équivaleroit, selon lui, au travail ordinaire de 39 chevaux ou de 234 hommes.

En indiquant, art. (1336), la machine de M. Amontons, nous avons parlé d'une autre machine proposée par M. Dalesme: voici ce qu'en dit l'Histoire de l'académie pour l'année 1705: « M. Dalesme a proposé à la compagnie quelques vues, que l'on a cru qui pourroient être utiles et qui mériteroient que l'on fit les frais des expériences en grand. Il a imaginé qu'on pourroit employer, pour une force mouvante, le ressort de la vapeur qui s'élève de l'eau chaude: il a fait voir par une machine où ce ressort seul faisoit jaillir de l'eau à une très grande hauteur, combien il a de puissance. »

Il est à regretter que l'on n'ait pas de plus grands détails sur le moyen de M. Dalesme: peut-être son modèle existe-t-il dans la collection des machines de l'académie; mais on ne pourra le savoir que lorsque cette collection aura été mise en ordre.



$c'c'c'$ , plongé dans la bache BB, a une de ses extrémités enfoncée dans le condenseur, et l'autre, garnie d'une soupape  $\sigma\sigma$ , continuellement submergée dans l'eau de la bache, le tout d'une manière analogue à ce que nous avons dit précédemment pour les machines à double effet.

Cela posé, lorsque le piston, pressé également entre deux vapeurs, est parvenu au point le plus haut de sa course, il faut, pour opérer sa descente, que la soupape  $b'b'$  se ferme, ce qui interrompt la communication entre la chaudière et la partie inférieure du cylindre à vapeur, et que les soupapes  $dd$  et  $\sigma\sigma$  s'ouvrent, ce qui fait affluer la vapeur inférieure dans le condenseur  $cccc$ , et y produit un jet d'eau fraîche par le tuyau  $c'c'c'c'$  qui condense aussitôt la vapeur. Le vuide étant ainsi produit au-dessous du piston P, l'action de la vapeur supérieure le fait redescendre.

Il s'agit donc de savoir comment, lorsque le piston est parvenu au point le plus haut de sa course, la soupape  $b'b'$  se ferme et les soupapes  $dd$  et  $\sigma\sigma$  s'ouvrent.

1448. La soupape  $b'b'$  est haussée et baissée par un levier  $b^2k$  tournant avec l'axe  $k$  auquel il est fixé; un levier  $p^5kk$  est également fixé à l'extrémité extérieure de l'axe  $k$ ; le poids  $P^5$ , qui tend à s'abaisser, tend par conséquent aussi à faire fermer la soupape  $b'b'$ ; mais il est, dans la disposition que représente la figure, tenu élevé par l'action d'un levier courbe  $f^1g^4$ , fixé à l'axe  $f^1$ , tournant avec lui, et pressant de haut en bas la branche  $kk'$  du levier  $p^5kk'$ . Cette pression est capable de l'emporter sur le poids  $P^5$ , au moyen de l'action du poids  $P^1$  suspendu à un cliquet  $f^1g^2$  qui est fixé à l'axe  $f^1$  et tourne avec lui.

Jeu détaillé  
de chaque  
pièce du régu-  
lateur.

L'axe  $f^1$  porte encore un levier  $f^1g^5$  au-dessous duquel on voit une cheville  $\gamma$  fixée à la poutrelle  $\pi$ : nous en verrons bientôt l'usage.

La soupape  $dd$  est haussée et baissée par un levier  $k^2k^5$ , agissant en  $b^5$  sur la queue de cette soupape. Elle est fermée dans la figure, et l'extrémité du levier  $k^2k^5$  repose sur un levier courbe  $f^2g^9$  attaché à l'axe  $f^2$ . Le mouvement de cet axe  $f^2$  est déterminé par le levier  $g^9f^2g^6$  qui fait corps avec lui, dont la branche  $f^2g^9$  est pressée, lors de l'abaissement du piston du cylindre à vapeur, par le tasseau  $\pi^1\pi^1$ , et dont la branche  $f^2g^6$  forme encliquetage avec la pièce  $f^5g^7$ : nous allons bientôt y revenir.

Enfin la soupape  $\sigma\sigma$  tient à une tringle verticale, qui elle-même est attachée à l'extrémité d'une bascule  $\gamma\gamma$  tournant autour de l'axe  $k^6$ . Le mouvement de cette bascule est produit par



le levier  $f^5g$  fixé à l'extrémité d'un axe horizontal  $f^5f^5f^5$ . Cet axe horizontal porte deux pieces  $f^5k^4$  et  $f^5k^5$  dont nous verrons l'usage; il porte, en outre, un contre-poids  $f^5P^3$ ; c'est ce contre-poids qui, en tombant, fait lever la bascule  $yy$  en amenant le levier  $f^5g$  sur la branche de cette bascule opposée à la tringle de la soupape.

Dans la situation que représente la figure, le poids  $P^3$  est élevé ainsi que le levier  $f^5g$ , et la soupape  $\sigma\sigma$  est fermée; le poids  $P^3$  est retenu dans cette situation, parceque la tige à l'extrémité de laquelle il est placé forme encliquetage avec un levier  $qf^4g^{11}$ , tournant autour de l'axe  $f^4$ . Pour bien concevoir cet encliquetage, il faut observer que le poids  $P^3$  tourne dans un plan perpendiculaire à celui de la figure 279, et que le levier  $qf^4g^{11}$  tourne dans un plan parallèle à celui de la même figure. Un contre-poids  $P^4$ , placé à l'extrémité d'une verge inclinée, tend, comme on voit, à faire tourner le levier  $qf^4g^{11}$ , et presse l'encliquetage parallèlement au plan de la fig. (279), tandis que la pesanteur de  $P^3$  produit une pression dans un plan perpendiculaire à celui de cette figure.

La barre  $qq^2$  est destinée à dégager l'encliquetage dont nous venons de parler: cette barre est liée, en  $q$ , au levier  $qf^4g^{11}$ , au moyen d'un axe faisant l'effet d'une charnière; elle est supportée, du côté de  $q^2$ , par un collier  $Q$ , dans lequel elle peut glisser librement; enfin elle porte en  $a$  une partie saillante qui s'ajuste sur la face de la poutrelle  $\Pi$  qui porte le tasseau  $\pi^3$ . On voit par cette description que la barre  $q^2q$  est susceptible d'un petit mouvement horizontal, lequel ne peut avoir lieu sans que le levier  $qf^4g^{11}$  ne tourne en même temps, et que par conséquent l'encliquetage ne s'engage ou ne se désengage. Le mouvement pour désengager est produit par l'action du tasseau  $\pi^3\pi^5$  sur la piece saillante  $a$ ; ce tasseau, terminé en forme de coin à sa partie supérieure, écarte, lors de l'ascension de la poutrelle  $\pi$ , la piece  $a$ , et lui donne, ainsi qu'à la barre et à tout l'attirail qui y est attaché, au-dessous de  $f^4$ , un mouvement de droite à gauche, tandis que la branche  $f^4g^{11}$  se meut de gauche à droite, se désengage, et laisse tomber le poids  $P^3$ .

La piece  $g^{10}f^3g^7$ , qui tourne avec l'axe  $f^3$  et qui forme encliquetage avec la piece  $g^9f^2g^6$ , est désengagée par la piece  $f^5k^5$ , qui, lors de la chute de  $P^3$ , vient frapper de bas en haut l'extrémité inférieure de la branche  $f^3g^8$ .

Enfin la piece  $gf'g'$ , qui tourne avec l'axe  $f$ , est destinée à faire encliquetage avec la piece  $f'g^2$ : cet encliquetage se désengage.



au moyen du tasseau  $\pi^2 \pi^2$ , qui, taillé en coin à sa partie inférieure, écarte, lors de la descente de la poutrelle  $\pi \pi$ , la branche  $f g^1$ , et fait faire un petit mouvement à l'axe  $f$  et à la branche ou rochet  $f g$ .

La poutrelle  $\pi \pi$ , qui donne le mouvement au régulateur, est suspendue au balancier par une chaîne comme les poutrelles dont on a parlé aux art. (1338, 1341 et 1444). Pour maintenir le mouvement vertical de cette poutrelle, on y a adapté deux traverses horizontales  $xx$ ,  $xx$ , dont les extrémités coulent dans les rainures verticales  $x'x'$ ,  $x'x'$ , pratiquées à des poutres  $XX$ ,  $XX$ , immobiles et solidement établies.

Après avoir vu le jeu détaillé de chaque pièce revenons à l'ensemble du mouvement. (*Voyez les renvois des différentes figures.*)

Le piston P du cylindre, se trouvant, comme on l'a dit, entre deux vapeurs et montant par l'effet des contre-poids, a, dans l'état représenté par la fig. (279), encore un espace à parcourir pour arriver au point le plus haut de sa course. Mais le coin qui termine le tasseau  $\pi^3 \pi^3$  est prêt à s'engager entre la partie saillante  $a$  de la barre  $q^2 q$  et la poutrelle  $\Pi \Pi$ , à laquelle ce tasseau  $\pi^3 \pi^3$  est attaché : ainsi la poutrelle  $\Pi \Pi$  continuant de monter, la barre  $q^2 q$  marchera de droite à gauche, fera tourner le levier  $q f^4 g^{11}$ , dégager l'encliquetage qui tient le levier  $f^5 P^5$  élevé, et tomber le poids  $P^5$ . Ce poids en tombant produira deux effets ; l'un, de faire appuyer le levier  $f^5 g$  sur la bascule  $y y$ , et de faire, par conséquent, lever la soupape  $\sigma \sigma$  du tuyau d'injection ; l'autre, de faire choquer, de bas en haut, l'extrémité inférieure de la branche  $f^3 g^{10}$  par la pièce  $f^5 k^5$ , au moyen de quoi l'encliquetage  $f^3 g^7$ ,  $f^2 g^6$ , se dégagera : la pièce  $f^2 g^6$ , étant devenue ainsi libre, cédera à l'action du poids  $P^2$ , qui lui fera faire une partie de révolution ainsi qu'à toutes les pièces attachées à l'axe  $f^2$ . Cet effet ne pourra avoir lieu sans que le levier  $f^2 g^9$  ne souleve l'extrémité du levier  $k^2 k^5$ , et de suite la soupape  $d d$ , dont la queue tient, en  $b^5$ , à ce levier : ainsi la chute du poids  $P^5$  fera lever les deux soupapes  $\sigma \sigma$  et  $d d$  ; au moyen de quoi, d'un côté, l'injection se fera par le tuyau  $c' c' c' c'$ , et de l'autre la vapeur à condenser affluera dans le condenseur  $c c c c$  par l'ouverture à laquelle la soupape  $d d$  est adaptée.

Ensemble du mouvement du régulateur, et du piston du cylindre à vapeur.

Mais dans le même temps la cheville  $\gamma$  presse, de bas en haut, la branche  $f^1 g^5$  qu'elle fait remonter avec tout l'attirail attaché à l'axe  $f^1$ , jusqu'à ce que la pièce  $f^1 g^2$  vienne s'engager et former encliquetage avec la pièce  $f g$  qui est au-dessus. Or nous avons vu que la soupape  $b' b'$  étoit ouverte, parceque la branche



$kk'$  étoit tenue abaissée par la branche  $f^1 g^4$  et l'action du poids  $P^1$  ; mais la branche  $f^1 g^4$  étant élevée, le poids  $P^5$  s'abaisse et fait fermer la soupape  $b'b'$ .

La soupape  $b'b'$  étant fermée et les soupapes  $dd$  et  $\sigma\sigma$  ouvertes, la condensation se fait dans la partie inférieure du cylindre à vapeur, et le vuide s'y établit. Cependant la vapeur continue à presser la partie supérieure du piston  $P$ , qui a toujours communication avec la chaudière par l'espace  $ee$  : cette pression, n'étant plus contre-balancée par aucun effort inférieur, l'emporte sur les contre-poids opposés, et force le piston  $P$  à redescendre en faisant remonter tout l'équipage qui est à l'autre extrémité du balancier.

Examinons maintenant ce qui se passe lors de la descente du piston du cylindre à vapeur et par conséquent de la poutrelle  $\Pi\Pi$ .

La chute du poids  $P^5$  a fait élever les pièces  $f^5 k^5$ ,  $f^5 k^4$ , puisque toutes ces pièces tiennent au même axe  $f^5 f^5 f^5$  : d'après cela, lorsque la poutrelle  $\Pi\Pi$  redescend, le tasseau  $\pi\pi$  vient rencontrer la pièce  $f^5 k^4$ , la force de s'abaisser en faisant tourner l'axe  $f^5 f^5 f^5$ , et fait remonter le poids  $P^5$  ; d'un autre côté le tasseau ou coin  $\pi^5 \pi^3$  se dégageant de l'arrêt  $a$ , le poids  $P^4$  fait revenir la barre  $q^2 q$  dans la position que représente la figure, au moyen de quoi et de l'élévation du poids  $P^5$ , l'encliquetage  $f^4 g^{11}$ ,  $f^5 P^5$ , se rengage, et la pièce  $f^5 g$  ne pressant plus sur la bascule  $yy$ , la soupape d'injection  $\sigma\sigma$  se referme par son propre poids : mais en même temps le tasseau  $\pi' \pi'$  presse sur la branche  $f^2 g^9$ , la fait baisser, et fait rengager l'encliquetage  $f^2 g^6$ ,  $f^3 g^7$  ; alors la branche  $f^2 g^9$  ne souleve plus la branche  $k^2 k^5$ , et la soupape  $dd$  se referme ; enfin le tasseau  $\pi^2 \pi^2$ , dont l'extrémité inférieure a la forme d'un coin, vient séparer la branche  $fg'$  de la poutrelle, écarte  $fg'$ , et fait désengager l'encliquetage  $fg$ ,  $f'g^2$ , que l'ascension de la cheville  $\gamma$  avoit fait précédemment engager ; alors le poids  $P^1$  fait presser la branche  $f^1 g^4$  sur la branche  $kk'$ , et fait lever la soupape  $b'b'$ .

Tout revient donc à l'état représenté par la figure 279, qui est celui dans lequel nous avons d'abord pris les choses. La communication de la partie inférieure du cylindre à vapeur avec le condenseur et la soupape d'injection étant fermée d'une part, la communication de cette même partie du cylindre à vapeur avec la chaudière étant ouverte de l'autre, la vapeur afflue au-dessus et au-dessous du piston  $P$ , qui se trouve alors en équilibre par rapport à l'action de cette vapeur, et n'est plus mû que par les  
contre-poids



contre-poids, qui le font remonter et font redescendre les équipages placés à l'autre extrémité du balancier.

La montée du piston P et de la poutrelle  $\Pi\Pi$  fait refermer la soupape  $bb$ , rouvrir les soupapes  $dd$  et  $\sigma\sigma$ , le tout de la manière que nous avons décrite ci-devant; les effets correspondants se reproduisent, et ainsi de suite.

1449. On voit, dans la bache BB, la pompe à air dont nous avons parlé pour la première fois art. (1341), et dont l'usage et la construction sont absolument semblables à celle décrite art. (1386 et 1412). Elle est accompagnée de sa soupape de reprise qui reporte dans la chaudière l'eau nécessaire pour fournir aux pertes de l'évaporation, et le superflu est jeté en dehors. Il est inutile, d'après ce que nous avons dit aux articles cités, d'entrer dans aucun détail sur cette pompe.

Pompe à air.

1450. Le lecteur distinguera aisément le *reniflar* qu'on voit, dans la figure 279, traverser la bache BB derrière la pompe à air et dont l'ouverture extérieure est hors de la bache BB: nous n'avons encore à cet égard rien à ajouter à ce que nous avons dit art. (1396).

Reniflar.

1451. On voit, à l'extrémité du balancier opposée à celle qui soutient la tige du piston du cylindre à vapeur, une chaîne tangente qui supporte le contre-poids P' et la tige  $zz$  du piston  $z'$  de la pompe ZZ. Cette pompe est celle qui produit l'effet utile de la machine; elle prend l'eau dans un puisard inférieur qui a communication avec la rivière de Seine.

Pompe employée à produire l'effet utile de la machine.

Le piston  $z'$  est garni de quatre soupapes; elles sont ouvertes parce que le piston descend, et que l'eau, qui, dans l'ascension précédente, a été aspirée au-dessus de  $z''z''$ , passe maintenant au-dessus de  $z'$ . L'ouverture de ces soupapes est réglée par les extrémités de deux secteurs placés l'un au-dessus de l'autre et contre lesquels on voit que les soupapes sont appuyées.

Il y a également quatre soupapes dormantes en  $z''z''$  qui sont fermées par la raison qu'on vient de donner; les ouvertures de ces soupapes sont, comme celles des précédentes, réglées par les extrémités de deux secteurs qui paroissent dans la figure.

Seconde machine semblable à celle qu'on vient de décrire et construite dans le même emplacement.

1452. MM. Périer ont fait construire dans le même emplacement deux machines pareilles à celles que nous venons de décrire, afin que, lorsqu'on fait quelques réparations à l'une, l'autre puisse continuer le travail. La figure 280 représente la seconde de ces machines: mais il auroit été inutile de la dessiner, si la même figure ne représentait pas en même temps plusieurs détails qui ne sont pas dans la figure précédente, qu'il est im-



portant de connoître et sur lesquels nous aurons à revenir dans la suite. On voit d'abord une coupe de la chaudiere avec son regard et sa soupape de sureté, l'ouverture profilée sur la droite, par laquelle on jette la matiere combustible, les canaux au moyen desquels la flamme et la fumée serpentent autour de la chaudiere, enfin la communication du fourneau avec la cheminée qui est sur la gauche: pour peu que le lecteur soit accoutumé aux descriptions précédentes, il n'aura pas besoin de plus grandes indications.

Récipient  
d'air pour don-  
ner de la con-  
tinuité à l'é-  
coulement de  
l'eau dans le  
réservoir; ob-  
servations sur  
ce moyen.

1453. L'eau, élevée par celle des machines qui est en jeu, se rend dans un récipient RR qui communique avec l'une et l'autre pompe adaptée à ces machines. De là elle se rend dans un espace S par quatre ouvertures, auxquelles sont adaptées autant de soupapes profilées et représentées ouvertes dans la figure, d'où elle coule immédiatement dans le tuyau de conduite TTT, et enfin dans les réservoirs placés au haut de Chaillot.

L'objet du récipient RR est de donner de la continuité à l'écoulement de l'eau dans les réservoirs: cet effet est dû à ce que, pendant l'ascension du piston de la pompe qui est en mouvement, il entre plus d'eau dans le récipient RR qu'il n'en sort par les soupapes en S; l'excédent s'élève donc dans le récipient RR dont la partie supérieure est remplie d'air atmosphérique qui ne peut s'échapper; l'espace qu'occupoit l'air étant ainsi resserré, son ressort augmente dans la proportion de la diminution de son volume, et lorsque le piston de la pompe redescend, cet air développe son ressort en pressant sur l'eau inférieure; il remplace l'action qu'exerçoit le piston lors de son ascension, et l'eau continue à monter dans les réservoirs. On voit au bas de la pompe ZZ un petit tuyau w avec son robinet qui en diminue à volonté l'ouverture. Ce tuyau sert à introduire un petit filet d'air, qui à chaque aspiration pénètre dans le corps de pompe et se rend ensuite au haut du récipient: on peut fermer entièrement le robinet lorsqu'on juge que le récipient contient assez d'air pour refouler l'eau; les tuyaux e et e', armés de robinets, servent à cet égard d'éprouvette pour connoître que la séparation respective des volumes de l'eau et de l'air se trouve entre certaines limites. Nous reviendrons dans la suite sur cet objet avec plus de détails.

Il faut observer que si on obtient sensiblement la continuité de l'écoulement par le moyen du récipient RR, il n'en est pas de même de l'uniformité; le piston de la pompe étant supposé se mouvoir uniformément, la vitesse de l'écoulement est accélérée



rée pendant son ascension et retardée pendant sa descente : cet effet est aisé à concevoir en faisant attention que le ressort de l'air contenu dans le récipient augmente graduellement dans le premier cas et diminue dans le second. On remarque même, lorsque le piston est parvenu au point le plus bas de sa course, une espece d'interruption qui dure quelques secondes.

1454. Nous allons maintenant décrire une autre machine à feu de la même espece que la précédente, mais d'une construction différente, établie au Gros-Caillou. Nous omettrons plusieurs détails qui seroient inutiles après ce que nous avons dit de celle de Chaillot, et nous nous attacherons seulement aux parties qui constituent les différences essentielles entre les deux machines.

Machine à feu du Gros-Caillou ; dispositions générales.

Le cylindre AA (fig. 284, 285 et 286), est établi sur le massif BB; il communique avec le cylindre *pp* par deux boîtes ou ouvertures *e* et *e* de la maniere décrite art. ( 1445 ) qui se rapporte à la figure 279. Nous n'entrerons ici dans aucun détail sur ce sujet, vu que nous n'aurions rien à dire de particulier d'après ce qui a été dit à l'article cité.

Nous nous dispenserons également de parler de la communication de la chaudiere avec l'espace renfermé par la boîte *q*. La vapeur y afflue par le tuyau *oo*, qui communique à la chaudiere, et pénètre, de là, dans le cylindre de la même maniere qu'à la fig. 279.

Ainsi la vapeur remplit sans cesse la boîte *q*, le cylindre *pp* et la partie du cylindre AA qui est au-dessus du piston; car on a vu que la communication de la chaudiere à ces différents espaces n'est jamais interceptée; on peut seulement en augmenter ou diminuer le passage en tournant le levier *cc*, qui produit un effet analogue à celui du levier *b''b''* fig. ( 279 ), au moyen duquel on peut ouvrir plus ou moins la soupape *b'b'*.

Considérons donc l'espace *q*, l'espace *pp* et la partie supérieure du cylindre à vapeur comme continuellement remplis d'une vapeur qui se renouvelle sans cesse par une cause quelconque. La chaudiere n'a pas été représentée dans la figure, parcequ'après toutes les descriptions précédentes, le lecteur peut fort aisément se représenter et sa position et sa correspondance avec la chaudiere.

Comment le mouvement, une fois imprimé, se continue spontanément.

1455. Cela posé, il s'agit d'expliquer comment, le mouvement de la machine une fois imprimé et la cause productrice de la vapeur continuant d'agir, le mouvement se continue spontanément.

On saura d'abord qu'ici, comme à la machine ( fig. 279 ), le jeu du balancier est produit par l'action alternative de la va-



peur qui fait descendre le piston dans le cylindre à vapeur, et des contre-poids suspendus à l'extrémité opposée du balancier qui le font remonter. Ainsi supposant, comme dans le cas représenté par la figure, que le piston du cylindre à vapeur est au point le plus haut de sa course, le vuide se fait à la partie inférieure du cylindre, et la vapeur qui agit continuellement à la partie supérieure fait redescendre le piston et remonter les équipages qui sont de l'autre côté du balancier; lorsque le piston a atteint le point le plus haut de sa course, la communication de la vapeur dans la partie inférieure du cylindre se rétablit, le piston se trouve alors également pressé par la vapeur inférieure et par la supérieure, et les contre-poids placés à l'extrémité du balancier le font remonter.

L'explication que nous avons donnée se réduit donc à faire voir par quel mécanisme la vapeur est alternativement introduite et condensée dans la partie inférieure du cylindre. Ce n'est que dans ce point et aux dimensions près que la machine du Gros-Caillou diffère principalement de celle de Chaillot.

1456. Une des principales pièces du *régulateur* qui produit l'effet dont nous venons de parler est la poutrelle PP, suspendue par une chaîne tangente à un secteur fixé au balancier, comme la poutrelle de la machine (fig. 279). Les figures 288 et 289 offrent deux faces de la partie inférieure de cette poutrelle dessinées sur une plus grande échelle que les autres figures. Il faut remarquer, sur une de ces faces, les pièces *tt*, *t't'*, se terminant toutes deux en forme de coin, la première à sa partie inférieure et la seconde à sa partie supérieure; l'autre face est garnie d'une plaque de métal dans laquelle sont les trous carrés *d*, *d*, *d*, etc. qui pénètrent le bois dans une partie de son épaisseur; ces trous font l'effet d'une crémaillère qui fait tourner la roue de métal *rr*, comme nous allons le voir.

Cette roue, qui tourne librement sur l'axe *hh*, lequel tourne lui-même dans des colliers de métal attachés aux montants du bâti de charpente *TT*; cette roue, disons-nous, est garnie dans toute sa circonférence de dents espacées pour s'engrener dans les ouvertures *d*, *d*, etc.; au moyen de cet engrenage, lorsque la poutrelle monte, la roue *rr* tourne dans un sens, et elle tourne ensuite dans le sens contraire lorsque la poutrelle descend.

Une petite pièce de fer *n* (fig. 293) est fixée à un des côtés de la roue *rr*, sur le plan duquel elle forme saillie; lorsque la roue *rr* a fait une portion de révolution, la pièce *n* atteint et choque le levier *hx*, qu'on voit séparément (fig. 294), et à côté de la roue *rr*, dans le plan (fig. 284). Ce levier est fixé à l'axe



$hh$  et ne peut tourner sans lui ; ainsi, lorsqu'il est rencontré par la piece  $n$ , toutes les pieces fixées à l'axe  $hh$  et cet axe lui-même prennent un mouvement de rotation. Faisons la revue de ces pieces.

La premiere est un contre-poids  $h\Pi$  dont la lentille  $\pi$  est soutenue par une courroie attachée à un point supérieur ; on lui oppose quelquefois un second contre-poids  $h\pi$ , dont la lentille  $\pi$  peut couler le long de la verge coudée à laquelle elle est suspendue, afin de modérer plus ou moins l'effet de la chute de la lentille  $\Pi$ .

La seconde est un levier courbe  $hg^2$ , qui sert à faire lever un levier  $k'k^2$  ; ce dernier fait ouvrir et fermer la soupape  $q''$  qu'on voit dans le profil fig. (292).

La troisieme est encore un levier courbe  $hg'$ , qui fait baisser un autre levier  $kk^3$ , et ce dernier fait ouvrir et fermer la soupape  $q'$ .

Enfin la quatrieme est le levier  $hx$  dont nous avons parlé précédemment, placé à côté de la roue  $rr$ , laquelle, ainsi que nous l'avons dit, n'est point fixée à l'axe  $hh$ , mais tourne librement sur cet axe.

Le lecteur qui a parcouru la description de la machine précédente doit très bien connoître la destination des soupapes  $q'$ ,  $q''$  et  $\sigma\sigma$  ; il sait que la soupape  $q'$  est destinée à établir ou à intercepter la communication entre la vapeur affluant de la chaudiere et la partie inférieure du cylindre, que la soupape  $q''$  produit le même effet à l'égard du condenseur, et que la soupape  $\sigma\sigma$  ouvre ou ferme l'entrée du condenseur à l'eau d'injection : nous sommes dispensés à présent d'entrer sur tous ces objets dans des détails qui, après les descriptions précédentes, sont familiers au lecteur.

D'après cela, lorsque la soupape  $q'$  est fermée et que les soupapes  $q''$  et  $\sigma\sigma$  sont ouvertes, la condensation se fait à la partie inférieure du cylindre, le vuide s'y établit, le piston descend ou est au moment de descendre. Lorsqu'au contraire la soupape  $q'$  est ouverte et les soupapes  $q''$  et  $\sigma\sigma$  sont fermées, la condensation n'a plus lieu, la vapeur s'introduit librement à la partie inférieure du cylindre, et le piston, également pressé des deux côtés par la vapeur, remonte par le moyen des contre-poids, ainsi qu'on l'a dit précédemment.

Le premier cas est celui de la figure ; et il s'agit de voir comment, lorsque le piston sera descendu, le second cas arrivera, c'est-à-dire comment la soupape  $q'$  s'ouvrira, les soupapes  $q''$  et  $\sigma\sigma$  se fermant.

Lorsque, comme dans le cas de la figure, le piston est au haut



de sa course, la pièce  $n$  de la roue  $rr$  est (fig. 285) à gauche de l'axe  $h$  ou entre cet axe et le cylindre, et le levier  $hx$ , que cette pièce doit remonter, est à droite. Le piston du cylindre à vapeur descendant, la poutrelle  $PP$  du cylindre à vapeur descend en même temps, et fait, par l'engrenage à crémaillère décrit ci-dessus, tourner la roue  $rr$ : l'axe  $hh$  ne se meut point encore, car on a vu que la roue  $rr$  tourne librement sur lui; mais lorsque, la poutrelle  $PP$  continuant à descendre, cette roue a fait à peu-près une demi-révolution, la pièce  $n$  rencontre par dessous le levier  $hx$  qu'elle entraîne dans son mouvement avec le poids  $\Pi$  et les leviers  $hg^2$  et  $hg^1$ ; le poids  $\Pi$  s'élevant atteint la verticale, et, la dépassant ensuite, retombe de lui-même du côté opposé à celui où la figure le représente; à cette époque le piston est parvenu vers le point le plus bas de sa course.

Pendant l'ascension du poids  $\Pi$ , le levier  $hg^2$ , qui descend, permet au levier  $k'k''$  de s'abaisser, et la soupape  $q''$  s'abaisse pareillement (on peut voir dans le profil, fig. 292, la correspondance entre les mouvements des leviers  $kk^3$ ,  $k^1k^2$  et, des soupapes  $q'$  et  $q''$ ); lorsqu'ensuite le poids  $\Pi$  a dépassé la verticale, la soupape  $q''$  est tout-à-fait fermée, et le levier  $hg^1$  pressant sur le levier  $kk^3$ , le force de s'abaisser, au moyen de quoi la soupape  $q'$  s'ouvre.

On voit donc comment, lorsque la soupape  $q''$  se ferme, celle  $q'$  s'ouvre, et réciproquement. Il reste à expliquer comment les soupapes  $q''$  et  $\sigma\sigma$  s'ouvrent et se ferment en même temps.

La soupape  $\sigma\sigma$  tient à une verge  $\delta\delta$  (fig. 285) qui s'élève et s'abaisse alternativement; par conséquent, pour concevoir le mouvement de la soupape, il suffit de concevoir celui de la verge à laquelle elle est attachée. Cette verge paroît, dans la figure 285, suspendue à un axe  $zz$ , qui fait partie d'un mécanisme qu'on voit plus en grand dans la figure 288 qui en représente l'élévation en face; la figure 289 en représente l'élévation latérale; et la figure 287 en représente le plan: c'est à ces dernières figures qu'il faut rapporter ce que nous allons dire.

L'axe  $zz$  se meut dans des colliers pratiqués aux deux supports  $H'H'$ ; à cet axe sont fixées les pièces suivantes; savoir, 1°. un levier  $\gamma^v\gamma^w$ , portant à une de ses extrémités un poids  $\Pi^5$ , et à l'autre la verge  $\delta\delta$ , à laquelle est suspendue la soupape  $\sigma\sigma$ . On voit que le haut de cette verge, qui est en forme de fourche, embrasse l'extrémité du levier  $\gamma^v\gamma^w$ , à laquelle il reste suspendu au moyen d'une goupille; 2°. un levier coudé  $wzU'$ , qu'on voit dessiné à part (fig. 290): à la branche  $U'$  est attachée une verge quarrée  $\gamma''\gamma''$ , qui traverse librement un trou  $\gamma'\gamma'$  pratiqué à un



montant immobile HH. La liaison de U' à la verge  $\gamma''\gamma''$  se fait en plaçant leurs têtes ou extrémités l'une à côté de l'autre et les traversant par un axe ou goupille, au moyen de quoi ces deux extrémités communes forment charnière ou articulation.

La verge  $\gamma''\gamma''$  a, comme on voit (fig. 289) une de ses extrémités appuyée contre le corps de la poutrelle PP : mais on conçoit aisément, d'après ce qu'on vient de dire, que si un effort quelconque poussoit horizontalement cette verge de droite à gauche, de manière à l'éloigner de la poutrelle, l'axe  $zz$  et tout le système qui lui est attaché tourneroit à cause de l'articulation qui lie  $\gamma''\gamma''$  à U' ; ainsi l'extrémité  $w$  de  $zw$  s'abaisseroit, la verge  $\delta\delta$  attachée à l'extrémité de  $\gamma''\gamma''$  s'abaisseroit aussi en faisant fermer la soupape  $\sigma\sigma$ , et le poids  $\pi^3$  s'élèveroit. Or cet effort qui fait mouvoir  $\gamma''\gamma''$  est produit par le tasseau  $tt$  lors de la descente de la poutrelle PP ; la partie taillée au coin de ce tasseau s'introduit entre l'extrémité de  $\gamma''\gamma''$  et le corps de la poutrelle, fait couler cette verge dans l'ouverture  $\gamma'\gamma'$ , produit le mouvement de l'axe et de toutes les pièces qui y sont attachées, et fait par conséquent fermer la soupape  $\sigma\sigma$ .

Nous avons vu précédemment que la poutrelle en descendant faisoit fermer la soupape  $q''$  (fig. 292 et 285), et on conçoit à présent comment cette descente produit le même effet sur la soupape  $\sigma\sigma$ .

Mais il ne suffit pas que le tasseau  $tt$  fasse fermer la soupape  $\sigma\sigma$  ; il faut encore que, lors de l'ascension de la poutrelle PP, et quand le tasseau  $tt$  n'est plus interposé entre cette poutrelle et l'extrémité de la verge  $\gamma''\gamma''$  après s'en être dégagé en montant ; il faut, disons-nous, que la soupape  $\sigma\sigma$  reste encore fermée un certain temps, c'est-à-dire que tout l'équipage attaché à l'axe  $zz$  conserve la situation où l'a mis l'interposition de  $tt$ , entre le corps de la poutrelle PP et l'extrémité de la verge  $\gamma''\gamma''$ . Cette condition exige des moyens particuliers ; car on conçoit que si l'équipage attaché à l'axe  $zz$  étoit abandonné à lui-même, la pesanteur du contre-poids  $\pi^3$  le feroit redescendre à sa première place, feroit remonter tout ce qui est de l'autre côté de l'axe  $zz$ , et par conséquent ouvrir la soupape  $\sigma\sigma$ .

On remplit la condition dont nous parlons avec les deux pièces UU et  $\gamma'''\gamma'''$ , la pièce UU tourne autour d'un axe  $x'x'$  et est terminée à sa partie inférieure par un contre-poids  $\pi^2$  ; la courbure de la branche  $U\pi^2$  est telle que le contre-poids  $\pi^2$  se trouve du côté de la poutrelle PP par rapport à l'axe  $x'$ , et



tend par conséquent à faire rapprocher de cette poutrelle l'extrémité supérieure de  $UU$ . La verge horizontale  $\gamma''' \gamma'''$ , qui est quarrée, glisse librement dans une ouverture de même forme pratiquée au montant  $HH$ , à côté de l'ouverture  $\gamma' \gamma'$ , dans laquelle passe la verge  $\gamma'' \gamma''$ ; une des extrémités de  $\gamma''' \gamma'''$  se trouve ainsi contre la poutrelle  $PP$ , et l'autre extrémité est liée à l'extrémité supérieure de  $UU$  par une goupille ou un axe formant en ce point charnière ou articulation, ce que la fig. 291 fait voir clairement.

D'après cette disposition le poids  $\Pi^2$  doit tendre sans cesse à faire appuyer l'une des extrémités de  $\gamma''' \gamma'''$  contre la poutrelle  $PP$ , et cette extrémité ne s'en sépare que lorsque le tasseau  $t't'$ , qui correspond à  $\gamma''' \gamma'''$ , vient pendant l'ascension de la poutrelle s'interposer entre cette poutrelle et l'extrémité de  $\gamma''' \gamma'''$ . Or voici ce qui résulte de ce double effet.

Lorsque la poutrelle  $PP$  descend, les choses restent dans l'état représenté par la fig. (289) tant que l'extrémité supérieure du tasseau  $t't'$  n'est pas parvenue au-dessous de  $\gamma''' \gamma'''$ ; mais quand elle y parvient, le poids  $\Pi$ , qui alors fait presser une des extrémités de  $\gamma''' \gamma'''$  contre le corps de la poutrelle, fait en même temps avancer l'entaille  $uu$  au-dessous de l'extrémité  $w$  de la branche  $zw$ ; la poutrelle  $PP$  continuant à descendre, le tasseau  $t't'$  vient se glisser entre la verge  $\gamma'' \gamma''$  et le corps de la poutrelle, l'extrémité  $w$  s'engage dans l'entaille  $uu$ , et les pièces  $zw t't' UU$  forment encliquetage, au moyen de quoi le poids  $\Pi$  demeure élevé, et la verge  $\gamma'' \gamma''$  conserve sa position jusqu'à ce que, par l'ascension de la poutrelle la verge  $\gamma''' \gamma'''$  soit atteinte par le tasseau  $t't'$  qui fait dégager l'encliquetage.

Il est aisé de concevoir, comment ce dégagement a lieu par l'interposition du tasseau  $t't'$  entre l'extrémité de  $\gamma''' \gamma'''$  et le corps de la poutrelle, qui, faisant mouvoir  $\gamma''' \gamma'''$  de droite à gauche (fig. 289), écarte l'entaille  $uu$  dans le même sens, et laisse échapper  $w$ , qui s'élève aussitôt par l'abaissement du poids  $\Pi^3$ ; d'un autre côté la même ascension de la poutrelle fait tourner la roue  $rr$  dans un sens contraire à celui où elle a tourné précédemment, la pièce  $n$  vient rencontrer le levier  $ha$ , qu'elle entraîne dans son mouvement avec le poids  $\Pi$  et les leviers  $hg^2$  et  $hg^1$ ; le poids s'élevant atteint la verticale, et, la dépassant ensuite, retombe de lui-même et revient dans la position où la (fig. 285) le représente : or pendant que cet effet se produit  $hg^1$  abandonne le levier  $kk^5$ , et le poids  $\Pi'$  fait fermer la soupape  $q'$ ; au contraire le levier  $hg^2$  souleve le levier  $k'k^2$  et fait ouvrir la soupape  $q''$ .

La



La soupape  $q'$  étant ainsi fermée, pendant que les soupapes  $q$  et  $\sigma\sigma$  sont ouvertes, les choses reviennent à l'état où nous les avons supposées au commencement de cette description; la condensation se fait au-dessous du piston, la vapeur supérieure le fait redescendre, et ainsi de suite.

1457. La machine que nous venons de décrire est employée, comme celle du Gros-Caillou, à élever de l'eau par le moyen d'une pompe. Un récipient d'air semblable à celui de la fig. (280) sert à donner de la continuité à l'écoulement du fluide dans le réservoir supérieur. Il seroit inutile de nous livrer ici à aucun détail sur tous ces objets accessoires.

Récipient  
d'air.

1458. MM. Pérrier ont fait construire à leur manufacture de Chaillot une petite machine à feu destinée à élever l'eau nécessaire pour faire tourner les roues à aubes qui font mouvoir les machines à forer. Le mécanisme de cette machine à feu peut être assimilé à celui de la précédente, quant au système des leviers qui font hausser et baisser les soupapes de communication de la partie inférieure du cylindre à vapeur avec la chaudière et le condenseur, et quant à la manière de faire ouvrir et fermer la soupape d'injection. La différence essentielle qui existe entre les régulateurs des deux machines consiste dans la manière dont la poutrelle fait tourner l'axe horizontal auquel sont attachés les leviers et le contre-poids qui se rapportent aux soupapes de la partie inférieure du cylindre à vapeur. Il n'y a point dans la petite machine de Chaillot de crémaillère ni d'engrenage, comme au Gros-Caillou; et voici comment on y supplée.

Machine à  
feu employée  
dans la manu-  
facture de  
MM. Pérrier.

On a placé dans le prolongement et dans la direction de l'axe qui répond à l'axe  $h h$ , dans la (fig. 286), un autre axe, plus court, porté sur des supports particuliers, qui est placé devant la poutrelle et qui est immédiatement mû par cette poutrelle. Pour cela ce petit axe porte quatre leviers, dont deux jouent d'un côté de la poutrelle et deux de l'autre. Dans chaque paire de leviers il y en a un grand et un petit: une cheville commence à faire faire au grand levier une partie de la course, une seconde cheville reprend ensuite le petit levier afin d'achever la course entière.

Les extrémités des deux axes, qui sont contiguës l'une à l'autre, portent chacune un petit plateau circulaire de fer, placé perpendiculairement à leur direction; sur les faces de ces plateaux, qui se regardent, sont des parties saillantes, disposées de manière que l'une répond à la portion de circon-



férence où l'autre ne se trouve pas; mais lorsque la poutrelle fait tourner le petit axe, la partie saillante du plateau qui se trouve au bout de ce petit axe vient rencontrer la partie saillante du plateau qui se trouve au bout du grand, et lui communique, ainsi qu'à tout le système attaché au grand axe, le mouvement de rotation qu'il tient de la poutrelle. Cet effet, qui a lieu, soit dans un sens, soit dans l'autre, remplace ainsi celui de la roue dentée de la machine de Chaillot.

La poutrelle porte ainsi qu'à cette dernière machine les deux tasseaux à plans inclinés destinés à pousser les verges qui font mouvoir la soupape d'injection.

*Avantages des machines à feu à double effet sur les machines à feu ordinaires; comment on peut disposer les premières pour qu'elles agissent à la manière des secondes.*

Avantages  
des machines  
à feu à double  
effet sur  
les machines  
ordinaires.

1459. Il n'étoit guere possible de décrire les machines à feu anciennes et récentes avec autant de détail que nous l'avons fait, sans nous livrer, de temps à autre, à quelques réflexions sur le rapprochement de leurs propriétés respectives. D'un autre côté les lecteurs instruits dans ces sortes de matières pourront aisément, d'après ce qui précède, en faire la comparaison; nous allons néanmoins récapituler, par ordre, les principaux avantages de celles à double effet.

1°. Diminution du volume de la chaudière.

1°. La condensation n'ayant lieu que par intervalle dans les machines simples, telles que celles décrites depuis l'art. (1445), il faut, dans ces espèces de machines, faire les chaudières assez grandes pour qu'elles puissent accumuler, dans leur partie supérieure, une quantité de vapeur telle que la machine simple puisse faire en un temps ce que la machine à double effet fait en deux temps.

Au contraire la condensation s'opérant sans cesse et la vapeur sortant continuellement de la chaudière, dans les machines à double effet, leurs chaudières n'ont pas besoin d'avoir une aussi grande capacité, ce qui en rend la construction plus simple et plus économique.

2°. L'effort de la vapeur dans la chaudière est plus uniforme et moins considérable.

2°. La chaudière des machines simples doit être beaucoup plus épaisse que celle des machines à double effet, afin de pouvoir supporter l'excédent de pression qu'exerce la vapeur pendant le temps où la chaudière ne fait aucune dépense : il



est très aisé de s'assurer, par le fait, de cet excédent de pression, à l'inspection d'une machine à feu simple en mouvement : on s'appercvra, si on examine la chaudière, qu'à des intervalles périodiques la vapeur sort avec effort par les joints et même par la soupape de sûreté : ces intervalles correspondent aux temps où la chaudière ne fait aucune dépense.

Cet inconvénient n'a pas lieu dans les machines à double effet, parceque la chaudière faisant une dépense continue et uniforme, la chaudière est toujours également pressée, et que sa pression est moindre que dans les machines simples.

3°. L'expérience nous apprend que la surface de l'eau se réduit d'autant plus facilement en vapeur, qu'elle se trouve moins comprimée, la quantité de feu étant d'ailleurs la même; et il suit de là qu'à égale dépense de vapeur, dans un temps donné, la machine à double effet doit dépenser moins de combustible que la machine simple. Cette propriété résulte nécessairement de ce que nous avons dit plus haut; car puisque dans la machine simple, à effets égaux, la pression moyenne de l'eau est plus grande que dans la machine double, il faut nécessairement plus de feu pour produire la même vaporation.

3°. Economie du combustible.

Cet avantage est confirmé par l'expérience; et c'est la principale cause pour laquelle on commence généralement à abandonner les machines à feu simples.

4°. Dans les machines doubles, la vapeur exerçant une action continuelle dans le cylindre, il suffit qu'elle agisse sur une surface égale à la moitié de celle nécessaire pour produire le même effet dans la machine simple. Cet avantage procure une épargne, non seulement sur la matière du cylindre, mais encore sur celle de toutes les pièces qui en dépendent.

4°. Diminution des dimensions du cylindre à vapeur et des parties accessoires, l'effet étant le même.

5°. Pour produire le mouvement d'oscillation, dans la machine simple, il faut placer un contre-poids à l'extrémité du balancier opposée à celle qui soutient le piston du cylindre à vapeur : l'effet de ce contre-poids doit être la moitié de celui de la vapeur qui agit dans le cylindre, et il sert à entretenir le mouvement de rotation du volant pendant l'ascension du piston du cylindre à vapeur : la machine double dans laquelle la vapeur exerce, au moyen de la tige rigide du piston du cylindre, une action continuelle et uniforme sur le balancier, n'a par conséquent pas besoin de contre-poids. Cette seule épargne suffit aux frais des trois soupapes que la nouvelle machine a de plus que l'ancienne; mais son plus grand avantage est de

5°. Suppression des contre-poids.



diminuer les masses à mouvoir, dont on ne sauroit trop réduire la quantité dans les machines à mouvement alternatif.

6°. Uniformité  
du mouve-  
ment.

6°. Outre l'économie du combustible, celle des frais de la machine et la propriété importante de diminuer les masses qui doivent avoir un mouvement alternatif, la machine à double effet a encore l'avantage de la grande uniformité du mouvement. Cette uniformité est très difficile à obtenir dans les machines simples, sur-tout lorsque la résistance est variable comme dans les moulins, les laminoirs, etc.

Il est vrai qu'en modérant l'injection, dans les machines simples on peut faire monter la lentille, ou le contre-poids, avec la vitesse qu'on veut : mais on n'a pas le même avantage quand la lentille descend ; car cette lentille, étant abandonnée à elle-même, communique tout son mouvement au volant, et peut lui communiquer une vitesse capable de briser la machine, ce qui est arrivé plusieurs fois.

C'est peut-être aux tentatives qu'on a faites pour remédier à cet inconvénient que nous sommes redevables de l'invention de la machine à double effet. Quoi qu'il en soit, nous croyons avoir démontré sa supériorité de manière à convaincre tous nos lecteurs que c'est la seule qu'on doive employer, au moins jusqu'à ce que l'art ait fait de nouveaux progrès.

Comment la  
machine à feu  
à double effet  
peut être mue  
à la manière  
de la machine  
simple.

1460. Nous terminerons ce chapitre par faire voir comment la machine à feu à double effet peut être mue à la manière de celle de Chaillot, et de celle de Newcomen. Pour bien saisir ce que nous allons dire il est bon de relire les art. ( 1384 et 1409 ) où nous avons donné les moyens de classer méthodiquement dans la mémoire le jeu des soupapes qui établissent la communication entre la chaudière, les parties supérieures et inférieures du cylindre, et le condenseur.

Premier  
moyen.

Pour obtenir le mouvement de la machine de Chaillot, supprimez les tringles qui communiquent le mouvement des pièces du régulateur aux soupapes qui établissent la communication entre la partie supérieure du cylindre ; ( voyez la note de l'art. ( 1383 ), où nous avons défini ce que nous entendions par parties supérieure et inférieure du cylindre à vapeur ) la chaudière et le condenseur ; de ces deux soupapes, laissez ouverte celle de communication entre la chaudière et la partie supérieure du cylindre, et fermez l'autre. Par ce moyen la vapeur, affluant de la chaudière, aura, comme à la machine de Chaillot, continuellement une issue à la partie supérieure du cylindre. Supposons le piston du cylindre à vapeur au point



le plus bas de sa course : on sait, d'après la description que nous avons donnée de ces régulateurs, que dans ce cas la communication entre la partie inférieure du cylindre et le condenseur est interceptée, et que celle de la même partie inférieure avec la chaudière est établie ; de plus la vapeur de la partie supérieure ne peut plus se condenser, puisque la soupape qui devoit s'ouvrir pour cela est fermée et ne peut plus être mue par le régulateur : le piston du cylindre se trouve donc entre deux vapeurs de même ressort, et remontera par l'effet d'un contre-poids qu'on suspendra à l'extrémité opposée du balancier, dans la première machine, fig. ( 225 ), ou aux tiges des pistons des pompes, dans la seconde machine, fig. ( 241 ). Lorsque le piston du cylindre à vapeur sera remonté, l'effet du régulateur sera, comme on a vu aux art. ci-devant cités, d'établir la communication entre la partie inférieure du cylindre et le condenseur, et d'intercepter celle entre la même partie inférieure et la chaudière : le vuide se fera donc au-dessous du piston ; et comme la vapeur est continuellement agissante au-dessus, ce piston redescendra, et ainsi de suite.

On peut encore faire de la machine à double effet une machine simple par le moyen suivant : supprimez les tringles qui communiquent le mouvement des pièces du régulateur aux deux soupapes qui établissent la communication entre la partie inférieure du cylindre, la chaudière et le condenseur ; de ces deux soupapes laissez ouverte celle de communication entre la partie inférieure du cylindre et le condenseur, et fermez l'autre ; par ce moyen, le vuide une fois établi à la partie inférieure du cylindre ( supposée parfaitement close et avec les restrictions énoncées dans la note de l'art. (1338) ), s'y maintiendra toujours à cause de la continuelle communication avec le condenseur. Supposons le cylindre au point le plus haut de sa course ; on sait qu'alors, par l'effet du régulateur, la soupape qui communique de la partie supérieure du cylindre au condenseur doit se fermer, et que celle qui communique de la même partie supérieure à la chaudière doit s'ouvrir : ( il est bien entendu que dans le cas dont nous parlons on n'a pas touché aux tringles qui font mouvoir ces deux soupapes ). La vapeur affluera donc au-dessus du piston et le fera descendre : lorsqu'il sera parvenu au point le plus bas de sa course, le régulateur fermera la soupape qui communique de la partie supérieure du cylindre à la chaudière, et ouvrira celle qui communique de la même partie supérieure au condenseur : le vuide se fera donc

Second  
moyen.



au-dessus du piston ; et comme il existe continuellement au-dessous, ce piston remontera par l'effet des contre-poids, qu'on aura placés de la manière décrite dans l'exposition du moyen précédent, qui paroît préférable à celui-ci.

Comment  
elle peut être  
mue à la ma-  
nière de la  
machine de  
Newcomen.

Premier  
moyen.

Pour obtenir le mouvement de la machine de Newcomen, on aura également deux moyens, savoir :

Premier moyen. Enlevez le plateau qui couvre la partie supérieure de cylindre en sorte que l'atmosphère presse sur le piston comme dans la machine de la fig. ( 256 ); supprimez les tringles qui donnent le mouvement aux soupapes de communication de la partie supérieure du cylindre à la chaudière et au condenseur, et laissez les soupapes fermées. Ceci conçu, supposons le piston au plus bas de sa course; on sait, d'après le mécanisme du régulateur, que la soupape qui communique de la partie inférieure du cylindre au condenseur doit alors se fermer, et que celle qui communique de la même partie inférieure à la chaudière doit s'ouvrir : la vapeur affluera donc sous le piston et le fera remonter en surmontant le poids de l'atmosphère. Le piston étant remonté, l'effet de l'encliquetage est de faire fermer la soupape qui communique de la partie inférieure du cylindre à la chaudière, et de faire ouvrir celle qui communique de la même partie inférieure au condenseur : le vuide se fera donc sous le piston, la pression supérieure de l'atmosphère le fera redescendre, et ainsi de suite. On sait, art. ( 1435 ), que pour user de ce moyen il faut entretenir un écoulement d'eau continuels au-dessus du piston.

Second  
moyen.

Second moyen. Laissez la plaque qui couvre la partie supérieure du cylindre à vapeur, au moyen de quoi l'atmosphère ne pourra point exercer sa pression sur le piston ; mais suspendez à ce piston un poids équivalent à celui de l'atmosphère : supprimez les tringles qui donnent le mouvement aux soupapes de communication de la partie supérieure du cylindre à la chaudière et au condenseur de ces deux soupapes : fermez celle qui communique à la chaudière, et laissez ouverte celle qui communique au condenseur ; par là, le vuide une fois établi dans la partie supérieure du cylindre s'y maintiendra constamment avec les mêmes suppositions et les mêmes restrictions énoncées ci-dessus. Ceci conçu, supposons le piston au bas de sa course, la soupape qui communique de la partie inférieure du cylindre au condenseur se ferme et celle qui communique de la même partie inférieure à la chaudière s'ouvre. La vapeur affluant sous le piston le fait remonter ainsi que le poids attaché à la tige



qui représente celui de l'atmosphère. Le piston étant parvenu au haut de sa course, la soupape qui communique de la partie inférieure du cylindre au condenseur s'ouvre, et celle qui communique de la même partie inférieure à la chaudière se ferme. La condensation se fait au-dessous du piston, qui se trouve ainsi entièrement dans le vuide et qui descend par l'effet du poids attaché à sa tige.

Il ne faudroit user des moyens que nous venons d'indiquer que dans le cas où une machine à feu à double effet auroit à surmonter une résistance beaucoup moindre que celle à laquelle elle seroit destinée par sa construction et ses dimensions, et nous présentons même ces moyens plutôt comme des objets de curiosité que comme des objets de pratique. Nous avons pensé que le lecteur verroit avec plaisir le développement de la propriété, que nous n'avons fait qu'indiquer, art. (1356).

Réflexions  
sur l'usage des  
moyens précédents.

*Détails de la construction de plusieurs pieces principales d'une machine à feu à double effet.*

1461. Les planches qui accompagnent les descriptions contenues dans les chapitres précédents ont été dessinées avec beaucoup d'exactitude, de soin et sur de grandes échelles : elles offrent ainsi les détails de la construction avec assez de développements pour suffire aux constructeurs exercés. Nous avons cependant cru nécessaire, en faveur de ceux qui ne le seroient pas autant, de dessiner plusieurs pieces principales en perspective sur une proportion plus grande encore que celle des figures géométrales. Par là, les lecteurs les moins praticiens pourront en concevoir très facilement la composition.

Les fig. (295), n°. 1 et 2, représentent le piston du cylindre à vapeur ; le n°. 1 en offre la vue perspective supérieure, avec une section Q Q Q Q faite sur l'axe du cylindre à vapeur, qui laisse voir le demi-fond intérieur de ce cylindre ; le n°. 2 offre une coupe du piston et la vue de sa moitié inférieure.  $a a' a'' a'''$  est une seule piece dont  $a^v a^v$  est la surface inférieure de  $a'' a''$  ;  $a^v a^v$  la surface cylindrique intérieure de  $a' a'$  ; et  $a^v a^v$  la couronne formant la surface inférieure de  $a a$ . L'espace cylindrique renfermé par  $a''' a'''$  est occupé par l'extrémité inférieure de la tige  $k k$  du piston, qui y est retenue par une clavette : on voit en  $k'$  et en  $a^v a^v$  les demi-surfaces des extrémités inférieures de  $k k$  et  $a''' a'''$  : au-dessus de la couronne  $a a$  est un cercle ou ron-

Détail des  
pieces qui com-  
posent le pis-  
ton du cylindre  
à vapeur.



delle *bb*, et c'est entre *aa* et *bb* qu'est contenue la filasse *FF*, qui intercepte la communication de la vapeur d'une partie du cylindre à l'autre. Pour donner à cette filasse la compression et le gonflement nécessaires, on pose au-dessus de *a''a''* et *bb* un plateau *cccc* lié à *a''a''* par des vis 1, 1, 2, 2, 3, 3; et on emploie une quantité de filasse assez grande pour que, le plateau *cc* posant sur le cercle *bb*, il y ait un intervalle entre ce plateau et la surface supérieure de *a''a''*. Cet intervalle peut être diminué en serrant les écrous des vis 1, 1, 2, 2, 3, 3; et alors le cercle *bb*, s'abaissant d'autant, comprime la filasse *FF*, et la fait gonfler pour remplir plus exactement la capacité intérieure du cylindre à vapeur. Ce mécanisme a quelque rapport avec celui du piston de la pompe, fig. (148), que nous avons décrit, art. (695). La fig. 305 en représente le profil avec toute la netteté et le détail désirables.

On voit, n°. 1, la manière dont le corps du cylindre à vapeur est assemblé avec le fond, lequel fond est coulé tout d'une pièce. *RR* est l'issue pratiquée pour l'écoulement de la vapeur qui se condense, *TTT* la section verticale dans le plan de *QQ*, et *VV* la demi-surface supérieure du fond. Nous avons déjà parlé, art. (1422), de ce fond et de la forme qu'on lui donne pour faciliter l'écoulement de l'eau provenant de la condensation, les explications jointes aux plans représentés par les fig. 248, 249, et au profil fig. 305, nous dispensent de nous étendre davantage sur ce sujet.

Détail des  
boîtes à vapeur  
supérieures.

1462. La fig. (296) représente la vue extérieure des boîtes qui contiennent les soupapes supérieures destinées à établir ou à intercepter la communication entre le cylindre à vapeur et la chaudière, qu'on peut désigner plus simplement par le nom de *boîtes à vapeur* supérieures. Cette figure se rapporte à la machine à feu à double effet, d'une construction semblable à celle de la première décrite précédemment, art. (1380 et suiv.). *AA* est la partie supérieure du cylindre; *B* la boîte, faisant partie de ce cylindre, et servant d'issue latérale à la vapeur qui afflue à sa partie supérieure ou qui en sort; *CD* une boîte antérieure assemblée à la boîte *B*, comme on voit dans la figure, et au-dessous de laquelle sont attachées les parties supérieures des cylindres ou des tuyaux montants *q, q'*, qui conduisent la vapeur aux boîtes inférieures représentées par la figure (297); enfin *EF*, fig. (296), est la boîte dans laquelle jouent les soupapes. On voit en *ff* l'ajustement des parties extérieures des axes qui font lever et baisser ces soupapes, et nous allons en donner une description plus détaillée. Cette



Cette boîte EF est, comme nous l'avons dit art. (1383), continuellement remplie de vapeur, parcequ'elle a une communication non interrompue avec la chaudière : on voit en *kk* la bride à laquelle vient s'assembler l'extrémité du tuyau qui amène la vapeur de la chaudière.

La fig. 297 est la vue intérieure des pièces représentées par la fig. 296; elle offre l'assemblage des tuyaux *q*, *q'*, avec les boîtes supérieures, la cloison *e e* séparant la partie de la boîte correspondante au tuyau *q'*, dans laquelle se trouve l'ouverture B B qui répond à B (fig. 296), et sert d'issue à la vapeur dans la partie supérieure du cylindre, qui la sépare, disons-nous, de la partie de la même boîte placée au-dessus du tuyau *q*, lequel conduit la vapeur à la partie inférieure du cylindre; ce que l'on concevra aisément en comparant la fig. 297 avec la fig. 299 qui lui correspond verticalement.

Les soupapes *t*, *t*, (qui sont représentées toutes deux fermées, parceque la machine n'est point supposée en mouvement) ont des queues inférieures *t' t'*, qui jouent dans des trous pratiqués à des traverses *zz*, au moyen de quoi elles se haussent et se baissent toujours verticalement. Nous détaillerons davantage ce mécanisme dans la section de cet ouvrage où nous traiterons des soupapes en général. Ces soupapes *t*, *t*, tiennent à leurs tiges ou manches *u*, *u*, par des axes *x*, *x*; ce sont ces manches qui reçoivent l'action des leviers mûs par le régulateur; et comme il suffit d'expliquer l'arrangement de ces leviers pour une seule soupape, nous donnerons cette explication d'après la fig. 299, où le mécanisme se voit plus clairement.

La fig. 298 est la vue extérieure des boîtes qui contiennent les soupapes inférieures destinées à établir ou à intercepter la communication entre le cylindre à vapeur et le condenseur. A A est une partie du cylindre assemblée sur le fond B' B". Nous avons parlé art. (1422) de la forme intérieure de ce fond; on sait que B" est le canal servant d'issue à la vapeur dans la partie inférieure du cylindre; *q*, *q'*, sont les extrémités inférieures des tuyaux montants servant à conduire la vapeur des boîtes (fig. 296) aux boîtes (fig. 298.) On voit comment *q*, *q'*, sont liés à la pièce QQQQ, et comment cette dernière forme la partie supérieure de la boîte C' D'. Cette boîte C' D' renferme les soupapes qui livrent à la vapeur le passage au condenseur; et la boîte R, qui est au-dessous, renferme la soupape même du condenseur.

Détail des boîtes à vapeur, inférieures.

Toutes ces choses se voient encore mieux dans la fig. 299, qui est une vue intérieure des pièces dont la fig. 298 offre la



vue extérieure. On peut d'abord remarquer l'emboîtement des tuyaux  $q, q'$ , dans les parties  $QQ$ , et l'assemblage des boîtes inférieures entre elles; mais ce qu'il faut principalement expliquer, c'est la manière dont les soupapes  $t$  se haussent et se baissent par le mouvement du régulateur. On a mis les mêmes lettres aux trois soupapes parceque le mécanisme est le même pour toutes. Il faut regarder en même temps les fig. 299 et 300, cette dernière représentant la vue latérale d'une des soupapes qu'on voit en face dans la fig. 299.

Mécanisme  
qui fait mou-  
voir les soupa-  
pes des boîtes  
à vapeur.

$ag$  est le petit levier extérieur auquel est attachée la verge ou tringle qui transmet le mouvement du régulateur à la soupape, l'extrémité de cette tringle et du petit levier  $ag$  formant charnière en  $g$ . Ce levier  $ag$  est fixé à un axe horizontal  $ab$ , qui porte dans l'intérieur de la boîte un autre levier  $vv'$ . Le levier  $vv'$  correspond à une entaille pratiquée à la queue  $u$  de la soupape (*voy. fig. 300*); et lorsque l'axe  $ab$  fait une partie de révolution dans un sens ou dans l'autre, la partie  $v'$ , engagée dans l'entaille, élève la soupape ou la laisse tomber alternativement: on voit par-là comment le mouvement communiqué par le régulateur à l'articulation  $g$  se transmet à la soupape par l'axe  $ab$  et le levier  $vv'$ .

Une pièce immobile  $yy$ , placée derrière la queue de la soupape, a une entaille quarrée dans laquelle cette queue glisse en montant et en descendant, et qui empêche qu'elle ne vacille dans son mouvement.

Mécanisme  
pour empê-  
cher les axes  
de jouer dans  
le sens de leur  
longueur.

Pour empêcher que l'axe  $ab$  n'ait du jeu dans le sens de sa longueur, on a pris les précautions suivantes: cet axe traverse une boîte de cuivre  $nn$  qui est fixe; et une partie de sa longueur engagée dans cette boîte a la forme conique, comme on le voit (*fig. 304*); une bride  $ffm$  (*fig. 299*) est attachée à la pièce  $nn$ , et la tête  $m$  de cette bride sert d'écrou à une vis  $hh$ ; cette vis est terminée par une pointe qui vient presser contre l'extrémité extérieure de l'axe  $ab$ , et, en la serrant plus ou moins, on donne à la partie conique engagée dans  $nn$  le degré de pression nécessaire.

Dans la boîte à gauche, immédiatement au-dessous de  $QQ$ , la pièce  $yy$  et la queue de la soupape sont entre le spectateur et l'axe  $ab$ ; le cas contraire a lieu pour la soupape qui est à côté; la traverse  $yy$  ne se voit pas dans la soupape inférieure du condenseur, elle est censée enlevée à cause de la coupe; on n'a également représenté que les trois quarts de chaque soupape. Le levier  $ag'$  est celui nommé  $wz$  (*fig. 246*), à l'extrémité duquel est la chaîne  $z't$ , correspondante au cadran  $t$ , au moyen



duquel on règle l'ouverture de la soupape d'injection, pour accélérer ou retarder le mouvement de la machine, ainsi qu'on a vu art. (1415).

1463. Lorsqu'on a besoin de mettre à découvert l'intérieur des boîtes qui renferment les soupapes, il faut, d'après l'arrangement de la fig. 298, enlever une des plaques qui forment ces boîtes, ce qui est embarrassant : les fig. 301 et 302 offrent à cet égard des dispositions plus commodes : on a dessiné ces figures d'après la machine construite par MM. Périet à l'Isle des Cygnes.

Moyens de visiter l'intérieur des boîtes à vapeur.

La fig. 301 représente la vue extérieure des boîtes qui contiennent les soupapes supérieures destinées à établir ou à intercepter la communication entre le cylindre à vapeur et la chaudière. Le changement fait à ces boîtes consiste dans une ouverture pratiquée vis-à-vis chaque soupape et fermée par une plaque ovale T; une traverse S est percée de deux trous, un à chacune de ses extrémités, dans lesquels entrent des vis *k, k*, fixées au côté de la boîte; au moyen de ces vis et des écrous qui y sont adaptés, la traverse S presse fortement les plaques T T contre la face de la boîte dont elles doivent boucher les ouvertures. Les pièces *x, x*, qu'on voit dans la figure, sont des encastrures fixées aux plaques T, T, dans lesquelles s'applique la traverse S.

1464. Il faut encore faire observer au lecteur le ressort *ff* qui presse l'extrémité extérieure de l'axe correspondant à l'axe *ab* dans la fig. 299, et qui est destiné à faire hausser et baisser la soupape. Ce ressort fixé derrière la boîte C (fig. 301) est percé d'un trou à travers lequel passe une vis *h*; un écrou adapté à cette vis sert à comprimer ou à relâcher le ressort, selon qu'on veut presser plus ou moins à l'extrémité de l'axe. On pourra choisir entre le mécanisme *ffh* (fig. 296) et celui que nous venons de décrire, qui nous paroît préférable.

1465. Le petit tuyau *bb*, qu'on voit sortir de la face E (fig. 301), est celui qui conduit la vapeur dans le *steam box* dont nous avons parlé art. (1397) : on voit qu'il doit en fournir continuellement tant que la machine est en mouvement, puisque l'espace où il la puise est (1383) sans cesse en communication avec la chaudière. La fig. 306 offre un profil détaillé du *steam box*.

Tuyau qui conduit la vapeur dans le *steam box*.

1466. La fig. 302 n'a besoin d'aucune autre explication que celle que nous avons donnée art. (1463); on y a placé les mêmes lettres de renvoi; le lecteur concevra aisément ce qui se rapporte à la soupape d'injection, et consultera les fig. 307 et 308 pour les détails de construction de la pompe à air.



1467. La figure 303 présente une manière de fermer les boîtes des soupapes un peu différente de celle décrite dans l'art. (1463); la pièce *S*, retenue par ses extrémités supérieure et inférieure, sert d'écrou à une vis *K*, qui correspond au centre de la plaque *T*, et qui, étant tournée plus ou moins, serre la plaque contre les bords de l'ouverture qu'elle doit fermer aussi fortement qu'on le desire.

1468. On voit dans la fig. 304 que l'axe *ab* est pressé par la vis *K* elle-même, qui traverse l'extrémité du ressort *ff*; lorsqu'on tourne la vis de gauche à droite, la tête *ff* du ressort qui fait la fonction d'écrou s'approche de la tête de la vis, mais la force élastique du ressort qui agit en sens contraire fait continuellement presser la vis contre l'extrémité extérieure de *ab*.

Détails du  
mécanisme qui  
sert à rendre  
vertical le mou-  
vement du pis-  
ton.

1469. Les fig. 310 et 311 représentent, la 1<sup>re</sup> l'élévation perspective, et la 2<sup>e</sup> le plan géométral du parallélogramme dont nous avons parlé art. (1402), et qui a pour objet de rendre vertical le mouvement de la tige du piston du cylindre à vapeur. *B* est l'extrémité du balancier qui porte le parallélogramme; *P* est la douille dans laquelle l'extrémité supérieure de la tige du piston est retenue au moyen de deux clavettes. Deux traverses de fer *g* et *g'* sont attachées à la surface supérieure du balancier par les liens *k*, *k*, *k'*, *k'*; les extrémités de ces traverses sont cylindriques et tournées très exactement pour servir d'axes aux parties supérieures des montants *ac*, *ac'*, *bd*, *bd'*, et ces axes sont immobiles par rapport au balancier. Les parties inférieures des montants *ac*, *ac'*, sont unies par un axe *n* autour duquel elles tournent, et les parties inférieures des montants *bd*, *bd'*, sont unies par un axe *n'* autour duquel elles tournent pareillement; ces axes *n* et *n'* sont les petits côtés d'un chassis rectangle dont *xy* et *x'y'* forment les grands côtés, en même temps qu'ils sont les bases des parallélogrammes *acdb*, *ac'd'b'*. On voit par la fig. 310 que l'axe *n* est commun aux extrémités des quatre pièces *ac*, *ac'*, *xy*, *x'y'*, c'est-à-dire que ces extrémités sont toutes traversées par le même axe. Les autres extrémités de *xy* et *x'y'* sont taraudées, et traversent l'axe *n'* auquel elles sont retenues par des écrous.

Deux rayons parallèles *fe*, *f'e'*, ont chacun une de leurs extrémités attachée à une des poutres *CC*, parallèles et immobiles; ces extrémités tiennent à un axe horizontal commun qui tourne dans des colliers attachés aux poutres *CC*. Les autres extrémités *e*, *e'*, sont traversées par l'axe *n'* autour duquel elles tournent; ainsi l'axe *n'* est commun aux extrémités des quatre pie-



ces  $d'd$ ,  $b'b$ ,  $fe$ ,  $f'e'$ , lesquelles pieces tournent autour de cet axe.

D'après la disposition que nous venons de décrire, lorsque la machine se meut, les axes  $aa'$ ,  $bb'$ , ont un mouvement circulaire qui a pour centre l'axe de rotation du balancier, et l'axe  $n'$  a un mouvement circulaire dont le centre est l'axe passant les extrémités  $f$  et  $f'$  des rayons  $fe$ ,  $f'e'$ : quant à l'axe  $n$ , son mouvement considéré par rapport à l'axe  $aa'$  est circulaire; mais si ce mouvement est considéré dans l'espace d'une manière absolue, il est combiné des arcs des cercles décrits par les points  $a$ ,  $b$  et  $d$ . Les rapports des rayons de ces arcs doivent être tels que le point  $c$  décrive sensiblement une ligne droite verticale; et c'est une question dont nous nous occuperons bientôt.

Toutes les extrémités des pieces qui tournent sur les axes  $aa'$ ,  $bb'$ ,  $n$  et  $n'$ , sont garnies de boîtes de cuivre, pour diminuer le frottement qui, d'après ce qu'on a vu art. (1162 et 1191), est moindre pour le fer sur cuivre que pour le fer sur fer. Ces boîtes sont de deux pieces; une des pieces porte deux vis qui traversent l'autre piece, et aux extrémités desquelles sont des écrous qui tiennent les deux pieces unies.

Le milieu  $w$  des montants  $bd$ ,  $b'd'$ , porte la piece  $wv$ , formant articulation en  $w$ , et supportant en  $v$  l'extrémité supérieure d'une tringle de fer à laquelle est attachée la poutrelle du régulateur, comme on l'a vu art. (1388) et (225): cette poutrelle participe ainsi du mouvement sensiblement vertical et rectiligne de l'articulation  $w$ .

1470. La fig. 312, n°. 1, 2 et 3, représente la suspension du balancier;  $AAA'A'$ , n°. 1, est une portion du balancier dont la partie supérieure  $A'A'$  supporte le plateau de métal  $a'a'$  au-dessus duquel paroît l'axe  $aaa$ , maintenu par l'armature  $qqqq$  et les traverses  $pp$ : le n°. 2 représente une des extrémités de l'axe  $aaa$  renversé, au moyen de quoi on voit un des pivots  $bb$  sur lesquels se fait la rotation.

Suspension  
du balancier.

$BB$ , n°. 3, est un assemblage de charpente immobile et très solide; il y en a un pareil de chaque côté de l'axe correspondant à chacune de ses extrémités. L'assemblage  $BB$  supporte le plateau de métal  $gg$ , dont la partie saillante  $hh$  est un godet qu'on tient rempli d'huile, et au fond duquel se trouve la fosse  $kk$  dans laquelle entre le pivot  $bb$  de l'axe  $aaa$ .

Pour empêcher le pivot  $bb$  de sortir de la fosse  $kk$ , ce qui, si on ne prenoit pas de précaution, arriveroit infailliblement, sur-tout lorsque le piston du cylindre à vapeur remonte, on a pratiqué à chaque tête de l'axe  $aaa$  une partie arrondie  $cc$ ;



lorsque l'axe est en place, une traverse  $ff$  de même courbure passe par dessus le collier  $cc$  et y est retenue par la fourche  $e'e'$ , qui embrasse l'axe de manière que l'extrémité de cet axe passe dans l'ouverture  $ee' ff e'e$ , et dont la tige  $ee$  tourne à sa partie inférieure autour d'un axe immobile  $d$ .

Il faut concevoir que l'équipage représenté par le n°. 3 se rapporte à l'extrémité de l'axe  $aaa$  qui regarde le haut de la planche, et qu'il y a un équipage pareil pour l'extrémité de l'axe qui regarde le bas de la planche.

Autre espece  
de balancier.

1471. On a représenté, (*fig.* 308), n°. 1, l'élévation latérale d'un autre balancier, qui peut se rapporter à celui de la machine décrite art. (1406 et suiv.), quoiqu'il en diffère en ce qu'il est disposé pour donner le mouvement à un volant, et que l'arrangement de l'autre ne le rend pas propre à cette espece de fonction; voyez ce que nous avons dit art. (1417). La tige  $pp$  du piston du cylindre à vapeur communique le mouvement à l'équipage  $bb$ , dont on voit l'élévation en face (*fig.* 313, n°2), et de suite au balancier E et au contre-balancier E'. Nous avons expliqué ce mécanisme art. cité; le seul objet des *fig.* 313, n°. 1, 2, 3 et 4, est de faire voir plus en détail la construction des pieces qui le composent.

Le n°. 2 fait voir l'arrangement de la suspension de la tige du piston aux deux barres  $bb$ , par le moyen de l'axe  $dd$ . On ne s'appesantira pas sur les détails d'assemblage que les n°. 2, 3 et 4 ont fait voir assez clairement.

Description  
de la mouche.

1472. La *fig.* 309 est une vue perspective de la *mouche*: on nomme ainsi l'engrenage qui communique le mouvement du balancier au volant, et dont nous avons parlé à la fin de l'art. (1350); en voici la composition.

$b'b'$  est l'extrémité inférieure d'une verge suspendue à l'extrémité du balancier, et qui est assemblée solidement à la piece  $ab$ ; cette piece  $ab$  est elle-même solidement attachée à la roue dentée  $gg$ . Les centres des roues dentées  $gg$  et  $ff$  sont liés l'un à l'autre, de manière que  $gg$  a la liberté de se mouvoir autour de la circonférence de  $ff$ , mais sans que les deux circonférences puissent se séparer l'une de l'autre. L'axe de la roue  $ff$  est le même que celui du volant  $VV$ ; la 1<sup>re</sup> ne peut pas tourner sans communiquer son mouvement à l'autre, et réciproquement.

La denture de chacune des roues  $ff$  et  $gg$  est double, comme on le voit distinctement dans la figure. Les dents de chaque paire de denture sont disposées de manière qu'il y a toujours plein sur vuide, c'est-à-dire qu'une des dents dans une circon-



férence répond toujours à l'espace compris entre deux dents de la circonférence qui lui est accouplée. Les deux circonférences accouplées de la roue  $ff$  sont séparées par une bande circulaire  $uu$ , qui se loge dans un vuide ou rainure correspondant pratiqué entre les dentures des deux circonférences accouplées de la roue  $gg$ : toutes ces précautions ont pour objet l'uniformité, la solidité de l'engrenage, et le maintien stable des deux roues dans le même plan, malgré les secousses qu'elles peuvent éprouver.

Tout cela conçu, on voit que le mouvement du balancier doit faire hausser et baisser la piece  $ab$  et la roue  $gg$  qui y est attachée: or cette roue ne pouvant pas, d'après ce qu'on a dit précédemment, quitter la circonférence de la roue  $ff$ , doit lui communiquer un mouvement de rotation, et par suite au volant  $VV$ ; ce volant une fois mis en jeu sert, comme on sait, à entretenir le mouvement et à suppléer à l'action du balancier dans les instants où les centres des deux roues dentées se trouvent dans la même ligne verticale (1350).

1473. Les fig. 314, n°. 1, 2, 3 et 4, offrent les détails de la manière dont le mouvement du balancier se communique au volant sans employer d'engrenage;  $aa$  est le tirant suspendu en  $O$  au balancier, n°. 3 et 4, et dont l'extrémité inférieure tourne sur un axe  $d$ , fixé au plateau de manivelle  $cc$ , n°. 2. Ce plateau a pour axe de rotation l'axe  $gg$  du volant  $bb$ , dont la continuation  $G$  peut être supposée l'axe d'une lanterne qui feroit mouvoir une machine hydraulique.

Mécanisme pour faire mouvoir le balancier sans engrenage.

E, n°. 3, est le profil longitudinal de l'extrémité du balancier: on voit que l'armature de fer qui termine la partie supérieure du tirant de bois  $aa$  est suspendue à un axe  $O$ , et qu'elle joue dans un vuide  $vv$  qui lui permet de faire librement ses oscillations. Le n°. 4 est une section perpendiculaire à la section n°. 3, qui achève de faire comprendre les détails de la suspension et de l'armature du tirant.

1474. Les fig. 315, n°. 1 et 2, présentent les détails du volant de la fig. 314: le n°. 1 fait voir l'assemblage extérieur des pieces; et le n°. 2, qui est une section par un plan parallele à l'axe, montre comment les rayons sont assemblés, soit aux plateaux qui environnent le centre, soit aux jantes de la circonférence.

Construction du volant.

1475. La fig. 316 est une vue perspective d'un régulateur de même espece que ceux des deux machines à double effet décrites ci-devant, dont le principe, le mécanisme et le jeu, ont été expliqués art. 1388 et suiv. On y voit, n°. 1, les trois axes  $f^2 f^2$ ,  $aa$ ,  $ff$ ,

Détails du régulateur.



dont il est parlé aux art. cités; les deux axes extrêmes  $ff$ ,  $f^2 f^2$ , font corps avec toutes les pièces qu'ils supportent, et tournent dans les colliers  $k$ ,  $k$ ,  $k'$ ,  $k'$ ; l'axe intermédiaire  $aa$  est fixe, mais les pièces qu'il supporte tournent librement sur cet axe.

On voit, n°. 2 et n°. 7, les fig. séparées des pièces 22, 77, fixées à l'axe  $ff$ ; les n°. 3 et 5 offrent les pièces 3' 3" 3"', 55, qui tournent sur l'axe immobile  $aa$ ; enfin les n°. 4 et 8 sont les pièces 44, 88, fixées à l'axe  $f^2 f^2$ .

Les articulations  $h$ ,  $h^2$ , se rapportent aux tringles des soupapes inférieures qui établissent ou interceptent la communication entre le cylindre et le condenseur; les articulations  $f^3$ ,  $f^4$ , se rapportent aux tringles des soupapes supérieures qui établissent ou interceptent la communication entre le cylindre et la chaudière. Les contre-poids qui assurent les encliquetages sont suspendus aux articulations  $h'$   $h''$ .

Les encliquetages se font parfaitement bien sentir dans la fig. 316; le n°. 1 et le n°. 6 montrent les deux positions où ils se trouvent lorsque le piston du cylindre à vapeur est aux points le plus bas et le plus haut de sa course. Dans l'état que représente le n°. 1, l'encliquetage 22, 33, de l'axe inférieur  $ff$  est arrêté; les soupapes correspondantes aux tringles attachées en  $h^3$  et en  $h$  sont fermées, la 1<sup>re</sup> interceptant la communication entre la partie supérieure du cylindre et le condenseur, et la 2<sup>me</sup> interceptant celle entre la partie inférieure du cylindre et la chaudière; les soupapes correspondantes aux tringles attachées en  $h^4$  et  $h^2$  sont ouvertes, l'une établissant la communication entre la partie supérieure du cylindre et la chaudière, et l'autre celle entre la partie inférieure du cylindre et le condenseur. (On voit, par la direction des tringles, qu'il s'agit ici d'une machine dont les soupapes sont rapprochées comme celle de la fig. 225).

Ainsi la vapeur occupe la partie supérieure du cylindre, le vuide est établi dans la partie inférieure, et le piston ainsi que la poutrelle descendent. Mais la figure représente l'instant où la cheville  $g' g'$  atteint le levier 88 et va le faire baisser; ce levier, en baissant, fera engager l'encliquetage formé par les pièces 4 et 5, c'est-à-dire que l'onglet  $v v$ , n°. 4, viendra se reposer sur l'entaille  $v' v'$ , n°. 5; de plus, le tasseau  $tt$ , venant appuyer sur la branche 3' de la pièce 3' 3" 3"', fait dégager l'encliquetage que la branche 3" forme avec la pièce 2, en soulevant le contre-poids 3" : alors les soupapes qui étoient fermées s'ouvrent, celles qui étoient ouvertes se ferment; le vuide se fait dans la partie supérieure du cylindre, la vapeur afflue dans la  
partie



partie inférieure, et le piston du cylindre à vapeur ainsi que la poutrelle remontent.

L'état des encliquetages pendant l'ascension de la poutrelle est représenté par le n°. 6; on y voit très distinctement la position respective des pièces 44, 55, et celle des pièces 22, 3' 3" 3"', ainsi que l'effet du contre-poids 3''.

1476. La fig. 316 fait encore très bien sentir, eu égard à sa grande proportion, comment le régulateur remplit les 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> conditions de l'art. (1393) relatives à l'ouverture et à la fermeture des soupapes. On voit, n°. 1, qu'avant que le tasseau *tt* ait atteint la branche 3', la cheville *g' g'* a déjà fait abaisser le levier 88, et que par conséquent la soupape qui établit la communication entre la chaudière et la partie supérieure du cylindre, et celle qui établit la communication entre le condenseur et la partie inférieure du même cylindre, se ferment graduellement avant que les deux autres soupapes s'ouvrent. Il arrive de là que la vapeur n'a pas encore afflué dans la partie inférieure du cylindre, et que l'effet de l'injection d'eau froide ne s'est point fait sentir dans la partie supérieure, lorsque déjà la communication de la partie inférieure avec le condenseur et celle de la partie supérieure avec la chaudière sont interceptées en totalité ou presque totalité. Il y a donc un petit espace de temps pendant lequel une masse de vapeur est isolée au-dessus du piston, et doit par conséquent éprouver, par la température plus basse de la matière du cylindre, un commencement de condensation qui diminue son ressort; l'effet contraire a lieu au-dessous du piston pour la vapeur produite par les parois humectées, dans un espace vuide d'air, et qui, n'éprouvant plus l'effet de l'injection, acquiert de la chaleur et du ressort. Ainsi l'effort diminuant d'un côté et la résistance augmentant de l'autre, le mouvement commence à s'amortir naturellement, ce qui diminue la sacade qu'éprouve la machine lorsque l'encliquetage 22, 3'', venant tout-à-coup à se dégager, la vapeur afflue avec une vitesse extrême par-dessous le piston et se condense par-dessus. (1)

L'économie de la vapeur est encore un motif pour que la soupape qui communique de la partie inférieure du cylindre au condenseur soit entièrement fermée lorsque la soupape qui

(1) D'après ce qu'on vient de dire, il arrive que, vers la fin de chaque course du piston du cylindre à vapeur, la chaudière doit demeurer pendant un petit intervalle de temps à ne faire qu'une dépense de vapeur très petite ou même nulle. Mais comme ce temps est très court, ce que nous avons dit n° 1 et 2 de l'art. (1459) n'en est pas moins applicable aux machines à double effet.



communiqué de cette même partie inférieure à la chaudière s'ouvre; car si dans ce moment la vapeur trouvoit le plus petit jour pour parvenir au condenseur, il s'en feroit une déperdition considérable.

Nous venons de prendre le piston du cylindre à vapeur au bas de sa course et d'examiner les effets qui doivent avoir lieu pour qu'il remonte de la manière la plus avantageuse: rien n'est plus facile que de faire un raisonnement analogue en le prenant au haut de sa course.

1477. Finissons par observer qu'indépendamment des relations entre l'ouverture et la fermeture des paires de soupapes que fait mouvoir chacun des axes  $ff$ ,  $f^2 f^2$  il est encore à propos d'avoir égard aux ouvertures respectives des deux soupapes d'un même axe. On sait que lorsque l'encliquetage d'un axe se dégage, les deux soupapes qui se rapportent à cet axe s'ouvrent, l'une pour introduire la vapeur dans une partie du cylindre, et l'autre pour produire la condensation dans la partie opposée du même cylindre; mais si, par la disposition des tringles ou la différente élévation des soupapes, la condensation se faisoit trop promptement, l'effort de la vapeur affluenté au côté opposé ayant subitement la plénitude de son effet, le mouvement rétrograde du piston se feroit avec trop de violence. Il faut donc disposer les élévations respectives des soupapes, qui sont ouvertes ensemble, de manière que le mouvement dans un sens ayant, comme on l'a dit ci-dessus, une diminution graduelle, le mouvement rétrograde se produise également avec une espèce de continuité. Les lentilles suspendues aux articulations  $h'$ ,  $h''$ , sont à la vérité destinées à produire en partie l'effet dont nous parlons ici, en ce qu'elles sont conformées de manière à empêcher que les soupapes ne se levent par saccade; cependant comme les deux soupapes participent également du ralentissement qu'elles causent, ces lentilles ne remplissent pas précisément l'objet que nous avons en vue dans cet article, qui consiste à faire en sorte que la vitesse d'effluence de la vapeur qui va du cylindre au condenseur soit dans les premiers instants *relativement* moindre que la vitesse d'affluence de celle qui vient de la chaudière dans le cylindre.

Toutes les précautions dont nous venons de parler tiennent essentiellement aux inconvénients du mouvement alternatif et à la nécessité de détruire à chaque fin d'oscillation les quantités de mouvement acquises dans un sens pour en reproduire d'autres en sens contraire.



J'aurois pu mettre à la suite des descriptions précédentes les détails sur la manière de placer le cylindre bien verticalement : mais ces détails, parfaitement inutiles à la plus grande partie des lecteurs, portent sur des objets qui ne peuvent pas donner le moindre embarras aux praticiens tant soit peu intelligents ; je passe aux recherches sur le mouvement vertical de la tige du piston.

*THÉORIE du mouvement rectiligne du piston du cylindre à vapeur produit par une combinaison de mouvements circulaires, et calcul des proportions des machines à feu relativement à l'effet qu'elles doivent produire.*

1478. Nous commencerons ce chapitre par la solution d'un problème utile, non seulement pour les objets que nous aurons à y traiter, mais encore pour beaucoup d'autres questions relatives à la communication du mouvement dans les machines. Il s'agit. d'avoir la relation entre les positions respectives de deux leviers tournant autour d'axes fixes et liés entre eux par une verge inflexible et inextensible qui forme charnière ou articulation à chacune de ses jonctions avec les leviers. Cette relation une fois connue, on en déduit, par les principes posés dans la 1<sup>re</sup> partie de cet ouvrage, celle des puissances qui agiroient sur ces leviers, soit dans le cas de l'équilibre, soit dans celui du mouvement. Voici l'énoncé du problème.

Soient (fig. 205) AC et BD deux bras de leviers tournant autour des axes immobiles A et B, et dont les extrémités C et D sont liées par la verge inflexible et inextensible CD. On demande 1°. la relation entre les angles formés par les droites AC, CD, DB, et une ligne droite AB', donnée de position dans toutes les situations des leviers AC, BD, que leur liaison mutuelle rend possibles ; 2°. la position d'un point donné M de la ligne CD, correspondant à une position quelconque des leviers.

SOLUTION. Supposons que AB' est une ligne horizontale ; menons les verticales BB', MP, et les horizontales CH, BK. Faisons de plus

$$AB = a$$

$$BD = b$$

$$CD = c$$

$$AC = d$$

$$AB' = a'$$

$$B'B' = a''$$

$$\text{angle } CAB' = \beta$$

$$\text{angle } DCH = \gamma$$

$$\text{angle } DBK = \delta$$

$$\text{la verticale } MP = \gamma$$

$$AP = x$$

$$\frac{CM}{DC} = n ; \text{ d'où } CM = nc.$$

Q ij



La ligne  $AB'$  est égale à la somme des projections horizontales des lignes  $AC$ ,  $CD$ ,  $DB$ ; et chacune de ces projections a pour valeur le produit de la ligne projetée par le cosinus de l'angle que cette ligne fait avec l'horizon.

La ligne  $BB'$  est égale à la somme des projections verticales des lignes  $AC$  et  $CD$ , moins la projection verticale de la ligne  $BD$ ; et chacune de ces projections est égale au produit de la ligne projetée par le sinus de l'angle que cette ligne fait avec l'horizon.

Les propriétés que nous venons d'énoncer deviendront sensibles à l'œil en menant les verticales  $CC'$ ,  $DD'$ , et l'horizontale  $DD''$ .

Ces deux propriétés donnent respectivement les équations

$$a' = d \cos. \beta + c \cos. \gamma + b \cos. \delta \dots (1)$$

$$d \sin. \beta + c \sin. \gamma = b \sin. \delta + a'' \dots (2),$$

ou, en transposant,

$$c \cos. \gamma = a' - d \cos. \beta - b \cos. \delta \dots (3)$$

$$c \sin. \gamma = a'' - d \sin. \beta + b \sin. \delta \dots (4).$$

Elevant au carré chaque membre de ces deux équations, mettant pour  $\cos.^2 \gamma$  sa valeur  $1 - \sin.^2 \gamma$ , ajoutant les équations membre à membre, et faisant attention que  $\sin.^2 + \cos.^2 = 1$ , l'angle  $\gamma$  se trouvera éliminé, et on aura pour la relation entre  $\beta$  et  $\delta$

$$c^2 = a'^2 + a''^2 - 2a' \left\{ \begin{matrix} d \cos. \beta \\ + b \cos. \delta \end{matrix} \right\} + 2a'' \left\{ \begin{matrix} b \sin. \delta \\ - d \sin. \beta \end{matrix} \right\} + d^2 + b^2 + 2bd \left\{ \begin{matrix} \cos. \beta \cos. \delta \\ - \sin. \beta \sin. \delta \end{matrix} \right\} \dots (5),$$

écrivant pour  $a'^2 + a''^2$  sa valeur  $a^2$ , divisant par  $2bd$ , faisant  $\frac{c^2 - a^2 - d^2 - b^2}{2bd} = f$ , et réduisant, on a

$$f = \left( \cos. \delta - \frac{a'}{b} \right) \cos. \beta - \left( \sin. \delta + \frac{a''}{b} \right) \sin. \beta - \left( \frac{a'}{d} \cos. \delta - \frac{a''}{d} \sin. \delta \right) \dots (6).$$

Faisons

$$\cos. \delta - \frac{a'}{b} = A,$$

$$\sin. \delta + \frac{a''}{b} = B,$$

$$\frac{a' \cos. \delta - a'' \sin. \delta}{d} = C,$$

$$C + f = D;$$

l'équation (6) devient, en substituant  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,

$$\sin. \beta = \frac{A}{B} \cos. \beta - \frac{D}{B} \dots (7).$$

Elevant au carré et substituant pour  $\sin.^2 \beta$  sa valeur  $1 - \cos.^2 \beta$ , on a, réductions faites,



$$\cos.^2 \beta - \frac{2AD}{A^2 + B^2} \cos. \beta = \frac{B^2 - D^2}{A^2 + B^2},$$

d'où on tire,

$$\cos. \beta = \frac{AD}{A^2 + B^2} \pm \left\{ \frac{A^2 D^2}{(A^2 + B^2)^2} + \frac{B^2 - D^2}{A^2 + B^2} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

et, en réduisant,

$$\sin. \beta = \frac{-BD \pm A(A^2 + B^2 - D^2)^{\frac{1}{2}}}{A^2 + B^2} \dots (8),$$

$$\cos. \beta = \frac{AD \pm B(A^2 + B^2 - D^2)^{\frac{1}{2}}}{A^2 + B^2} \dots (9),$$

équations pour calculer toutes les valeurs de  $\beta$  correspondantes à des valeurs données de  $\delta$ .

Pour obtenir l'équation inverse, qui donneroit  $\delta$  en valeurs de  $\beta$ , il faut disposer le 2<sup>e</sup> membre de l'équation (6) comme il suit :

$$(10). \dots f = \left( \cos. \beta - \frac{a'}{d} \right) \cos. \delta - \left( \sin. \beta - \frac{a''}{d} \right) \sin. \delta - \left( \frac{a' \cos. \beta + a'' \sin. \beta}{b} \right).$$

Faisons

$$\cos. \beta - \frac{a'}{d} = A',$$

$$\sin. \beta - \frac{a''}{d} = B',$$

$$\frac{a' \cos. \beta + a'' \sin. \beta}{b} = C',$$

$$C' + f = D';$$

l'équation (10) deviendra

$$\sin. \delta = \frac{A'}{B'} \cos. \delta - \frac{D'}{B'},$$

équation de même forme que l'équation (7), et qui donne

$$\sin. \delta = \frac{-B'D' \pm A'(A'^2 + B'^2 - D'^2)^{\frac{1}{2}}}{A'^2 + B'^2} \dots (11),$$

$$\text{et} \dots \cos. \delta = \frac{A'D' \pm B'(A'^2 + B'^2 - D'^2)^{\frac{1}{2}}}{A'^2 + B'^2} \dots (12);$$

au moyen de quoi on a toutes les valeurs de  $\delta$  correspondantes à des valeurs données de  $\beta$ .

Cherchons maintenant une équation entre  $\gamma$  et  $\beta$ , et pour cela faisons

$$\left. \begin{aligned} a' - d \cos. \beta &= P \\ a'' - d \sin. \beta &= R \end{aligned} \right\}, \text{ d'où } P^2 + R^2 = a^2 + d^2 - 2d(a' \cos. \beta + a'' \sin. \beta),$$

$$\frac{b^2 - \{c^2 + P^2 + R^2\}}{2c} = M.$$



Les quantités  $P$  et  $R$ , substituées dans les équations (3) et (4), donnent

$$b \cos. \delta = P - C \cos. \gamma. \quad \dots \dots \dots (13),$$

$$b \sin. \delta = c \sin. \gamma - R. \quad \dots \dots \dots (14);$$

carrant les équations, ajoutant et réduisant, il vient

$$b^2 = P^2 + R^2 + c^2 - 2cP \cos. \gamma - 2cR \sin. \gamma;$$

divisant par  $2cR$  et substituant  $M$ , on a

$$\sin. \gamma = \frac{-P}{R} \cos. \gamma - M \quad \dots \dots \dots (15);$$

équation d'où on tire

$$\sin. \gamma = \frac{-MR \pm P(P^2 + R^2 - M^2)^{\frac{1}{2}}}{P^2 + R^2} \quad \dots \dots \dots (16),$$

$$\text{ou } \cos. \gamma = \frac{-MP \pm R(P^2 + R^2 - M^2)^{\frac{1}{2}}}{P^2 + R^2} \quad \dots \dots \dots (17).$$

Il reste encore à trouver la position du point  $M$  correspondante à une position quelconque des leviers, ce qui se réduit à avoir une équation entre  $AP$  ou  $PM$ , et l'un des angles  $\beta$ ,  $\gamma$  ou  $\delta$ . Pour cela observons qu'on a

$$AP = AC' + C'P,$$

$$AP = AB' - B'D' - PD',$$

c'est-à-dire

$$x = d \cos. \beta + nc \cos. \gamma \quad \dots \dots \dots (18),$$

$$x = a' - b \cos. \delta - (1-n)c \cos. \gamma. \quad \dots \dots \dots (19);$$

divisant l'équation (18) par  $n$ , et l'équation (19) par  $(1-n)$ , ajoutant les deux équations et réduisant,  $\gamma$  se trouve éliminé, et on a

$$\frac{x}{n(1-n)} = \frac{a'}{1-n} + \frac{d}{n} \cos. \beta - \frac{b}{1-n} \cos. \delta,$$

$$\text{d'où } x = (1-n) d \cos. \beta + n(a' - b \cos. \delta). \quad \dots \dots \dots (20).$$

Ainsi, pour une valeur donnée d'une des indéterminées  $\beta$  ou  $\delta$ , on calculera l'autre indéterminée par le moyen d'une des deux équations (12) ou (9), et on aura la valeur correspondante de  $x$ .

L'équation qui donne  $x$  en valeur de  $\beta$  seule est

$$x = (1-n) d \cos. \beta + n \left\{ a' - b \frac{[A'D' \pm B'(A'^2 + B'^2 - D'^2)^{\frac{1}{2}}]}{A'^2 + B'^2} \right\} \dots \dots \dots (21).$$

On trouveroit de la même manière la valeur de  $PM$ , en faisant attention que



$$PM = CC' + MP',$$

$$PM = D'K + KD - DQ,$$

c'est-à-dire

$$y = d \sin. \beta + nc \sin. \gamma,$$

$$y = a'' + b \sin. \delta - (1 - n) c \sin. \gamma;$$

éliminant  $\gamma$ , il vient

$$\frac{y}{n(1-n)} = \frac{d}{n} \sin. \beta + \frac{a''}{1-n} + \frac{b}{1-n} \sin. \delta,$$

$$\text{ou } y = (1-n) d \sin. \beta + n (a'' + b \sin. \delta) \dots (22);$$

équation dans laquelle on peut substituer la valeur de  $\sin. \delta$  déduite de l'équation (11): on pourroit, cette substitution faite, éliminer  $\beta$  entre les équations (22) et (21); au moyen de quoi on auroit l'équation de la courbe décrite par le point M en  $x$ ,  $y$  et constantes, et qui est une courbe algébrique; mais ce seroit se livrer inutilement à des calculs laborieux.

Il est bien essentiel, pour faire usage des équations précédentes, d'avoir égard aux signes des angles; il faut se souvenir que les sommets des angles  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$ , sont en A, C et B; que les origines des valeurs positives de ces angles sont sur des lignes horizontales, passant par chacun des points A, C et B; que ces origines se trouvent dans la direction de A en B' pour l'angle  $\beta$ , dans celle de C en H pour l'angle  $\gamma$ , dans celle de B en K pour l'angle  $\delta$ , et enfin que les angles positifs se comptent au-dessous de chacune des horizontales AB', CH et BK; enfin nous avons donné les expressions des sinus et celles des cosinus, tant pour fournir des moyens de vérification que parce que l'exactitude exige qu'on calcule par leurs sinus les petits angles, et par leurs cosinus ceux qui approchent de  $90^\circ$ .

1481. Pour faire une première application de ces équations, supposons que les deux bras de leviers AC et BD sont égaux, qu'ils se trouvent ensemble dans la position horizontale, que  $CD = BB'$ , et que  $CM = \frac{1}{2} CD$ . C'est le cas dont nous avons parlé art. (1417) en faisant la description du mécanisme au moyen duquel le piston du cylindre à vapeur de la machine représentée par la fig. (241) communiquoit son action au balancier: AC représente le balancier, et DB le contre-balancier. On voit combien il est utile pour la régularité du mouvement et pour la conservation des principales pièces de la machine de placer le balancier et le contre-balancier à des hauteurs au-dessus du cylindre, telles que la ligne que le point de suspension de la tige du piston décrit pendant la course du



piston soit la portion de la courbe totale qui approche le plus d'une ligne droite verticale; cette disposition ne peut se trouver bien exactement que par les méthodes de calcul que nous donnons ici.

Les conditions précédentes donnent  $d=b$ ;  $a'=b+d=2b$ ;  $a''=c$ ;  $n=\frac{1}{2}$ ; soit de plus  $c=kb$ ; on aura  $a=b(k^2+4)^{\frac{1}{2}}$  et  $f=-3$ . Les quantités  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ , deviendront; savoir,

$$A' = \cos. \beta - 2,$$

$$B' = \sin. \beta - k,$$

$$C' = 2 \cos. \beta + k \sin. \beta,$$

$$D' = 2 \cos. \beta + k \sin. \beta - 3.$$

Pour faciliter le calcul des diverses valeurs de  $\delta$  et de  $x$  correspondantes à des valeurs données de  $\beta$ , nous avons calculé la table suivante, qui donne de 5 en 5 degrés, depuis  $\beta=0^\circ$  jusqu'à  $\beta=30^\circ$  (ce qui est plus que suffisant pour la pratique), les valeurs numériques des différentes quantités qui entrent dans l'équation (11) art. (1478), en ne laissant indéterminé que  $k$ , qui dépend de la proportion particulière entre les différentes parties du balancier. Lorsqu'au moyen de cette table on aura calculé  $\sin. \delta$ , on substituera la valeur de  $\cos. \delta$  dans l'équation (20) art. (1479), et un calcul très simple donnera celle de  $x$ .

Les signes supérieurs dans la table suivante se rapportent aux valeurs positives de  $\beta$ , c'est-à-dire aux cas où la ligne AC est au-dessous de l'horizontale, et les signes inférieurs se rapportent aux valeurs négatives de  $\beta$ .



TABLE pour calculer les inclinaisons correspondantes du balancier et du contre-balancier, et la quantité dont la tige du piston du cylindre à vapeur s'écarte de la verticale pendant la course du piston.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
$\beta$ .	$\sin. \beta$ .	$\cos. \beta$ .	$A'$ .	$B'$ .	$D'$ .	$A'^2$ .	$B'^2$ .	$D'^2$ .	$A'^2 + B'^2$ .	$A'^2 + B'^2 - D'^2$ .
0	$\pm 0$	1,0000000	-1,000000	0,000000 -K	$\pm 0,0000000K$ -1,0000000	1,0000	0,0000 $\mp 0,0000 K$ $+ K^2$	1,0000 $\mp 0,0000 K$ $+ 0,0000 K^2$	1,00000 $+ K^2$	-0,000000 $\pm 0,00000 K$ $+ 1,00000 K^2$
$\pm 5$	$\pm 0,0871557$	0,9961947	-1,0038053	$\pm 0,0871557$ -K	$\pm 0,0871557K$ -1,0076106	1,0077	0,007596 $\mp 0,17431 K$ $+ K^2$	1,01540 $\mp 0,17564 K$ $+ 0,00760 K^2$	1,01530 $\mp 0,17431 K$ $+ K^2$	-0,0001 $\pm 0,00153 K$ $- 0,992404 K^2$
$\pm 10$	$\pm 0,1736482$	0,9848077	-1,0151923	$\pm 0,1736482$ -K	$\pm 0,1736482K$ -1,0303846	1,0306	0,03015 $\mp 0,34730 K$ $+ K^2$	1,01616 $\mp 0,35786 K$ $+ 0,030154 K^2$	1,06075 $\mp 0,3473 K$ $+ K^2$	-0,00085 $\pm 0,01057 K$ $+ 0,969846 K^2$
$\pm 15$	$\pm 0,2588190$	0,9659258	-1,0340742	$\pm 0,2588190$ -K	$\pm 0,2588190K$ -1,0681484	1,0693	0,06699 $\mp 0,51764 K$ $+ K^2$	1,1408 $\mp 0,5529 K$ $+ 0,06699 K^2$	1,13629 $\mp 0,51764 K$ $+ K^2$	-0,0045 $\pm 0,03526 K$ $+ 0,933013 K^2$
$\pm 20$	$\pm 0,3420202$	0,9396926	-1,0603074	$\pm 0,34202$ -K	$\pm 0,3420202K$ -1,1206148	1,1242	0,11698 $\mp 0,6840 K$ $+ K^2$	1,2557 $\mp 0,76652 K$ $+ 0,11698 K^2$	1,24118 $\mp 0,68404 K$ $+ K^2$	-0,01452 $\pm 0,08248 K$ $+ 0,88302 K^2$
$\pm 25$	$\pm 0,4226183$	0,9063078	-1,0936922	$\pm 0,4226183$ -K	$\pm 0,4226183K$ -1,1873844	1,1962	0,17859 $\mp 0,84524 K$ $+ K^2$	1,4099 $\mp 1,00364 K$ $+ 0,1706 K^2$	1,37479 $\mp 0,84524 K$ $+ K^2$	-0,0351 $\pm 0,1584 K$ $+ 0,8214 K^2$
$\pm 30$	$\pm 0,5000000$	0,8660254	-1,1339746	$\pm 0,5000000$ -K	$\pm 0,5000000K$ -1,2679492	1,2859	0,25000 $\mp 1,00000 K$ $+ K^2$	1,6076 $\mp 1,2679 K$ $+ 0,25 K^2$	1,53590 $\mp 1,00000 K$ $+ K^2$	-0,0717 $\pm 0,26788 K$ $+ 0,75 K^2$

1482. Lorsqu'on aura, au moyen de la table précédente, calculé la valeur de  $\delta$ ,  $x$  sera donné par l'équation (21), art. (1479), qui, en faisant  $n = \frac{1}{2}$  et  $d = b$ , devient

$$x = b \left( 1 + \frac{\cos. \beta - \cos. \delta}{2} \right).$$

Cette valeur de  $x$  se réduit à  $b$  lorsque  $\cos. \beta = \cos. \delta$ , c'est-  
Tome II. R

*Handwritten note:*  
Blas when measured



à-dire lorsque  $\beta = 0$ ; mais il faut observer que les cosinus ayant des variations très lentes dans les premiers degrés du quart-de-cercle, la différence  $\cos. \beta - \cos. \delta$  a dans ce cas une très petite valeur, qu'il faut encore réduire à moitié pour la multiplier par  $b$ . Ainsi on voit d'avance que, lorsque  $\beta$  sera un angle d'un petit nombre de degrés, la valeur de  $x$  sera à-peu-près constante; c'est ce que l'exemple suivant va rendre sensible.

Exemples de  
l'usage de la  
table.

1483. Nous supposons que CD est la moitié de AC, c'est-à-dire que l'armature. *fig.* (313), qui supporte la tige du piston, a de longueur la moitié de la distance entre l'axe de rotation du balancier et l'extrémité de ce balancier; cette proportion est, à très peu près, celle qu'on a adoptée dans les machines exécutées, et nous en donnerons un exemple ci-après. On aura dans ce cas les résultats contenus dans la table suivante.  $b$  exprime la longueur du bras du balancier.

1.	2.	3.		4.	5.	6.	7.
Angles d'inclinaison du		Distances du sommet de la		Différences entre		Différences des valeurs	
balancier.	contre-balancier.	tige du piston aux lignes passant par l'axe du balancier.		$x$ et $b$ .	$y$ et $\frac{1}{4}b$ .	de $x$ .	
$\beta$ .	$\delta$ .	Verticale $x$ .	Horizontale $y$ .			Premières.	Deuxièmes.
+ 30.°	26.° 8.' 23."	+ 0,9841515. $b$	+ 0,7202808. $b$	- 0,0158485. $b$	+ 0,4702808. $b$	0,0089207. $b$	
+ 25.	23. 2. 58.	+ 0,9930722. $b$	+ 0,6570718. $b$	- 0,0069278. $b$	+ 0,4702808. $b$	0,0045118. $b$	- 0,0044089. $b$
+ 20.	19. 10. 27.	+ 0,9975840. $b$	+ 0,5852305. $b$	- 0,0024160. $b$	+ 0,3352305. $b$	0,0018356. $b$	- 0,0026762. $b$
+ 15.	14. 44. 27.	+ 0,9994196. $b$	+ 0,5066330. $b$	- 0,0005804. $b$	+ 0,2566330. $b$	0,0005060. $b$	- 0,0013296. $b$
+ 10.	9. 57. 3.	+ 0,9999256. $b$	+ 0,4232256. $b$	- 0,0000744. $b$	+ 0,1732256. $b$	0,0000734. $b$	- 0,0004336. $b$
+ 5.	4. 59. 49.	+ 0,9999990. $b$	+ 0,3371291. $b$	- 0,0000010. $b$	+ 0,0871291. $b$	0,0000010. $b$	- 0,0000724. $b$
± 0.	0. 0. 0.	+ 1,0000000. $b$	+ 0,2500000. $b$	± 0,0000000. $b$	+ 0,0000000. $b$	0,0000017. $b$	+ 0,0000007. $b$
- 5.	5. 0. 8.	+ 1,0000017. $b$	+ 0,1628250. $b$	+ 0,0000017. $b$	- 0,0871750. $b$	0,0000767. $b$	+ 0,0000750. $b$
- 10.	10. 3. 6.	+ 1,0000784. $b$	+ 0,0759079. $b$	+ 0,0000784. $b$	- 0,1740921. $b$	0,0005623. $b$	+ 0,0004856. $b$
- 15.	15. 16. 52.	+ 1,0006407. $b$	- 0,0111870. $b$	+ 0,0006407. $b$	- 0,2611870. $b$	0,0024060. $b$	+ 0,0018437. $b$
- 20.	20. 59. 49.	+ 1,0030467. $b$	- 0,1001692. $b$	+ 0,0030467. $b$	- 0,3501692. $b$	0,0085435. $b$	+ 0,0061375. $b$
- 25.	27. 58. 41.	+ 1,0115902. $b$	- 0,1958758. $b$	+ 0,0115902. $b$	- 0,4458758. $b$		



Les valeurs positives de  $\beta$  indiquent les positions où le balancier se trouve au-dessous de l'horizontale; et on voit que  $x$  diffère d'autant plus de  $b$ , que l'angle d'inclinaison du balancier est plus grand, moins cependant dans les positions inférieures que dans les supérieures. La 7<sup>e</sup> colonne des différences 2<sup>es</sup> offre un changement de signe correspondant à la valeur de  $\beta=0$ , ce qui annonce un point d'inflexion qui se trouve à égale distance du balancier et du contre-balancier supposés tous deux dans une position horizontale. C'est de cette propriété que dérive celle du mouvement rectiligne; car on sait que la courbure, nulle aux points d'inflexion, est peu sensible encore à une petite distance de ces points. (*Voyez les fig. (208 et 209), et la note.*)

Les valeurs de  $y$  ont été calculées au moyen de l'équation (22), art. (1479), en faisant dans cette équation  $d=b$ ,  $n=\frac{1}{2}$ ,  $a''=Kb$ ,  $K=\frac{1}{2}$ , ce qui donne

$$y = \frac{1}{4}b + b \frac{\sin. \beta + \sin. \delta}{2}.$$

Observons en passant que la valeur de  $y$  est égale à  $\frac{1}{4}b$ , ou à la moitié de la distance entre le balancier et le contre-balancier supposés horizontaux, plus à une quantité qui, lorsque  $\beta$  et  $\delta$  diffèrent peu, se réduit sensiblement à  $b \sin. \beta$ , c'est-à-dire à la distance verticale depuis l'extrémité du balancier jusqu'à l'horizontale passant par son axe de rotation.

Pour appliquer les calculs précédents à des nombres absolus, soit la longueur du balancier = 12 pieds = 1728 lignes; toutes les proportions étant d'ailleurs les mêmes que ci-dessus, on aura les résultats suivants pour la marche du piston.

$\beta$ .	$x$ .	$y$ .	$\beta$ .	$x$ .	$y$ .	$\beta$ .	$x$ .	$y$ .	$\beta$ .	$x$ .	$y$ .
deg.	lig.	lig.	deg.	lig.	lig.	deg.	lig.	lig.	deg.	lig.	lig.
30	1700,61	1244,64	15	1727,00	875,46	0	1728,00	432,00	-15	1729,10	-19,33
25	1716,03	1135,42	10	1726,96	731,33	-5	1728,00	281,36	-20	1733,26	-173,09
20	1723,83	1011,28	5	1728,00	582,56	-10	1728,14	131,17	-25	1748,04	-338,47

On voit maintenant quel angle le balancier doit faire avec l'horizontale pour que le sommet de la tige du piston s'écarte de la verticale d'une quantité donnée. Cette quantité est d'une ligne pour 15 degrés au-dessous, et de 1,1 de ligne pour 15 degrés au-dessus, ou en général de  $\frac{58}{100000}$  et de  $\frac{64}{100000}$  de la longueur du balancier: cette



précision seroit suffisante si la course du piston répondoit à la grandeur de la machine; et, pour s'en assurer, il faut prendre dans la table les valeurs de  $y$  correspondant à  $+15^\circ$  et  $-15^\circ$ , et les retrancher l'une de l'autre en ayant égard aux signes.

Ainsi à  $+15^\circ$ ,  $y = \dots\dots\dots + 875,46$  lignes.

à  $-15^\circ$ ,  $y = \dots\dots\dots - 19,33$

Différence ou course du piston  $\dots\dots 894,79$  lignes.

Ce qui donne 6 pieds 2 pouces  $6\frac{3}{4}$  lignes, course qui peut être suffisante pour un cylindre à vapeur de trois pieds au moins.

Pour avoir la valeur de  $y$  correspondante à la moitié de la course du piston, il faut observer que l'abaissement total au-dessous de l'horizontale passant par l'axe du balancier est de  $\dots\dots\dots 875,46$  lignes.

dont il faut retrancher la demi-course  $\dots\dots 447,29$

Différence ou valeur de  $y$  cherchée  $\dots\dots 428,17$  lignes.

Ce résultat fait voir que le point d'inflexion mentionné plus haut, et correspondant à  $\beta = 0$  ou à  $y = 432$  lignes, divise assez exactement en deux parties égales la course du point supérieur de la tige du piston, puisqu'il ne s'en faut pas de 4 lignes qu'il ne réponde précisément au milieu de cette course. Cette condition est indispensable, et il faut toujours établir la proportion et disposer les parties de la machine en conséquence (\*).

(\*) La figure (208) offre la description entière de la courbe que le sommet de la tige du piston décriroit dans toutes les positions possibles du balancier et du contre-balancier. Quoique nous ayons donné toutes les formules et les méthodes nécessaires pour en calculer tous les points, il ne sera pas inutile d'ajouter encore quelques détails graphiques. Le point A est un centre de rotation immobile, AC une horizontale, CD une verticale, DB une horizontale tournant autour du centre immobile B; et on a  $AC = DB$ ,  $CD = \frac{1}{K} \cdot AC$ ,  $CE = \frac{1}{2} CD$ ; et on demande la courbe décrite par le point E dans toutes les positions de AC, CD et DB. On voit d'abord que les points C et D parcourront des arcs de cercle (12)' (10)' C(4)', (1) D(10) (8). Supposons que D(1) soit le plus grand arc supérieur que D puisse parcourir, ce qui suppose que C est parvenu de son côté en (1)' et CD en (1)'(1), de telle sorte que A(1)'(1) soit une ligne droite. On connoît la valeur de l'arc D(1) en cherchant celle de l'arc ED(1), par la solution du triangle AB(1),



1484. Le balancier et le contre-balancier de la machine à feu établie par MM. Perier à l'isle des Cygnes, à Paris, ont chacun 9 pieds 2 pouces de longueur entre les centres des

Application  
à la machine de  
l'isle des Cy-  
gnes.

dont tous les côtés sont donnés). Si on divise  $(1)'(1)$  en deux parties égales en  $S$ , le point  $S$  appartiendra à la courbe. Le point  $(1)'$  étant parvenu en  $(2)'$ , le milieu  $a$  de  $(2)'(2)$  sera encore un point de la courbe; enfin le point  $(2)'$  continuant de marcher jusqu'en  $C$ , on aura obtenu de cette manière l'arc  $SaE$ . Le point  $C$  continuant de descendre, et se trouvant, par exemple, en  $(3)'$ , le point  $E$  se trouvera en  $b$ , et on aura de cette sorte l'arc  $EbU$ , le point  $U$  répondant à la plus grande digression  $(4)'$  de  $C$ , cas auquel  $(4)'(4)$  et  $(4)B$  sont en ligne droite. Mais le point  $(4)$  marchant toujours dans le même sens et arrivant en  $(5)$ , le point  $(4)'$  redescend en  $(5)'$ , et on a un point  $d$  de la courbe; le point  $(5)$  arrive ensuite à un point  $(6)$ , tel que les angles  $B(6)(6)'$  et  $A(6)'(6)$  sont égaux, et on a le sommet  $X$  de la courbe.  $(6)$  passe ensuite en  $(7)$ , ce qui donne le point  $e$  de la courbe, et enfin en  $(8)$ , point de la plus grande digression qui se trouve dans une même ligne droite avec  $(8)'$  et  $A$ , et donne le point  $V$  correspondant à  $U$ . Alors la  $A(8)'(8)$  se plie de manière à former un angle saillant par rapport au haut de la planche, de rentrant qu'il étoit; le point  $(8)$  remonte, et arrivant en  $(9)$ , donne le point  $g$  de la courbe; il arrive ensuite en  $(10)$ , où la ligne  $B(10)$  est tangente à un cercle  $CODOC$ , qui a la ligne  $CD$  pour diamètre. Alors les angles  $B(10)(10)'$ ,  $A(10)'(10)$ , sont droits, et les lignes  $B(10)$ ,  $(10)(10)'$ ,  $(10)'A$ , sont respectivement dans la même position que les lignes  $AC$ ,  $CD$ ,  $DA$ , et l'axe  $VgE$  se termine au même point  $E$  trouvé précédemment.

On concevra aisément comment le point  $(10)$  passant successivement en  $(11)$ ,  $(12)$ ,  $(13)$ ,  $(14)$  et  $(15)$ , on a successivement les points  $h$ ,  $C$ ,  $k$ ,  $R$  et  $m$  de la courbe, qui est enfin fermée au point  $S$  lorsque les deux extrémités des rayons reviennent en  $(1)$  et  $(1)'$  d'où elles étoient parties.

On voit, par la description précédente, que la courbe est composée de quatre parties semblables et égales, séparées par les axes  $AEB$  et  $RX$ , menés à angle droit l'un sur l'autre.  $CE$  étant par construction  $= \frac{1}{2K} \cdot AC$ , la tangente de l'angle  $CAE = \frac{1}{2K}$ , ce qui donne pour la valeur de cet angle ou de son égal  $CEX$ ,  $14^\circ 2' 10''$ , dans le cas où  $K=2$ ,  $9^\circ 27' 40''$  dans celui où  $K=3$ , etc.

L'arc  $hEV$  étant égal et semblable à l'arc  $aEU$ , les points de  $hEV$ , voisins de  $E$ , seront par conséquent sensiblement en ligne droite; ainsi les points  $A$  et  $B$  restant les mêmes, si on donne à la ligne brisée  $ACDB$  la position  $A(10)'(10)B$ , le point  $E$  pourra opérer une traction sensiblement rectiligne dans une direction  $(10)'E(10)$ , faisant avec la verticale un angle  $CE(10)$  double de celui qui auroit  $\frac{1}{2K}$  pour tangente.

Finissons par observer que les vitesses angulaires des points  $C$  et  $D$ , qui diffèrent fort peu dans le voisinage de la circonférence  $CODOC$ , deviennent très inégales lorsque les points  $C$  ou  $D$  sont vers les extrémités des arcs qu'ils peuvent parcourir. On voit, par exemple, que l'arc  $(3)'(4)'$  répond à l'arc



axes de rotation. La pièce qui unit leurs extrémités et au milieu de laquelle la tige du piston est suspendue, a quatre pieds trois lignes également entre les centres des axes. D'un autre côté l'extrémité inférieure de la bielle qui fait tourner le volant décrit une circonférence de 5,052 pieds de diamètre, longueur égale à la course du piston, et dont la moitié 2,026 donne  $16^{\circ} 0'$  pour le plus grand angle formé par le balancier et l'horizontale qui passe par son axe de rotation: on a donc

$$b = 9,1667; K = \frac{4,0208}{9,1667} = 0,43864; \beta = 16^{\circ} 0'.$$

Comparant ces données avec les formules de l'art. (1481), on a

$$A' = \cos. \beta - 2 = -1,0387383,$$

$$B' = \sin. \beta - K = -0,16299,$$

$$D' = 2 \cos. \beta + K \sin. \beta - 3 = -0,95662.$$

Substituant ces nombres dans la formule de l'article (1478),

$$\sin. \delta = \frac{-B'D' \pm A'(A'^2 + B'^2 - D'^2)^{\frac{1}{2}}}{A'^2 + B'^2},$$

la racine qui satisfait à la question donne  $\delta = 15^{\circ} 36'$ .

Maintenant, pour trouver de combien le sommet de la tige du piston s'écarte de la verticale à l'extrémité de sa course, il faut calculer l'équation de l'art. (1482),

$$x = b \left( 1 + \frac{\cos. \beta - \cos. \delta}{2} \right),$$

qui donne  $x = 9,1575$ .

Ainsi le sommet de la tige du piston s'écarte de la verticale, à l'extrémité inférieure de sa course, de  $9,1667 - 9,1575 = 0,0092$ , le pied étant l'unité, ce qui équivaut à 1 ligne  $\frac{1}{3}$  sur plus de cinq pieds de course.

1485. Les constructeurs éclairés nous sauront quelque gré des détails dans lesquels nous venons d'entrer, par la facilité qu'ils donnent de déterminer avec exactitude des proportions qu'aucune construction graphique ne pourroit donner avec assez de précision. Le calcul est d'autant plus indispensable dans de pareilles circonstances, que la perfection tient à de très petites quantités, qui, si on les néglige, peuvent influer sur l'effet et la conservation des machines.

beaucoup plus grand (3)(4); on peut dans plusieurs circonstances tirer parti de cette propriété.

Ce que nous venons de dire est plus que suffisant pour guider les praticiens qui voudroient tracer la courbe dans le cas où AC ne seroit pas égal à DB, et où le point E ne seroit pas au milieu de CD.



1486. La propriété du mouvement sensiblement rectiligne et vertical de la tige du piston fournit un moyen très simple de calculer les inclinaisons de la ligne CD, *fig.* (208), ou de la verge qui joint les extrémités du balancier et du contre-balancier. Pour cela on supposera dans l'équation (18), art. (1479),  $x$  constant et égal à  $b$ ; faisant de plus  $d=b$  et  $nc=nkb$ , cette équation deviendra  $b=b \cos. \beta + \frac{1}{4}b \cos. \gamma$ , d'où  $\cos. \gamma = \frac{2}{k}(1 - \cos. \beta)$ , ce qui se réduit à

$$\cos. \gamma = \frac{2}{k} \text{ sinus verse } \beta;$$

et, dans le cas particulier de  $K=\frac{1}{2}$ ,  $\cos. \gamma = 4$  (sinus verse  $\beta$ ), équation qui peut être employée dans tout l'espace où le mouvement sensiblement rectiligne et vertical a lieu, et qui est indépendante des dimensions absolues du balancier, puisque la quantité  $b$  ne s'y trouve plus.

1487. La résistance que la vapeur contenue dans le cylindre a à surmonter peut toujours se réduire à un effort unique agissant à l'extrémité du balancier perpendiculairement à la ligne menée de cette extrémité à l'axe de rotation. La relation pour le cas de l'équilibre entre les efforts du moteur et de la résistance doit être variable à différentes inclinaisons du balancier, même dans l'hypothèse de la résistance constante; la vérité de cette proposition peut se déduire immédiatement et très simplement du principe des vitesses virtuelles exposé dans la première partie de cet ouvrage. Il résulte de ce principe que, dans le cas de l'équilibre, les espaces élémentaires que les points sur lesquels agissent le moteur et la résistance tendent à parcourir dans la direction des puissances, doivent être réciproquement proportionnels à ces puissances. Les espaces dont il s'agit sont la différentielle de  $\gamma$ , équation (22), art. (1479), et la différentielle de l'arc décrit par l'extrémité du balancier ou de l'arc  $\beta$  qui lui est proportionnel; or les rapports de ces différentielles n'étant pas constants, celui des différentielles ne peut pas l'être. Pour trouver l'expression variable du rapport variable des puissances, il faut substituer dans l'équation (22), art. (1479), pour  $\sin. \delta$  sa valeur déduite d'une des équations (11) ou (12), art. (1478), et on aura une équation entre  $\gamma$  et  $\beta$ , qui donnera le rapport demandé correspondant à une valeur quelconque de  $\beta$ .

Formules pour trouver la relation entre l'effort de la vapeur et la résistance à vaincre.

On peut simplifier extrêmement le calcul en ne cherchant qu'une valeur approchée applicable à l'espace que parcourt



le piston dans lequel  $x$  peut être censé sensiblement constant. Pour cela prenez l'équation trouvée à la fin de l'article précédent  $\cos. \gamma = \frac{2}{k} \sin. \text{verse } \beta$ , qui donne  $\sin.^2 \gamma = 1 - \frac{4}{k^2} (\sin. \text{verse } \beta)^2$ , et  $\sin. \gamma = \left\{ 1 - \frac{4}{k^2} (\sin. \text{verse } \beta)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$ ; et substituez la valeur de  $\sin. \gamma$ , ainsi trouvée, dans la première des valeurs de  $y$  qui précède l'équation (22), art. (1479); on aura, en faisant  $d=b$ ,  $n=\frac{1}{2}$ ,  $c=kb$ ,

$$y = b \left\{ \sin. \beta + \frac{1}{2} k \left[ 1 - \frac{4}{k^2} (\sin. \text{verse } \beta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\},$$

qui donne, en adoptant  $d$  pour le signe de la différentiation, afin de ne pas le confondre avec la ligne  $d$ ,

$$\frac{dy}{b d\beta} = \cos. \beta - \frac{2(1 - \cos. \beta) \sin. \beta}{\left\{ k^2 - 4(1 - \cos. \beta)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}};$$

expression qu'on peut employer pour toutes les valeurs de  $\beta$  correspondantes à l'espace dans lequel le mouvement du sommet de la tige du piston est sensiblement rectiligne et vertical.

Nommant  $P$  l'effort de la vapeur, et  $R$  la résistance à vaincre à l'extrémité du balancier perpendiculairement à sa direction, on a, en substituant au rapport  $\frac{dy}{b d\beta}$  son égal  $\frac{R}{P}$ ,

$$(H). \quad \frac{R}{P} = \cos. \beta - \frac{2 \sin. \beta (\sin. \text{verse } \beta)}{\left\{ (k + 2 \sin. \text{verse } \beta) (k - 2 \sin. \text{verse } \beta) \right\}^{\frac{1}{2}}}.$$

$P$  devient égal à  $R$  dans un seul cas; savoir, lorsque  $\beta=0$ ; ce qui est évident, puisque le moteur et la résistance agissent alors dans une même verticale à l'extrémité du même bras de levier.

On peut avoir le même rapport sans supposer aucune relation particulière entre  $d$ ,  $b$  et  $c$ , mais en conservant toujours l'hypothèse de  $x$  constant. Pour cela observons que les équations (20) et (22), art. (1479), donnent respectivement, en faisant  $x=d$ ,

$$\frac{dd}{d\beta} = \frac{(1-n)d \sin. \beta}{nb \sin. \delta},$$

$$\frac{dy}{d\beta} = (1-n) d \cos. \beta + nb \cos. \delta \cdot \frac{dd}{d\beta}.$$

Substituant dans la deuxième équation la valeur de  $\frac{dd}{d\beta}$  tirée de la première, et divisant par  $d$ , on a

$$\frac{dy}{d \cdot d\beta} = (1-n) \left( \cos. \beta + \frac{\cos. \delta}{\sin. \delta} \cdot \sin. \beta \right),$$

d'où on tire, en faisant attention que  $\frac{\cos. \delta}{\sin. \delta} = \text{tang. } \delta$ ,



$$\frac{R}{P} = (1 - n) \left( \cos. \beta + \frac{\sin. \beta}{\tan. \delta} \right) \dots (K).$$

Une valeur de  $\beta$  étant donnée, on en déduira celle de  $\delta$ , et réciproquement; et on calculera avec la formule précédente le rapport  $\frac{R}{P}$ .

1488. Si on suppose, comme dans les exemples précédents,  $k = \frac{1}{2}$  et  $b = d$ , on aura, pour le rapport de la résistance à la puissance, les différentes valeurs consignées dans la table suivante, et correspondantes à une course de  $30^\circ$ ; savoir,  $15^\circ$  au-dessus et  $15^\circ$  au-dessous du point d'inflexion.

Application  
à un exemple.

Inclinaison du balancier $\beta$ .	Valeur de $\frac{R}{P}$ par la formule H.	Valeur de $\frac{R}{P}$ par la formule K.
+ 15	0,93	0,97
+ 10	0,97	0,98
+ 5	0,99	0,99
$\pm 0$	1,00	1,00
- 5	0,99	0,99
- 10	0,99	0,98
- 15	1,00	0,96

Ces résultats nous apprennent que la variation de l'effort pour faire équilibre à la résistance n'est pas très considérable, et que, s'il n'y a d'ailleurs aucune cause d'irrégularité dans le mouvement, l'excès moyen de la puissance sur la résistance ne doit être que d'environ  $\frac{1}{50}$  pour l'équilibre. Nous verrons bientôt quels moyens on emploie pour perpétuer et conserver l'uniformité du mouvement.

1489. Le problème résolu art. (1478) et les formules qui résultent de sa solution rendent très faciles les calculs relatifs au parallélogramme de la *fig.* (225), auquel est attaché le piston du cylindre à vapeur, et dont on a parlé art. (1402). On a dit à l'art. cité que ce mécanisme avoit, comme celui de la *fig.* (241), la propriété de rendre le mouvement du piston sensiblement rectiligne et vertical: nous allons voir comment les propriétés de l'un et l'autre mécanisme sont liées l'une à l'autre.

Solution du  
problème géo-  
métrique rela-  
tif au parallé-  
logramme.

Soit, *fig.* (206), n°. 1 et 2, la ligne ACN, représentant un des bras du balancier dont l'axe immobile de rotation est en A; CDMN un parallélogramme dont tous les côtés sont assemblés à charnières ou articulations; BD une verge inflexible



tournant autour du point immobile B, et fixée à l'angle D du parallélogramme, de manière que cet angle peut tourner avec elle autour de B en parcourant tout l'arc que comporte la dépendance réciproque des points liés entre eux. On demande, dans toutes les positions que peut prendre la ligne ACN, les distances du point M à une horizontale AB' passant par A, et à une verticale passant par le même point.

Observons d'abord que les positions respectives des lignes AB, AC, CD, DB, rentrent précisément dans le cas de la *fig.* (205) et du problème résolu art. (1478): donnons à ces lignes, à leurs projections et à leurs inclinaisons à l'horizon, les mêmes dénominations qu'à l'art. cité; faisons de plus

$$CN = c',$$

$$\text{l'horizontale } AP = u,$$

$$\text{la verticale } PM = z.$$

Menons les horizontales KB, DH, et les verticales DG, HB'; observons que  $\text{angle } MDL = \text{angle } CAG = \beta$ , et nous aurons, n°. 1,

$$AP = AB' - B'G + GP = AB' - BK + DL,$$

$$PM = PE + EL + LM = BB' + DK + LM;$$

et substituant aux quantités leurs valeurs analytiques,

$$u = a' - b \cos. \delta + c' \cos. \beta,$$

$$z = a'' + b \sin. \delta + c' \sin. \beta.$$

1490. Le lecteur concevra au premier aspect que, lorsque  $\delta$  et  $\beta$  ne seront pas de grands angles, la valeur de  $u$  ne souffrira que de très petites variations, si, comme dans l'exemple de l'art. (1481),  $\delta$  et  $\beta$  sont presque égaux à peu de distance de l'horizontale passant par A. Dans ce cas la formule deviendra sensiblement  $u = a' - (b - c') \cos. \beta$ ; et comme dans les premiers degrés du quart-de-cercle  $\cos. \beta$  varie fort peu, la valeur  $a' - (b - c') \cos. \beta$  aura la même propriété, et sera, à peu de chose près, constamment égale à AN.

Pareillement on aura  $z = a'' + (b + c) \sin. \delta$ , longueur peu différente de PM, mais qui est rigoureusement la distance à l'horizontale AB' d'un point N', qu'on trouve en prolongeant DB d'une quantité  $DN' = CN$ .

Ce que nous venons de dire pour le n° 1 s'applique aisément au n° 2, en donnant aux angles et aux lignes les signes convenables.

Application 1491. Supposons, *fig.* (207), comme dans l'exemple de l'art.



(1481),  $AC = DB$ ,  $CD = \frac{1}{2} AC$ ,  $BB' = CD = \frac{1}{2} AC$ , et de plus  $CN = AC$ ; les équations de l'art. (1489) deviendront

$$u = 2b + b (\cos. \beta - \cos. \delta),$$

$$z = \frac{1}{2}b + b (\sin. \delta + \sin. \beta).$$

Si on mettoit dans ces équations  $\frac{1}{2}b$  au lieu de  $b$ , on auroit précisément les mêmes valeurs qu'on a trouvées pour  $x$  et  $y$  aux art. (1482 et 1483). Il faut observer que  $2b$  représente ici la longueur totale du bras du balancier, qui étoit représentée par  $b$  dans les équations des articles cités; d'après cela, si on prolonge  $NM$  jusques en  $D'$ , et  $AB'$  jusques en  $B''$ , de telle sorte que  $NM = \frac{1}{2}ND'$ ,  $AB'' = 2AB'$ , qu'on mène la verticale  $B''B'''$  et  $D'B'''$  parallèle à  $DB$ , on aura  $D'B''' = 2B$ , et  $B'''B'' = 2BB'$  (ce qui est évident, puisque les polygones  $ACDBB'$ ,  $AND'B'''B''$ , sont semblables, ayant un angle commun et tous les autres respectivement égaux); la courbe que le point  $M$  parcourra, considéré comme le sommet d'un des angles du parallélogramme  $CNMD$ , sera identiquement la même que celle que le même point  $M$  parcourroit s'il étoit, comme dans l'exemple de l'art. (1481), entraîné avec la ligne  $ND'$  par le mouvement des lignes  $AN$  et  $D'B'''$ , tournant autour des points  $A$  et  $B'''$ .

1492. En général, quel que soit le rapport des lignes  $AC$ ,  $CN$ ,  $CD$ ,  $DB$  et  $BB'$  entre elles, on peut toujours avoir un quadrilatère  $AB'''D'NA$ , tel que les côtés  $AN$  et  $B'''D'$  tournant respectivement autour des points  $A$  et  $B'''$ , le point  $M$  de la ligne  $ND'$  décrive la même courbe que lorsqu'il est supposé entraîné avec le parallélogramme  $CNMD$  en vertu des rotations des lignes  $AN$  et  $BD$  autour des points  $A$  et  $B$ : pour cela il faut prolonger  $NM$  jusqu'en  $D'$ , de telle sorte que

$$ND' = \frac{CD \times AN}{AC} = \frac{c(d+c')}{d}, \text{ mener par } A \text{ et } B \text{ une ligne } AB \text{ pro-}$$

longée jusqu'en  $B'''$  et dont la longueur soit égale à  $\frac{AN}{AC} \times AB = \frac{d+c'}{d} \cdot a$ ; la ligne  $D'B'''$  aura pour valeur  $\frac{AN \times DB}{AC} = \frac{d+c'}{d} \cdot b$ ; on

aura de plus  $AB'' = \frac{AN}{AC} \times AB' = \frac{d+c'}{d} \cdot a'$ , et  $B''B''' = \frac{AN}{AC} \times B'B = \frac{d+c'}{d} \cdot a''$ . Au moyen de ces déterminations tous les côtés des

polygones  $AB'DCA$ ,  $AB'''B'''D'NA$ , seront respectivement proportionnels, et il ne sera plus nécessaire que les points  $D$  et  $M$  soient liés par la verge  $DM$  pour que  $CD$  et  $NM$  conservent leur parallélisme; ce qu'on peut énoncer ainsi. Dans l'hypo-

Rapprochement de ce problème et du précédent.



these où la ligne AN, tournant autour du point A, feroit par l'intermede des lignes CD et ND' tourner les lignes DB et D'B''' respectivement autour des points B et B''', les lignes CD et ND' conserveront leur parallélisme de la même manière que si MD' et D'B''' n'existoient pas et qu'on construisît le parallélogramme CDMN. Il suit de là que le mouvement d'un point quelconque de la ligne ND', et même de toutes les pièces qui dépendent du parallélogramme, aura lieu de la même manière dans l'un et dans l'autre cas.

Ainsi, ayant les équations

$$u = a' - b \cos. \delta + c' \cos. \beta,$$

$$z = a'' + b \sin. \delta + c' \sin. \beta,$$

qui appartiennent au parallélogramme, pour avoir les équations analogues appartenantes au système de trois verges mobiles qui produiroient le même effet, il faut, en faisant attention que  $n = \frac{NM}{ND'} = \frac{d}{d+c'}$ , poser les équations

$$x = (1 - N) D \cos. \beta + N (A' - B \cos. \delta),$$

$$y = (1 - N) D \sin. \beta + N (A'' + B \sin. \delta),$$

en faisant  $N = \frac{d}{d+c'}$ ;  $A' = \frac{d+c'}{d} \cdot a'$ ;  $B = \frac{d+c'}{d} \cdot b$ ;  $D = d + c'$ ;

et construire ces équations en employant les majuscules N, A', B, D, de la même manière qu'on a employé les minuscules de même dénomination dans le problème de l'art. (1478) (\*).

(\*) La fig. (209) offre la description graphique de la courbe totale décrite par l'angle d'un parallélogramme dont les trois autres angles décrivent des arcs de cercle autour de deux points fixes, en supposant que ce parallélogramme parcourt successivement toutes les positions dont le système auquel il est lié le rend susceptible. Il ne faut pas s'embarrasser des moyens mécaniques par lesquels on pourroit effectuer de semblables mouvements : nous considérons ici les choses purement sous l'aspect géométrique.

A est un point de rotation immobile autour duquel tourne la ligne ACN, qui entraîne dans son mouvement le parallélogramme CNMD; B est un autre point de rotation immobile autour duquel tourne la ligne BD, qui assujettit à son mouvement l'angle D du parallélogramme CNMD, et lui fait décrire un arc de cercle autour du point B. D'après cela les points C et N décrivent autour du point A les arcs C<sup>2</sup>C<sup>7</sup>, N<sup>2</sup>N<sup>7</sup>; le point D décrit autour du point B l'arc D<sup>2</sup>D<sup>4</sup>, et le point M décrit une courbe particulière, dont voici la génération.

Supposons que le rayon BD soit parvenu en BD<sup>2</sup>, et le rayon AC en AC<sup>2</sup>, de telle manière que CD ait pris la position C<sup>2</sup>D<sup>2</sup>, et se trouve former



1493. Il est donc possible dans tous les cas de réduire l'un à l'autre les problèmes des art. (1478 et 1489); mais l'applica-

une seule ligne droite avec  $AC^0$  et  $D^0M^0$ ; le point  $M^0$  sera un premier point de la courbe;  $C^0$  parvenant ensuite en  $C^1$ , le point  $D^0$  montera en  $D^1$ : le parallélogramme, qui d'abord se confondoit avec la ligne droite, se développera en  $C^1N^1M^1D^1$ , et donnera le point  $M^1$  de la courbe. Les points  $D^1$ ,  $C^1$ , montant successivement, donneront les points  $M$ , etc.,  $M^2$ ; ce dernier correspondant à la plus grande ascension du point  $C$ , à laquelle l'angle  $CDB$  devient égal à  $180^\circ$ , et où les lignes  $CD$ ,  $DB$ , forment une seule ligne droite  $C^2D^2B$ . Le point  $C^2$  redescend ensuite en  $C^3$ ; le point  $D^2$  continue à monter en  $D^3$ , et le point  $M^2$  de la courbe devient le point  $M^3$ ; enfin le point  $C^3$  arrive en  $C^4$ , et le point  $D^3$  en  $D^4$ , de telle sorte que le parallélogramme est une seconde fois réduit à une ligne droite  $C^4D^4N^4M^4$  dans la direction du rayon  $AC^4$ . Alors le parallélogramme a engendré la demi-courbe  $M^0M^1MM^2M^3M^4$ ; l'autre moitié  $M^4M^5M^6M^7M^8M^0$ , qui est semblable et égale à la première, s'engendre par le changement de situation du parallélogramme qui passe du dessous au-dessus de la ligne  $ACN$ ; ainsi  $C^4$  étant descendu en  $C^5$ , le parallélogramme prend la position  $C^5D^5M^5N^5$ , et donne le point  $M^5$  de la courbe: on a de la même manière les points  $M^6$  et  $M^7$ , ce dernier correspondant au cas où le côté  $C^7D^7$  du parallélogramme est dans la direction du centre  $B$ . Enfin  $N^7$  remonte en  $N^8$  et  $N^0$ , et le point  $M^7$  engendre l'arc  $M^7M^8M^0$ , comme le point  $M^2$  avoit engendré l'arc  $M^2M^3M^4$ .

On voit que cette courbe est de même nature que celle que nous avons décrite dans la note de l'art. (1485). Elle a un point d'inflexion à chacune de ses branches  $M^1MM^2$ ,  $M^5M^6M^7$ ; celui de la première branche se trouve peu éloigné du point  $M$  lorsque la ligne  $AM$  ne s'écarte pas beaucoup de l'horizontale: et voilà, comme nous l'avons déjà remarqué, pourquoi ce point  $M$  parcourt sensiblement une ligne droite verticale, lorsque  $C$  ne parcourt pas de grands arcs au-dessus ou au-dessous de l'horizontale passant par le centre  $A$ .

Il y auroit beaucoup de choses curieuses à dire sur les propriétés de la courbe que nous venons de décrire; mais nous croyons que ce qui précède suffira aux artistes qui auront quelques notions de la géométrie des courbes. Nous finirons cette note par la description d'un instrument très ingénieux, avec lequel on peut tracer une infinité de courbes par une combinaison de mouvements circulaires, et qui a suggéré à M. Watt l'idée de produire avec de semblables mouvements une ascension rectiligne et verticale. Quand cette machine ne seroit pas par elle-même d'une curiosité piquante, elle devroit sur-tout intéresser par le rapport qu'elle a avec l'histoire de l'art des machines à feu.

Nous en avons tiré la description d'un ouvrage anglois de *George Adams*, intitulé, *Geometrical and graphical Essays*, etc. *London*, 1791; mais son inventeur est *Jean-Baptiste Suardi*, qui l'a décrit dans un ouvrage italien qui a pour titre, *Nuovo Istromento per la descrizione di diverse curve antiche e moderne*, etc., et qui le nomme *Plume géométrique*.

La fig. 197 représente la *plume géométrique*; elle est fixée sur une



tion du dernier (le parallélogramme) a sur l'autre un avantage important, qui est d'occuper beaucoup moins de place, la course du piston et l'inclinaison du balancier étant les mêmes. En effet, pour faire descendre le sommet de la verge MP *fig.* (316) de B en M, tout l'équipage du parallélogramme n'occupe que l'espace AB'BMDCA, tandis que, pour produire le même effet avec la verge ND', il faudroit prendre tout l'espace AB''B'''D'NA; et si on vouloit par ce dernier moyen obtenir une course égale, en rapprochant les points A et B'', il faudroit que le balancier et le contre-balancier, ou au moins l'un d'eux, décrivissent des arcs d'un plus grand nombre de degrés, ce qui détruiroit en partie l'avantage du mouvement sensiblement vertical: ces considérations doivent dans bien des circonstances décider le choix du mécanisme.

1494. On conçoit aisément que les précautions scrupuleuses qu'on prend pour donner à la tige du piston un mouvement bien vertical seroient entièrement perdues si le cylindre lui-même n'étoit pas placé avec beaucoup de précision; cette opération préliminaire exige la plus scrupuleuse attention, tant pour l'exactitude que pour la solidité.

table par le moyen des supports A, B et C; les têtes  $a, a$ , de deux de ces supports tournent autour d'un axe commun, afin de pouvoir être amenés dans un même plan avec le troisième, et se placer plus commodément dans une boîte lorsqu'on ne se sert pas de l'instrument.

Au bas de l'axe D, qui est immobile et fait corps avec le support C, on fixe une roue dentée  $i$ , qui peut être changée, mais qui, lorsqu'elle est en place, fait corps avec l'axe D et est immobile comme lui.

EG est une règle de métal, ouverte dans la plus grande partie de sa longueur, dont l'extrémité E est engagée entre la pièce K et la roue  $i$ , de manière cependant à pouvoir tourner librement autour de l'axe D. Une boîte à coulisse  $1a'$  est disposée pour pouvoir glisser le long de la règle EG et se fixer en un endroit quelconque. Cette boîte porte une seconde roue dentée  $h$ , qu'on change à volonté, et qui peut, selon la place de la boîte  $1a'$ , ou engrener immédiatement dans la roue  $i$ , ou en recevoir le mouvement par l'intermédiaire d'une autre roue dentée, comme on voit dans la figure.

L'axe de la roue dentée  $h$  est fixé dans un canon  $b$ , qui tient à une boîte inférieure  $cd$ ; une règle  $fg$  coule dans cette boîte, et porte à son extrémité le crayon  $kk$ , qui trace sur le papier la courbe qu'on veut décrire. Ce crayon s'approche ou s'éloigne à volonté de l'axe  $b$  au moyen de la facilité qu'on a de faire correspondre la boîte  $cd$  à une partie quelconque de la règle  $fg$ .

Tout cela bien conçu, il est clair que, si on fait tourner la règle EG autour de l'axe D, la roue dentée  $h$  aura un mouvement total de trans-



1495. Pour trouver le rapport de la résistance à la puissance dans le cas de l'emploi du parallélogramme, nous considérerons les choses sous le même point de vue qu'à l'art. (1487), en supposant également que la formule qui donne ce rapport n'a son application que dans l'espace où  $u$  est sensiblement constant. D'après cela, observant que la longueur du bras du balancier à l'extrémité duquel agit la résistance est  $d+c'$ , et établissant un calcul semblable à celui de la fin de l'art. ci-dessus cité, les équations

Rapport de la résistance à la puissance lorsqu'on emploie le parallélogramme.

$$u = a' - b \cos. \delta + c' \cos. \beta,$$

$$z = a'' + b \sin. \delta + c' \sin. \beta,$$

donneront

$$0 = b \sin. \delta \frac{d\delta}{d\beta} - c' \sin. \beta,$$

$$\frac{dz}{d\beta} = b \cos. \delta \frac{d\delta}{d\beta} + c' \cos. \beta.$$

Substituant dans la deuxième équation la valeur de  $\frac{d\delta}{d\beta}$  tirée de la première, divisant par  $d+c'$ , et réduisant, il vient

$$\frac{dz}{(d+c') d\beta} = \frac{c'}{d+c'} \left\{ \frac{\sin. \beta}{\tan. \delta} + \cos. \beta \right\}.$$

lation autour de l'axe D, et un mouvement particulier de rotation autour de son axe propre; le rapport des vitesses angulaires que comporteront ces deux mouvements dépendra des roues dentées intermédiaires et de la relation entre les nombres respectifs de leurs dents. La boîte  $cd$  et le crayon  $kk$  auront pareillement, outre le mouvement total de translation autour de l'axe D, un mouvement particulier de rotation commun avec la roue  $h$ , et la courbe que décrira la pointe  $k$  dépendra et du rapport entre les vitesses angulaires, ci-dessus mentionné, et du rapport entre les rayons  $fb$  et  $Ka'$ .

Ces rapports peuvent être variés à volonté, soit en employant différentes combinaisons de denture, soit en faisant correspondre les boîtes  $cd$  et  $1a'$  à différents points de leurs règles respectives: il est donc évident qu'on peut tracer par ce moyen une infinité de lignes différentes de la circulaire, et qui résulteront néanmoins d'une combinaison de mouvements circulaires. Les lecteurs un peu géomètres pourront s'exercer à étudier les combinaisons qui peuvent produire des courbes données. Les fig. 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, offrent quelques configurations qu'on obtient aisément.

Adams dit positivement que ce principe a été appliqué par MM. Watt et Bolton au mécanisme des machines à feu: *It has lately been happily introduced into the steam engine by MM. Watt and Bolton.* M. Watt a depuis confirmé verbalement la vérité de cette assertion à quelqu'un de notre connoissance.



Le rapport  $\frac{c'}{d+c'}$  remplace ici la quantité  $1-n$  dans l'art. (1487), et cela doit être; car on a *fig.* (316)  $\frac{NM}{ND'} = \frac{AC}{AN}$ , ou  $n = \frac{d}{d+c'}$ , d'où on tire  $1-n = 1 - \frac{d}{d+c'} = \frac{c'}{d+c'}$ .

Si on nomme R la résistance, et P la puissance, comme on a  $\frac{R}{P} = \frac{\delta z}{(d+c') \delta \beta}$ , en substituant cette valeur, il vient

$$\frac{R}{P} = \frac{c'}{d+c'} \left\{ \cos. \beta + \frac{\sin. \beta}{\tan. \delta} \right\}.$$

$\delta$  et  $\beta$  étant donnés en valeurs l'un de l'autre par les équations (9) ou (12) de l'art. (1478), lorsque l'un ou l'autre seront connus, on en tirera aisément la valeur de  $\frac{R}{P}$ .

Calcul des proportions des pièces du régulateur.

1496. Les formules (8), (9), (11), (12), (16), (17), de l'art. (1478) peuvent servir très avantageusement pour calculer les rapports entre les mouvements des leviers du régulateur et ceux des leviers correspondants qui font lever les soupapes des boîtes à vapeur. On voit, *fig.* (234), que la soupape *qq* est mue par un levier coudé qui communique par le moyen d'une tringle aux leviers du régulateur. Or, en supposant une ligne menée de l'axe du levier de la soupape à l'axe du levier du régulateur, on aura un quadrilatère dont cette ligne formera le côté immobile, et dont les trois autres côtés mobiles seront un bras du levier du régulateur, la tringle et un bras du levier de la soupape; ce qui rentre précisément dans le cas du quadrilatère *ABDCA*, *fig.* (317), et du problème résolu art. (1478). On peut donc, la marche angulaire du levier du régulateur étant donnée, déterminer les mouvements des autres pièces, et par conséquent de la soupape, ou les dimensions qu'elles doivent avoir, pour qu'il en résulte des mouvements demandés, et réciproquement. Ordinairement les tringles sont disposées, ainsi qu'on l'a dit précédemment, de manière à pouvoir être accourcies ou allongées, et on emploie dans la pratique divers autres moyens de tâtonnement pour produire les effets désirés; mais il n'en est pas moins très utile de pouvoir calculer exactement d'avance les proportions des pièces du régulateur avec celles au moyen desquelles le mouvement est communiqué aux soupapes des boîtes à vapeur: ces calculs sont, comme on voit, liés à la dimension du cylindre, de laquelle résulte la course tant du piston que de la pontrelle du régulateur.

Comme



Comme il n'est plus nécessaire ici de rapporter les angles à l'horizon, on peut simplifier les calculs en substituant à l'horizontale la ligne menée par les deux points de rotation fixés, c'est-à-dire, *fig.* (206), en substituant AB à AB', ce qui donne (1478)  $a = a'$ ,  $a'' = v$ . Ces valeurs, substituées dans celles A, B, D, etc., donnent

$$\begin{array}{l} A = \cos. \delta - \frac{a}{b}, \\ B = \sin. \delta, \\ D = \frac{a}{d} \cos. \delta + f; \end{array} \quad \left\| \begin{array}{l} A' = \cos. \beta - \frac{a}{b}, \\ B' = \sin. \beta, \\ D' = \frac{a}{b} \cos. \beta + f; \end{array} \right. \quad \left\| \begin{array}{l} P = a - d \cos. \beta, \\ R = - \sin. \beta, \\ M = \frac{b^2 - a^2 - d^2 - c^2 + 2ad \cos. \beta}{2c}. \end{array} \right.$$

1497. Le principe des vitesses virtuelles et la méthode de calcul indiquée au commencement de l'art. (1487) serviront à évaluer l'effort qui doit se faire au régulateur pour vaincre, par l'intermède du système de leviers et de tringles qu'il fait mouvoir, le poids des soupapes et la pression que la vapeur exerce sur elles: cet effort est en diminution de celui du moteur et en déduction de celui de la machine. Nous supprimerons les applications à cause de l'étendue que nous avons donnée à l'exposition des principes: ces applications seront très aisément faites par les artistes éclairés qui sont jaloux de porter la lumière et la précision dans la pratique des arts; et ce seroit bien en pure perte que nous en dirions davantage pour les autres.

1498. Une des dimensions les plus importantes à fixer, d'après l'effet qu'on veut faire produire à une machine à feu, est le diamètre intérieur du cylindre à vapeur. Cette détermination comportoit beaucoup d'incertitudes avant qu'on connût exactement à toutes les températures la force expansive du gaz moteur; mais les expériences de Bettancourt, et consignées dans la table X, ne laissent actuellement rien à désirer à cet égard. Une des grandes sources d'incertitude étoit la réaction produite par le ressort de la vapeur de l'eau de condensation et de l'air raréfié qui s'en dégageoit, dont l'effort agissoit sur le piston en sens contraire de celui de la vapeur affluant de la chaudière: on peut maintenant évaluer la perte qui en résulte. Nous avons dit (1341) que la vapeur de l'eau de condensation étoit due à une température d'environ 40°, et exerçoit une force expansive équivalente à une colonne de mercure d'environ 4 pouces de hauteur. Cette température, et par conséquent la réaction qui en résulte, a des variations dépendantes principalement

Calcul du  
diamètre inté-  
rieur du cylin-  
dre à vapeur.  
Réflexions gé-  
nérales.



de la saison où on se trouve; elle est plus considérable en été qu'en hiver, et le produit de la machine diminue en proportion; mais, dans tous les cas, on l'évaluera exactement avec le secours d'un thermomètre et de la table X.

La force expansive de la vapeur qui afflue de la chaudière dans le cylindre est, dans les effets ordinaires et d'après des vérifications réitérées, due à une température de plus de  $80^{\circ}$ ; mais il y a une déduction à faire relativement au mouvement alternatif du piston et de tout l'équipage qu'il fait mouvoir: lorsque le piston est à l'extrémité de sa course et qu'il va faire une course en sens contraire, l'effort du moteur se partage entre la résistance à vaincre ou l'effet à produire, et toutes les masses intermédiaires auxquelles il faut enlever le mouvement qu'elles ont et en communiquer de nouveau dans une direction opposée, les soupapes qu'il faut élever, etc. cette solution de continuité qui se renouvelle à chaque oscillation du balancier consomme une partie de l'effort du moteur, qui ne doit point être comptée pour l'effet utile de la machine, et le même déchet de mouvement se trouve par-tout où l'on emploie le mouvement alternatif. On ne peut rien dire de général sur la quantité précise de cette perte; car elle dépend et de la vitesse que doit avoir la machine et des masses qui doivent être mises en mouvement: il faut dans chaque cas faire l'application des principes et des formules qu'on trouve dans la première partie de cet ouvrage. Nous dirons la même chose du frottement des axes, dont nous avons traité fort au long dans la cinquième section de cette première partie: quant au frottement du piston dans le cylindre et à celui des pistons en général, comme il n'est produit par aucune pression déterminée, mais qu'il dépend du renflement plus ou moins grand de la garniture, on peut, si on le juge à propos, l'évaluer par expérience. Pour cela, lorsque le piston est garni à neuf, on l'abandonne à lui-même dans le cylindre ou le corps de pompe; et s'il ne descend pas de lui-même, on y joindra un poids additionnel suffisant pour lui donner un commencement de mouvement: le poids additionnel (qu'on peut, s'il est nécessaire, rendre soustractif par le moyen d'une corde et d'une poulie de renvoi), joint à celui du piston, sera la valeur du frottement.

Toutes les résistances qui tendent à diminuer l'effet de la machine étant connues, il faudra rapporter leur action à l'endroit où se produit l'effet utile de la machine. (Nous avons



donné dans la première et la cinquième section de la première partie de cet ouvrage les principes et les formules nécessaires pour faire ces réductions). La somme de ces puissances, évaluées en poids, sera ajoutée au poids qui représente l'effort à surmonter pour produire cet effet utile. (On a vu que l'effet de toute machine peut toujours se réduire à l'élévation d'un poids).

Soient

Q la somme des résistances rapportées à l'endroit où est le poids à enlever et évaluées en poids de même espèce ;

N le poids à enlever, ou la résistance équivalente ;

h la hauteur de la colonne de mercure correspondante dans la table X à la température de la vapeur ;

$\pi$  La pesanteur spécifique du mercure, ou le poids de l'unité cubique de ce métal de même espèce que les unités de h ;

le rapport des vitesses virtuelles du piston du cylindre à vapeur et du poids à enlever, donné par la construction de la machine ;

n le nombre de fois que le rayon est contenu dans la circonférence ;

x le rayon cherché du cylindre à vapeur.

On a, par le principe des vitesses virtuelles,

$$Q + N = \frac{1}{2} k \pi n h x^2,$$

$$\text{d'où on tire } x = \sqrt{\frac{Q + N}{\frac{1}{2} k \pi n h}}.$$

Il ne faut pas se dissimuler que l'évaluation des quantités qui entrent dans Q suppose jusqu'à un certain point la connaissance des dimensions de la machine, et par conséquent celle du rayon qu'on cherche. Nous nous en tiendrons cependant à la formule précédente à cause de sa simplicité, et parce qu'elle sera suffisante dans la pratique lorsqu'on s'en servira avec les précautions convenables. En effet, tout artiste un peu exercé, qui veut produire un effet déterminé avec une machine à feu, doit d'avance présumer à-peu-près le diamètre du cylindre et les dimensions de la machine ; d'après cela il fera pour ces objets une espèce de fausse position dans N, et, calculant ensuite x, il verra de combien la valeur trouvée diffère de la valeur supposée, ce qui le dirigera pour rectifier ses

Formule pour  
calculer les di-  
mensions cher-  
chées.

Observations  
sur l'applica-  
tion de cette  
formule.



hypothèses; et s'il y met quelque sagacité, quelque adresse, un ou deux essais lui suffiront. Nous en donnerons par la suite des exemples dans la description des travaux hydrauliques où on emploie des machines à feu.

Le rayon du cylindre à vapeur étant calculé, on peut déterminer sa hauteur d'après l'espace qu'on veut que le poids à enlever parcoure à chaque course du piston; mais il faut bien faire attention que cette course ainsi déduite ne contrarie pas d'autres conditions qu'il faut remplir, telles que celle dont il a été question art. (1481) et suivants. Tous ces détails doivent nécessairement être disposés par l'artiste dans chaque cas particulier; il faut qu'il se pénètre bien de l'ensemble du mécanisme qu'il veut exécuter, et que, soit par les principes exposés précédemment, soit d'après ce qui nous reste encore à dire sur cette matière, il en combine toutes les parties de manière qu'elles ne se contrarient pas, et qu'elles concourent toutes au même but.

Recherche  
du rapport entre l'effet de la machine et la quantité de combustible consommée.

1499. L'effet des machines à feu est en général, et toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel à la quantité de combustible consommée. Le temps entre nécessairement et implicitement dans cette évaluation; car, pour tirer le plus grand parti possible d'une masse donnée de charbon, il faut faire en sorte que le chauffage ne soit ni trop rapide ni trop lent, sans quoi on perdrait sur la vaporisation et sur le produit de la machine.

Supposons que, dans une machine à double effet bien construite, bien réglée, et chauffée avec soin, on se soit assuré que l'unité de poids de charbon élève à l'unité de hauteur une masse pesant un poids  $Q$ , un poids  $K$  de charbon brûlé élèvera par conséquent à l'unité de hauteur une masse  $KQ$ , ou aura un effet représentatif de ce produit.

Le temps de l'élévation étant le même que celui de l'action du moteur ou de la combustion, sera par conséquent en raison réciproque de la vitesse, c'est-à-dire que la vitesse aura pour expression l'unité de hauteur divisée par le temps de la combustion; et si on nomme ce temps  $T$ , le produit de la masse par la vitesse sera  $\frac{1}{T} KQ$ .

Cette expression  $\frac{1}{T} KQ$  est la valeur du moment statique de la machine considérée quant à l'effet que peut produire l'eau vaporisée par un poids  $K$  de charbon dont la combus-



tion s'opere pendant un temps  $T$ . On pourra donc, en employant le même moteur, élever pendant le temps  $T$  une masse  $P$  avec la vitesse  $V$ , pourvu que l'équation suivante ait lieu; savoir,

$$PV = \frac{1}{T} KQ.$$

1500. Cette équation peut être employée pour comparer la machine à feu avec une machine quelconque qui produiroit l'effet générique  $PV$ , et à connoître quelle dépense de combustible il faudroit faire pour produire le même effet que cette machine. Supposons qu'il s'agisse d'un poids élevé par une roue à aubes; il résulte de la théorie donnée art. (933) que le moment statique sera proportionnel au produit de la dépense de l'eau par le carré de sa vitesse ou par sa chute. Nommant  $E$  la dépense et  $H$  la hauteur de la chute, l'effet sera représenté par  $\phi EH$ , la quantité  $\phi$  étant une constante dans laquelle entre la gravité, la durée qu'on prend pour unité de temps, et d'autres quantités qui se déterminent une fois pour toutes d'après l'expérience.

Formules pour comparer l'effet mécanique d'un courant d'eau à celui d'une machine à feu.

Une machine de cette sorte, supposée capable d'enlever le poids  $P$  avec la vitesse  $V$ , fournit l'équation

$$PV = \phi EH,$$

d'où on déduit

$$\frac{1}{T} KQ = \phi EH;$$

équation qui exprime la relation entre l'énergie  $EH$  d'un courant d'eau employé à un certain effet, et la quantité  $K$  de charbon qu'il faudroit brûler pour produire avec une machine à feu un effet équivalent.

1501. Un des usages les plus utiles qu'on puisse faire de cette équation est de l'employer à évaluer le produit de la machine à feu appliquée à un travail dont il n'existeroit point d'expériences faites avec cette machine, mais pour lequel on auroit des résultats fournis par une machine hydraulique. Je suppose que l'effet en question soit la mouture du bled, et qu'on veuille déduire de la quantité de bled moulue par un moulin à eau celle que moudroit un moulin mû par une machine à feu. La résistance que le bled oppose à l'action de la meule pouvant être comparée à celle qu'une masse pesante oppose à la puissance qui tend à l'élever, et la cause productrice, considérée dans une machine hydraulique, étant toujours proportionnelle à la chute et à la dépense, la quantité

Applications à la mouture.



de bled moulu pendant un temps déterminé sera aussi proportionnelle à EH, c'est-à-dire égale au produit de EH par un facteur constant; et si le temps est indéfini, il faudra encore multiplier par la durée de l'action.

Soit donc N le poids du bled moulu pendant un temps T; la relation de N avec la dépense de l'eau et sa chute devra être exprimée par une équation de la forme

$$N = r E H T.$$

Le coefficient r, différent du coefficient  $\phi$ , est comme lui composé de quantités qu'on détermine une fois pour toutes.

Eliminant EH entre cette équation et la précédente, il vient

$$N = \frac{r Q}{\phi} K,$$

qui donne la quantité N de bled qu'on peut moudre en brûlant un poids K de charbon, et supposant que les constantes r,  $\phi$  et Q, sont connues par l'expérience.

Relation entre le poids du grain moulu et celui du combustible.

Des dimensions et de la vitesse de la machine nécessaires pour produire une mouture déterminée, et réciproquement.

1502. On peut, au moyen de ce qui précède, établir la relation entre le poids N du bled moulu, la longueur de la course du piston du cylindre à vapeur, le nombre des courses dans un temps donné, et les dimensions du cylindre.

Soient, comme à l'art. (1498),  $x$  le rayon du cylindre et  $nx$  sa circonférence intérieure; soit de plus  $w$  la quantité de vapeur que peut produire la combustion de l'unité de poids de charbon dans la chaudière à une température donnée;  $\epsilon^\dagger w$  représentera sensiblement l'effet correspondant pour une autre température dont la différence avec la précédente sera petite et égale à  $\dagger$ ,  $\epsilon$  étant une constante donnée par l'expérience: c'est ce qui résulte de la théorie sur la force expansive de la vapeur exposée ci-après.

Si  $b$  exprime la longueur de la course du piston,  $\frac{1}{2} b n x^2$  sera le volume de la portion du cylindre que parcourt la base de ce piston, ou une quelconque de ses sections horizontales; et, puisque  $\epsilon^\dagger w$  est le volume de vapeur produite par la combustion d'une unité de poids de charbon,  $\frac{b n x^2}{2 \epsilon^\dagger w}$  exprimera le

poids du charbon qui forme par sa combustion un volume  $b n x^2$  de vapeur; c'est celui dépensé dans une course de piston, et pour un nombre  $k$  de courses le poids du charbon brûlé

est  $\frac{k b n x^2}{2 \epsilon^\dagger w}$ .

J'observe que la dépense est un peu plus grande que celle



que je viens d'assigner, 1°. parcequ'il y a de la vapeur qui s'échappe ou qui se condense en pure perte; 2°. parceque l'espace qu'occupe la vapeur excède le volume  $bnx^2$ , qui ne comprend que la partie parcourue par le piston. Il faut donc multiplier l'expression précédente par une quantité un peu plus grande que l'unité, et dont la valeur absolue doit, pour plus de précision, se déterminer dans chaque cas particulier. Soit  $\mu$  cette quantité, le poids de charbon dépensé dans un nombre  $k$  de coups de piston sera

$$\frac{\mu bknx^2}{2g^\dagger w}.$$

Maintenant l'équation  $N = \frac{rQ}{\Phi} K$  fait voir que le poids  $N$  du bled moulu par la combustion d'un poids  $K$  de charbon se trouve en multipliant ce poids  $K$  par  $\frac{rQ}{\Phi}$ : donc la mouture produite, le poids  $\frac{\mu bknx^2}{2g^\dagger w}$  de charbon sera en poids de bled  $= \frac{rQ}{\Phi} \cdot \frac{\mu bknx^2}{2g^\dagger w}$ ; et  $N$  étant toujours supposée le poids de cette mouture, on aura

$$N = \frac{\mu kn}{2g^\dagger w} \cdot \frac{rQbx^2}{\Phi}.$$

C'est la relation entre le poids de la mouture, les dimensions de la machine, le jeu du piston et le nombre total de ses courses pendant que la mouture s'effectue.

1503. La quantité  $K$  de charbon brûlé, après un nombre  $k$  de coups de piston, sera

$$K = \frac{\mu bknx^2}{2g^\dagger w}.$$

1504. On peut déterminer les dimensions de la machine ou d'après la quantité de bled qu'on veut moudre, ou d'après la dépense de charbon qu'on est en état de faire: dans le premier cas, l'équation de l'art. 1502 donne

$$x = \left\{ \frac{2g^\dagger w}{\mu kn} \cdot \frac{\Phi N}{rQb} \right\}^{\frac{1}{2}};$$

dans le deuxième cas, l'équation 1503 donne

$$x = \left\{ \frac{2g^\dagger w K}{\mu knb} \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

La course  $b$  du piston est supposée déterminée d'avance; et en cela il faudra avoir égard à ce que j'ai dit art. 1498.



# RECHERCHES EXPÉRIMENTALES ET ANALYTIQUES

*Sur les lois de la dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la force expansive, dans le vuide, de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes températures.*

1505. J'AI donné dans différentes parties de cet ouvrage les résultats de mes recherches sur la force expansive de la vapeur de l'eau et de celle de l'alkool; mais je n'ai exposé nulle part avec détail les procédés que j'ai suivis pour déduire ces résultats de l'analyse; de plus les expériences faites sur la dilatation des fluides aériformes conduisent à la connoissance de l'effet mécanique dont ils sont capables, par leur expansion, à différentes températures; et comme j'ai trouvé le moyen de ramener le calcul et la mesure de tous ces phénomènes à une même méthode analytique, j'ai pensé que le rapprochement raisonné de toutes les parties de mon travail intéresseroit les physiciens et les artistes, et pourroit leur fournir de nouvelles vues pour les progrès de la physique et de la mécanique. Ce travail d'ailleurs est essentiellement lié à ce qui précède, et doit lui servir de complément par les vues générales qu'il présente sur les fluides élastiques employés comme agents mécaniques. Je vais faire précéder mon exposé de quelques observations préliminaires.

Considérations générales sur l'explication et la mesure des effets en physique.

La physique s'est enrichie depuis environ quarante ans d'un grand nombre d'observations faites avec beaucoup de soin par des hommes savants et exercés. Ce dépôt s'augmente chaque jour, et la collection qu'il renferme devient de plus en plus précieuse à mesure que la perfection des instruments nouveaux donne plus de précision aux expériences. Déjà l'esprit philosophique s'est emparé des faits multipliés fournis par les observateurs; les phénomènes ont été rapprochés, comparés, classés; la langue d'une partie importante de la science est devenue analytique; des théories raisonnables ont fait disparaître les systèmes futiles et souvent absurdes dont on a occupé les écoles jusqu'au milieu de ce siècle.

L'étude



L'étude de la nature ainsi ramenée à l'examen et à la connoissance effective de ses opérations me paroît offrir deux objets de recherches qu'il ne faut pas confondre; l'explication des effets, et leur mesure.

L'*explication* des effets consiste à trouver, dans une classe de phénomènes composés, les phénomènes simples ou primitifs dont tous les autres ne sont que les modifications ou les combinaisons diverses, et à faire voir comment on peut, à travers les apparences les plus variées, démêler l'action et la manière d'être des éléments pris pour base du système. Ainsi, en partant des affinités de certaines substances considérées comme phénomènes simples, on a trouvé que les phénomènes météorologiques, ceux de la combustion, etc. n'étoient que les résultats de ces mêmes affinités, se manifestant avec différentes formes sous lesquelles ils avoient été jusqu'à ces derniers temps cachés aux yeux des physiciens: c'est à ces décompositions des effets complexes en effets simples que se réduisent tous nos moyens de pénétrer une partie des secrets de la nature, qui, en nous permettant de soulever une des extrémités du voile qui la couvre, tient l'autre attachée par un nœud que notre main ne sauroit délier.

La *mesure* des effets est l'évaluation des différents degrés d'intensité dont chacun est susceptible, lorsqu'on fait varier, soit les causes qui le produisent, soit d'autres effets auxquels il est lié: on sait, par exemple, que la disposition des fluides à se vaporiser est d'une part activée par le calorique, de l'autre coërcée par la pression de l'atmosphère, et que la vaporisation n'a lieu que lorsque la première puissance l'emporte sur la seconde: mais, outre cette première donnée, il peut être nécessaire de connoître quelles sont les pressions qui, à différentes températures, font équilibre à la vaporisation: le même raisonnement est applicable à une infinité d'autres phénomènes.

On voit donc que l'*explication* des effets dont le grand avantage est de simplifier la science et d'en coordonner les différentes parties par l'analyse et la décomposition des phénomènes composés, a un complément essentiel dans la *mesure* de ces mêmes effets, qui est toujours très utile, et souvent indispensable lorsqu'on veut appliquer les découvertes théoriques aux besoins de la société.

1506. L'expérience peut seule fournir les premières données sur la mesure des effets physiques; mais le calcul s'y applique ensuite avec beaucoup d'avantage, soit pour obtenir les résultats

Méthode d'*interpolation* applicable à la mesure des effets.



intermédiaires à ceux trouvés par le fait, soit pour en corriger les anomalies. La méthode qu'on emploie dans ce cas est connue sous le nom d'*interpolation*: elle a pour objet de trouver une équation entre deux ou trois variables, telle que si on donne des valeurs déterminées à une ou deux de ces variables, il en résulte des valeurs pareillement déterminées par la 2<sup>e</sup>. ou la 3<sup>e</sup>. Le problème considéré sous cet aspect peut se résoudre d'une infinité de manières, parcequ'il y a une infinité de fonctions qui peuvent s'évanouir par les mêmes substitutions; mais ce seroit une grande erreur de penser que toutes ces solutions sont également applicables à un cas proposé. La nature, quoique soumise à des lois générales vraisemblablement très simples et très peu nombreuses, a autant de modifications particulières dans ses procédés que de variétés dans ses formes; et chaque phénomène, considéré sous l'aspect mesurable, se rapporte toujours à une certaine fonction qui doit le représenter exclusivement.

Divisée en  
deux parties.

1507. Le problème de l'interpolation a donc deux parties très distinctes: dans l'une, on se propose de satisfaire à des nombres donnés; dans l'autre, on cherche parmi toutes les fonctions qui remplissent cette condition quelle est celle qui convient à l'espèce particulière des phénomènes qu'on traite.

J'ai donné, n<sup>o</sup>. 19 de mes leçons d'analyse, une solution de la première partie du problème qu'on emploie très souvent, principalement comme méthode de correction; Lagrange a publié sur le même objet un très beau mémoire (\*) où il envisage la question plus généralement qu'on ne l'avoit encore fait. Les élèves qui posséderont la théorie exposée n<sup>o</sup>. 18, 19, 20 et 21 de mes leçons, pourront sans difficulté entreprendre l'étude de cet ouvrage, et tireront un grand profit du temps qu'ils y auront consacré.

La solution de la seconde partie ne paroît pas, dans l'état actuel de nos connoissances, susceptible d'être soumise à des règles générales, sur-tout lorsque les observations sont peu nombreuses et n'embrassent pas une grande étendue; un examen attentif de tous les détails et de la marche des expériences, des essais réitérés, l'analogie, semblent être les seuls guides qu'on ait dans cette pénible recherche; et ces difficultés, jointes à celles de la précision dans les expériences, rendent les déterminations exactes des lois des phénomènes très rares en physique.

(\*) Voyez les *Mém. de l'acad. des sciences*, année 1772.



1508. J'eus occasion, en 1790, de suivre des expériences très détaillées et très bien faites sur la force expansive de la vapeur de l'eau, et je me chargeai même de chercher la formule qui les représentoit. La régularité de la série des valeurs données m'avoit fait croire la tâche plus aisée qu'elle ne l'étoit réellement; cependant, après quelque travail, je trouvai une espece de fonction qui non seulement exprimoit parfaitement les relations entre la température et le ressort du gas aqueux, mais qui me parut pouvoir convenir en général aux phénomènes dépendants des fluides élastiques. Je les appliquai à des expériences que Prieur a faites avec beaucoup de soin sur la dilatabilité de l'air et de différents fluides aériformes: cet essai me confirma dans mon opinion, et je me suis déterminé à publier mes résultats.

Forme de la fonction applicable aux phénomènes qui dépendent des fluides élastiques.

Le premier aperçu qui me dirigea vers la véritable forme de la fonction fut la considération de quelques progressions géométriques qu'offrent certains phénomènes relatifs aux fluides élastiques, dont un des exemples les plus remarquables est la relation entre la densité des couches de l'atmosphère et leurs élévations respectives: cette loi étant exprimée par une exponentielle, je soupçonnai que dans d'autres circonstances, où une quantité de cette espece seroit insuffisante, on pourroit en introduire deux ou un plus grand nombre; et, en généralisant ces idées, je fus conduit à une équation de la forme

$$z = \mu_1 \xi_1^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III} \xi_{III}^x + \dots + \mu_{(n)} \xi_{(n)}^x,$$

$z$  et  $x$  étant les deux variables,  $\mu_1, \mu_{II}, \mu_{III}$ , etc.  $\xi_1, \xi_{II}, \xi_{III}$ , etc. des constantes données par l'espece particulière de phénomène dont on veut trouver la loi.

On sait que l'équation précédente résulte de l'intégration d'une équation aux différences finies linéaires, ou donne le terme général d'une suite récurrente de l'ordre  $n$ : or les suites de ce genre, dans lesquelles un terme quelconque se déduit d'un certain nombre de ceux qui le précèdent, paroissent en effet convenir aux effets naturels où l'élasticité joue un grand rôle; car la conservation de forces vives que comporte cette propriété des corps fait toujours dépendre l'état actuel des états antécédents. Les recherches de Lagrange, dont j'ai parlé précédemment, sont aussi fondées sur les suites récurrentes. Il a donné plusieurs méthodes pour trouver celles qui doivent interpoler une suite donnée, où l'on remarque l'élégance et la profondeur qu'on doit attendre d'un si grand analyste.



Comme la méthode que j'ai employée dans mes calculs diffère des siennes, que je ne connoissois pas lorsque j'ai commencé mon travail, je vais en exposer le procédé.

*Méthode d'interpolation applicable aux phénomènes qui dépendent des fluides élastiques.*

Manière de ramener les résultats à être équidistants lorsqu'ils ne le sont pas.

1509. Les expériences doivent, autant qu'il est possible, être dirigées de manière à rendre les résultats équidistants. Lorsqu'on n'a pas pu obtenir cette condition (ce qui doit arriver très rarement), et que néanmoins les résultats sont assez nombreux et assez rapprochés, on les ramènera à être équidistants, soit par les moyens graphiques, en traçant la courbe des expériences, soit par le calcul, en considérant trois résultats consécutifs  $z_1, z_2, z_3$ , dont le 2<sup>e</sup> et le 3<sup>e</sup> sont distants du 1<sup>er</sup> de  $x'$  et  $x''$  respectivement; on calculera le résultat  $z$  à la distance  $x$  de  $z_1$  de manière qu'il se trouve compris dans la série de ceux qu'on veut rendre équidistants, par la formule suivante déduite de celle du n<sup>o</sup>. 19 de mes leçons d'analyse,

$$z = \frac{x'' - x}{x'} \cdot \frac{x' - x}{x''} z_1 + \frac{x}{x'' - x'} \left( \frac{x'' - x}{x'} z_2 - \frac{x' - x}{x''} z_3 \right).$$

On simplifiera beaucoup cette formule en ne calculant que l'excès de  $z$  sur  $z_1$ : pour cela faisant  $z_2 - z_1 = \omega'$ ,  $z_3 - z_1 = \omega''$ , on aura

$$z - z_1 = \frac{x}{x'' - x'} \left( \frac{x'' - x}{x'} \omega' - \frac{x' - x}{x''} \omega'' \right).$$

Il sera bon, pour éviter toute erreur, d'essayer et la formule et les moyens graphiques, qui, lorsqu'on y mettra du soin et qu'on opérera sur une grande échelle, donneront ordinairement une exactitude comparable à celle des expériences mêmes.

Cette préparation faite (les cas où elle sera nécessaire sont, comme je l'ai déjà dit, extrêmement rares), on prendra un certain nombre de résultats équidistants, embrassant ou la totalité ou une grande partie de l'étendue des expériences; ensuite la variable  $z$  désignant la mesure des effets successifs qui correspondent à des valeurs quelconques d'une autre variable  $x$ , laquelle indique à quel terme d'une échelle donnée se rapportent les effets  $z$ ; on aura généralement,

Deux formules générales d'interpolation.

1510. Pour satisfaire à un nombre  $2n$  de résultats. . . . .

$$z = \mu_1 \xi_1^x + \mu_2 \xi_2^x + \mu_3 \xi_3^x + \dots + \mu_{(n)} \xi_{(n)}^x \dots \dots \dots (1)$$

pour satisfaire à un nombre  $2n+1$  de résultats. . . . .

$$z = \mu_1 \xi_1^x + \mu_2 \xi_2^x + \mu_3 \xi_3^x + \dots + \mu_{(n)} \xi_{(n)}^x + \mu_{(n+1)} \dots \dots (2)$$



$\mu_1, \mu_2, \mu_3$ , etc.  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ , etc. sont des constantes dont on détermine la valeur d'après les résultats des expériences, ainsi qu'on le verra bientôt.

J'ai donné deux formules générales, quoique l'une à la rigueur eût pu suffire; mais j'ai eu en vue une simplification qu'il étoit important d'introduire dans ma méthode. Voici en quoi elle consiste: la détermination de  $\epsilon_1, \epsilon_2$ , etc. dépend de la solution d'une équation; et, en employant la deuxième formule, on satisfait à un nombre impair d'observations par une équation qui n'est pas plus élevée que celle qu'exigerait le nombre pair immédiatement inférieur: ainsi on satisfait à quatre ou cinq observations en calculant une équation du deuxième degré, à six et à sept avec une du troisième, à huit et à neuf avec une du quatrième, etc. Il n'arrivera presque jamais qu'on ait huit ou neuf résultats à faire entrer dans la formule; et on pourra, sans sortir des limites dans lesquelles on a des méthodes pour la solution des équations numériques, traiter tous les cas que la physique présente ordinairement. Ajoutons à cet avantage celui de n'avoir dans la valeur de  $z$  qu'un nombre de termes égal à la moitié au plus du nombre des observations, au lieu que les formules qui se rapportent aux courbes paraboliques ont toujours autant de termes qu'il y a d'observations.

Voici la manière de déterminer, d'après les résultats donnés, les constantes des équations (1) et (2).

J'ai démontré dans mes leçons d'analyse, 1°. que l'équation (1) donnoit le terme général d'une suite récurrente de l'ordre  $n$ ; 2°. que les termes d'une pareille suite, pris à des intervalles égaux quelconques, reproduisoient toujours des récurrentes du même ordre. Cela posé, soient les deux séries suivantes, dont la première donne les résultats observés ou les valeurs particulières de  $z$  fournies par l'expérience, et la deuxième les valeurs correspondantes de  $x$ :

La première applicable à un nombre pair d'observations.

résultats observés.....  $z_0; z_1; z_2 \dots z_{(n)}; z_{(n+1)}; z_{(n+2)} \dots z_{(2n-1)}$   
valeurs correspondantes de  $x$ ...  $0; x_1; 2x_1 \dots nx_1; (n+1)x_1; (n+2)x_1 \dots (2n-1)x_1$

les quantités  $z_0, z_1, z_2$ , etc. doivent former une suite récurrente dont il faut trouver l'échelle de relation. Soient  $A_0, A_1, A_2 \dots A_{(n)}$ , des coefficients indéterminés, tels qu'on ait les équations de condition







$$\mu_{(n)} = \frac{(z - \xi_1^{x_1})(z - \xi_2^{x_2}) \dots (z - \xi_{(n-1)}^{x_{(n-1)}})}{(\xi_1^{x_1} - \xi_1^{x_2})(\xi_1^{x_1} - \xi_2^{x_2}) \dots (\xi_1^{x_1} - \xi_{(n-1)}^{x_{(n-1)}})},$$

en observant que dans le développement des numérateurs tous les exposants des puissances de  $z$  doivent être changés en accents de même numéro, c'est-à-dire qu'il faut à  $z^0$  substituer  $z_0$  (ou multiplier par  $z_0$  tous les termes où  $z$  ne se trouve pas), à  $z$  substituer  $z_1$ , à  $z^2$  substituer  $z_2$ , etc. Ainsi on a dans le cas de

$$\begin{aligned} n=1 \dots \mu_1 &= z_0 \dots \dots \dots \left. \begin{array}{l} \mu_1 = \frac{z_1 - \xi_1^{x_1} z_0}{\xi_1^{x_1} - \xi_1^{x_2}} \dots \dots \dots \\ \mu_2 = \frac{z_1 - \xi_2^{x_1} z_0}{\xi_2^{x_1} - \xi_2^{x_2}} \dots \dots \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Pour satisfaire à} \\ \text{deux observations.} \end{array} \\ n=2 \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \mu_1 = \frac{z_2 - (\xi_1^{x_1} + \xi_1^{x_2}) z_1 + \xi_1^{x_1} \xi_1^{x_2} z_0}{(\xi_1^{x_1} - \xi_1^{x_2})(\xi_1^{x_1} - \xi_2^{x_2})} \\ \mu_2 = \frac{z_2 - (\xi_2^{x_1} + \xi_2^{x_2}) z_1 + \xi_2^{x_1} \xi_2^{x_2} z_0}{(\xi_2^{x_1} - \xi_1^{x_2})(\xi_2^{x_1} - \xi_2^{x_2})} \\ \mu_3 = \frac{z_2 - (\xi_3^{x_1} + \xi_3^{x_2}) z_1 + \xi_3^{x_1} \xi_3^{x_2} z_0}{(\xi_3^{x_1} - \xi_1^{x_2})(\xi_3^{x_1} - \xi_2^{x_2})} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Pour satisfaire à} \\ \text{quatre observations.} \end{array} \\ n=3 \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \mu_1 = \frac{z_3 - (\xi_1^{x_1} + \xi_1^{x_2} + \xi_1^{x_3}) z_2 + \xi_1^{x_1} \xi_1^{x_2} \xi_1^{x_3} z_0}{(\xi_1^{x_1} - \xi_1^{x_2})(\xi_1^{x_1} - \xi_2^{x_2})(\xi_1^{x_1} - \xi_3^{x_3})} \\ \mu_2 = \frac{z_3 - (\xi_2^{x_1} + \xi_2^{x_2} + \xi_2^{x_3}) z_2 + \xi_2^{x_1} \xi_2^{x_2} \xi_2^{x_3} z_0}{(\xi_2^{x_1} - \xi_1^{x_2})(\xi_2^{x_1} - \xi_2^{x_2})(\xi_2^{x_1} - \xi_3^{x_3})} \\ \mu_3 = \frac{z_3 - (\xi_3^{x_1} + \xi_3^{x_2} + \xi_3^{x_3}) z_2 + \xi_3^{x_1} \xi_3^{x_2} \xi_3^{x_3} z_0}{(\xi_3^{x_1} - \xi_1^{x_2})(\xi_3^{x_1} - \xi_2^{x_2})(\xi_3^{x_1} - \xi_3^{x_3})} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Pour satisfaire} \\ \text{à six observations.} \end{array} \\ \text{etc.} \quad \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

Ce qui s'accorde avec les formules que j'ai données n°. 20 de mes leçons d'analyse, en faisant  $x=1$ ; et, pour rendre le calcul d'élimination qui donne  $\mu_1, \mu_2$ , etc. absolument semblable à celui du cours, on fera  $\xi_1^{x_1} = \psi_1, \xi_2^{x_2} = \psi_2$ , etc., et on cherchera  $\mu_1, \mu_2$ , etc. en valeurs de  $\psi_1, \psi_2$ , etc. On sait que  $x$  est ici l'accroissement constant de  $x$  ou le  $\Delta x$ . Les quantités  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ , etc.  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ , etc. étant ainsi déterminées, on substituera leurs valeurs dans l'équation (1)

$$z = \mu_1 \xi_1^x + \mu_2 \xi_2^x + \mu_3 \xi_3^x + \dots + \mu_{(n)} \xi_{(n)}^x,$$

qui sera alors disposée pour satisfaire aux  $2n$  observations données, et pour fournir un résultat quelconque intermédiaire entre ceux obtenus par le fait.

1512. Pour résoudre ce second cas, on observera que l'équation (2) ne diffère de l'équation (1) que par le terme constant  $\mu_{(n+1)}$ . Ainsi la série des  $z$  tirée de (2) est de même nature que celle tirée de (1), avec la seule différence que dans (2) chaque terme est augmenté de  $\mu_{(n+1)}$ . Si donc on diminue

La deuxième applicable à un nombre impair d'observations.



ces mêmes termes de  $\mu_{(n+1)}$ , les restes auront entre eux les relations que comporte une suite récurrente de l'ordre  $n$  (\*), c'est-à-dire qu'en conservant la notation de l'article précédent on a

$$A_0(z_0 - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_I - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{II} - \mu_{(n+1)}) + \dots + A_{(n)}(z_{(n)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

$$A_0(z_I - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{II} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{III} - \mu_{(n+1)}) + \dots + A_{(n)}(z_{(n+1)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

$$A_0(z_{II} - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{III} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{IV} - \mu_{(n+1)}) + \dots + A_{(n)}(z_{(n+2)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

$$A_0(z_{III} - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{IV} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_V - \mu_{(n+1)}) + \dots + A_{(n)}(z_{(n+3)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

$$\dots$$

$$A_0(z_{(n-1)} - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{(n)} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{(n+1)} - \mu_{(n+1)}) + \dots + A_{(n)}(z_{(2n+1)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

$$A_0(z_{(n)} - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{(n+1)} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{(n+2)} - \mu_{(n+1)}) + \dots + A_{(n)}(z_{(2n)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

Si on retranche ces équations l'une de l'autre,  $\mu_{(n+1)}$  s'éliminera, et elles deviendront

$$\left. \begin{aligned} A_0 \Delta z_0 + A_I \Delta z_I + A_{II} \Delta z_{II} + \dots + A_{(n)} \Delta z_{(n)} &= 0 \\ A_0 \Delta z_I + A_I \Delta z_{II} + A_{II} \Delta z_{III} + \dots + A_{(n)} \Delta z_{(n+1)} &= 0 \\ A_0 \Delta z_{II} + A_I \Delta z_{III} + A_{II} \Delta z_{IV} + \dots + A_{(n)} \Delta z_{(n+2)} &= 0 \\ A_0 \Delta z_{III} + A_I \Delta z_{IV} + A_{II} \Delta z_V + \dots + A_{(n)} \Delta z_{(n+3)} &= 0 \\ \dots &\dots \\ A_0 \Delta z_{(n-1)} + A_I \Delta z_{(n)} + A_{II} \Delta z_{(n+1)} + \dots + A_{(n)} \Delta z_{(2n-1)} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{On pourra, pour} \\ \text{plus de commodité,} \\ \text{supposer } A_{(n)} = 1 \\ \text{dans les applica-} \\ \text{tions numériques.} \end{array}$$

équation dont on tirera les valeurs de  $\frac{A_0}{A_{(n)}}$ ,  $\frac{A_I}{A_{(n)}}$ ,  $\frac{A_{II}}{A_{(n)}}$ , etc.; savoir,

$$\text{pour } n=1 \dots A_0 : A_I = - \Delta z_I : \Delta z_0 \dots \dots \dots \left. \begin{array}{l} \text{valeur déduite de} \\ \text{trois observations.} \end{array} \right\}$$

(\*) La récurrente est dans le fait de l'ordre  $n+1$ ; mais l'équation de relation a une racine égale à l'unité, c'est-à-dire que dans le terme  $\mu_{(n+1)} \varrho^{x_{(n+1)}}$  on a  $\varrho_{(n+1)} = 1$ . Ainsi le degré de l'équation peut s'abaisser d'une unité.

pour



pour  $n=2$   $\left\{ \begin{array}{l} A_0 : A_{II} = \frac{\Delta z_I \Delta z_{III} - \Delta z_{II} \Delta z_{II}}{\Delta z_0 \Delta z_{II} - \Delta z_I \Delta z_I} \dots \dots \dots \\ A_I : A_{II} = \frac{\Delta z_I \Delta z_{II} - \Delta z_0 \Delta z_{III}}{\Delta z_0 \Delta z_{II} - \Delta z_I \Delta z_I} \dots \dots \dots \end{array} \right\}$  valeurs déduites de cinq observations.

pour  $n=3$   $\left\{ \begin{array}{l} A_0 : A_{III} = \frac{+(\Delta z_{III} \Delta z_{III} - \Delta z_{II} \Delta z_{IV}) \Delta z_{III} + (\Delta z_I \Delta z_{IV} - \Delta z_{II} \Delta z_{III}) \Delta z_{IV} + (\Delta z_{II} \Delta z_{II} - \Delta z_I \Delta z_{III}) \Delta z_V}{-(\Delta z_{III} \Delta z_{III} + \Delta z_{II} \Delta z_{IV}) \Delta z_0 - (\Delta z_I \Delta z_{IV} - \Delta z_{II} \Delta z_{III}) \Delta z_I - (\Delta z_{II} \Delta z_{II} - \Delta z_I \Delta z_{III}) \Delta z_{II}} \\ A_I : A_{III} = \frac{+(\Delta z_I \Delta z_{IV} - \Delta z_{II} \Delta z_{III}) \Delta z_{III} + (\Delta z_{II} \Delta z_{II} - \Delta z_0 \Delta z_{IV}) \Delta z_{IV} + (\Delta z_0 \Delta z_{III} - \Delta z_I \Delta z_{II}) \Delta z_V}{-(\Delta z_I \Delta z_{IV} - \Delta z_{II} \Delta z_{III}) \Delta z_I - (\Delta z_{II} \Delta z_{II} - \Delta z_0 \Delta z_{IV}) \Delta z_{II} - (\Delta z_0 \Delta z_{III} - \Delta z_I \Delta z_{II}) \Delta z_{III}} \\ A_{II} : A_{III} = \frac{+(\Delta z_{II} \Delta z_{II} - \Delta z_I \Delta z_{III}) \Delta z_{III} + (\Delta z_0 \Delta z_{III} - \Delta z_I \Delta z_{II}) \Delta z_{IV} + (\Delta z_I \Delta z_I - \Delta z_0 \Delta z_{II}) \Delta z_V}{-(\Delta z_{II} \Delta z_{II} - \Delta z_I \Delta z_{III}) \Delta z_{II} - (\Delta z_0 \Delta z_{III} - \Delta z_I \Delta z_{II}) \Delta z_{III} - (\Delta z_I \Delta z_I - \Delta z_0 \Delta z_{II}) \Delta z_{IV}} \end{array} \right\}$  valeurs déduites de sept observations.

etc. etc. etc.

Ensuite  $k$  étant un nombre entier positif, qui n'excede pas  $n$ , on pourra évaluer  $\mu_{(n+1)}$  par l'une quelconque des  $n$  équations que renferme la suivante

$$\mu_{(n+1)} = \frac{A_0 z^{(k)} + A_I z^{(k+1)} + A_{II} z^{(k+2)} + \dots + A_{(n)} z^{(k+n)}}{(A_0 + A_I + A_{II} + \dots + A_{(n)}) : A_{(n)}},$$

qui doit donner la même valeur pour  $\mu_{(n+1)}$ , quel que soit celui des nombres 0, 1, 2, 3, . . .  $n$ , qu'on prenne pour  $k$ .

Résolvant ensuite l'équation

$$A_0 + A_I a + A_{II} a^2 + A_{III} a^3 + \dots + A_{(n)} a^{(n)} = 0,$$

les  $n$  racines qu'elle donnera seront les valeurs de  $\varrho_1^{x_1}, \varrho_2^{x_2}, \varrho_3^{x_3}, \dots, \varrho_n^{x_n}$ , d'où on déduira celles de  $\varrho_I, \varrho_{II}, \varrho_{III}$ , etc. à substituer dans l'équation (2); et les valeurs de  $\mu_I, \mu_{II}, \mu_{III}$ , etc. de la même équation se calculeront par les formules (\*)

Observez, comme dans l'article précédent, que, dans le développement des numérateurs, il faut aux exposants des puissances de  $z$  substituer des accents de même numéro, ou multiplier par  $z_0$  les termes où  $z$  ne sera pas, et par  $z_I, z_{II}, z_{III}$ , etc. respectivement ceux qui seront multipliés par  $z, z^2, z^3$ , etc.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_I = \frac{(z - \varrho_{II}^{x_1})(z - \varrho_{III}^{x_1})(z - \varrho_{IV}^{x_1}) \dots (z - \varrho_{(n)}^{x_1})(z - 1)}{(\varrho_I^{x_1} - \varrho_{II}^{x_1})(\varrho_I^{x_1} - \varrho_{III}^{x_1})(\varrho_I^{x_1} - \varrho_{IV}^{x_1}) \dots (\varrho_I^{x_1} - \varrho_{(n)}^{x_1})(\varrho_I^{x_1} - 1)} \\ \mu_{II} = \frac{(z - \varrho_I^{x_1})(z - \varrho_{III}^{x_1})(z - \varrho_{IV}^{x_1}) \dots (z - \varrho_{(n)}^{x_1})(z - 1)}{(\varrho_{II}^{x_1} - \varrho_I^{x_1})(\varrho_{II}^{x_1} - \varrho_{III}^{x_1})(\varrho_{II}^{x_1} - \varrho_{IV}^{x_1}) \dots (\varrho_{II}^{x_1} - \varrho_{(n)}^{x_1})(\varrho_{II}^{x_1} - 1)} \\ \mu_{III} = \frac{(z - \varrho_I^{x_1})(z - \varrho_{II}^{x_1})(z - \varrho_{IV}^{x_1}) \dots (z - \varrho_{(n)}^{x_1})(z - 1)}{(\varrho_{III}^{x_1} - \varrho_I^{x_1})(\varrho_{III}^{x_1} - \varrho_{II}^{x_1})(\varrho_{III}^{x_1} - \varrho_{IV}^{x_1}) \dots (\varrho_{III}^{x_1} - \varrho_{(n)}^{x_1})(\varrho_{III}^{x_1} - 1)} \\ \dots \dots \dots \\ \mu_{(n)} = \frac{(z - \varrho_I^{x_1})(z - \varrho_{II}^{x_1})(z - \varrho_{III}^{x_1}) \dots (z - \varrho_{(n-1)}^{x_1})(z - 1)}{(\varrho_{(n)}^{x_1} - \varrho_I^{x_1})(\varrho_{(n)}^{x_1} - \varrho_{II}^{x_1})(\varrho_{(n)}^{x_1} - \varrho_{III}^{x_1}) \dots (\varrho_{(n)}^{x_1} - \varrho_{(n-1)}^{x_1})(\varrho_{(n)}^{x_1} - 1)} \end{array} \right.$$

$$\mu_{(n+1)} = z_0 - (\mu_I + \mu_{II} + \mu_{III} + \dots + \mu_{(n)}).$$

(\*) Si on retranche de ces formules les facteurs  $z - 1$  et  $\varrho_I^{x_1} - 1, \varrho_{II}^{x_1} - 1, \varrho_{III}^{x_1} - 1$ , etc., on aura les constantes qui conviennent au terme général de la suite  $\Delta z_0, \Delta z_I, \Delta z_{II}$ , etc., c'est-à-dire qu'on aura les constantes qui devraient multiplier  $\varrho_I^x, \varrho_{II}^x$ , etc. dans la valeur de  $\Delta z$ .







entièrement rationnels : ainsi les formules d'interpolation qui se rapportent aux fonctions rationnelles sans diviseurs variables, ou aux courbes paraboliques, ne sont qu'un cas très particulier de celles que je viens de donner.

Je passe aux applications.

*Applications de la méthode précédente d'interpolation à la recherche des lois de la dilatabilité de plusieurs fluides élastiques.*

Les expériences dont je vais m'occuper ont été faites par Prieur, et rapportées par Guyton, tous deux députés à la convention nationale, dans un mémoire intéressant que le dernier a publié sur cette matière (\*). Voici la description qu'il donne de l'appareil. (*Voyez la planche 53.*)

Description  
des  
expériences.

« Après avoir rempli le ballon d'air commun (qui, mêlé  
« avec partie égale de gas nitreux, donnoit 0,75 d'absorption,)   
« il l'a fermé par un bouchon bien mastiqué, portant un siphon  
« recourbé: ce vaisseau a été plongé dans l'eau, dont la tem-  
« pérature étoit entretenue à zéro par de la glace fondante,  
« et maintenue par une sorte d'armure de fer, soit pour le  
« fixer sous l'eau, soit pour l'empêcher de descendre au fond,  
« ou même de s'écraser sous le poids du mercure qui devoit  
« y rentrer. Ce bain avoit été disposé d'avance sur un four-  
« neau, et il y avoit placé un thermometre dont la boule  
« descendoit à-peu-près au niveau du centre du ballon, et  
« dont l'échelle s'élevoit au-dessus de la surface de l'eau sans  
« toucher aux parois de la chaudiere.

« Lorsque le ballon eut pris la température du bain, le  
« siphon fut engagé sous un récipient plein de mercure,  
« renversé dans une cuvette de neuf pouces de diametre, au  
« milieu de laquelle il étoit solidement assujetti dans la ligne  
« perpendiculaire; et on alluma le feu sous la chaudiere.

« L'eau du bain ayant été échauffée à 20 degrés, Prieur  
« nota exactement, au moyen d'une double échelle collée sur  
« le récipient, l'abaissement du mercure occasionné par l'air  
« qui s'y étoit introduit, et mesura en même temps la hauteur  
« de la colonne de mercure au-dessus du niveau de la cuvette.  
« Il procéda de même pour les abaissements déterminés par  
« les degrés 40, 60 et 80. Son projet avoit été d'abord de

(\*) Voyez l'article *Air* du Dictionnaire de Chymie de la nouvelle Encyclopédie méthodique, et le premier volume des Annales de Chymie.



« suivre cette dilatation dans des degrés plus rapprochés ;  
 « mais les variations accidentelles influoient alors plus sensi-  
 « blement sur les résultats ; et il préféra de s'en tenir à ces  
 « quatre grandes divisions pour déterminer plus sûrement la  
 « progression.

« L'eau de la chaudiere ayant été tenue pendant quelques  
 « instants à la plus forte ébullition, de maniere que le ther-  
 « mometre indiquoit quelquefois  $81$  et même  $81\frac{1}{2}$  degrés, sui-  
 « vant la pureté de l'eau et la pression actuelle de l'atmo-  
 « sphere, on refroidissoit presque subitement le ballon sans  
 « le déplacer, en tirant l'eau chaude par un siphon et rem-  
 « plissant la chaudiere de neige ou de glace pilée. Le mercure  
 « pendant cette condensation remontoit par le siphon dans  
 « le ballon, où il remplissoit exactement la portion d'air qui  
 « en étoit sortie par la dilatation ; ce qui servoit non seulement  
 « à assurer l'expérience contre tout soupçon de communica-  
 « tion avec l'air du dehors, mais encore à vérifier s'il n'y  
 « avoit pas eu quelque altération du fluide élastique capable  
 « de diminuer son volume, pour déterminer ensuite la nature  
 « de cette altération par des épreuves ultérieures, tant sur la  
 « portion restée que sur celle qui avoit passé dans le réci-  
 « pient. »

La table suivante présente les résultats des expériences faites avec l'appareil qu'on vient de décrire.

Résultats  
des expé-  
riences.

TABLE des dilatations totales éprouvées de 20 en 20 degrés du thermometre de Réaumur, depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, exprimées en parties du volume primitif, ou du volume à la température de la glace, pris pour unité.

FLUIDES MIS EN EXPÉRIENCE.	Valeur de... $x_0$ corresp. à ... $0^\circ$	Valeur de... $x_1$ corresp. à $x_1 = 20^\circ$	Valeur de... $x_{II}$ corresp. à $2x_1 = 40^\circ$	Valeur de... $x_{III}$ corresp. à $3x_1 = 60^\circ$	Valeur de... $x_{IV}$ corresp. à $4x_1 = 80^\circ$
Air commun . . . . .	0 . . . . .	0,0789	0,2572	0,6583	(0,9389)
Gas oxygene . . . . .	0 . . . . .	0,0452	0,2485	0,9021	(4,4801)
Gas azoth . . . . .	0 . . . . .	0,0340	0,2188	0,7683	5,9431
Gas hydrogene . . . . .	0 . . . . .	0,0840	0,2285	(0,3745)	(0,3915)
Gas nitreux . . . . .	0 . . . . .	0,06523	0,17634	0,44379	(0,6029)
Gas acide carbonique . . . . .	0 . . . . .	0,11051	0,30663	0,75953	(1,01055)
Gas ammoniacal . . . . .	0 . . . . .	0,27933	0,85076	2,59150	(5,80472)

Les nombres renfermés entre deux parentheses indiquent des résultats sur l'exactitude desquels Prieur a quelques doutes,



par la considération des combinaisons qui se produisent lorsque les relations d'affinité changent à la faveur des hautes températures.

Les expériences sur l'air commun ont donné

$z_0 = 0$ ;  $z_I = 0,0789$ ;  $z_{II} = 0,2572$ ;  $z_{III} = 0,6588$ ;  $z_{IV} = 0,9389$   
correspond à . . . . . 0;  $x' = 20$ ;  $2x' = 40$ ;  $3x' = 60$ ;  $4x' = 80$ .

Lois de la dilatation de l'air atmosphérique.

Si on veut d'abord embrasser les cinq résultats, on emploiera la formule (2), et l'équation générale sera de la forme

$$z = \mu_I \xi_I^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III};$$

on aura, pour calculer  $A_0 : A_{II}$  et  $A' : A_{II}$ , les valeurs

$\Delta z_0 = 0,0789$ ;  $\Delta z_I = 0,1783$ ;  $\Delta z_{II} = 0,4016$ ;  $\Delta z_{III} = 0,2801$ ;  
d'où on déduira

$$A_0 : A_{II} = \frac{2226814,6}{2093}$$

$$A_I : A_{II} = \frac{990107,8}{2093}$$

On aura ensuite, pour calculer  $\xi_I$  et  $\xi_{II}$ , l'équation

$$\frac{2226814,6}{2093} + \frac{990107,8}{2093} \alpha + \alpha^2 = 0,$$

dont les racines sont  $\begin{cases} \xi_I^{x_I} = + 2,25985 \ 84393 & \log. \xi_I^{x_I} = 0,35408 \ 12352 \\ \xi_{II}^{x_{II}} = + 470,79690 \ 219 & \log. \xi_{II}^{x_{II}} = 2,67283 \ 35965 \end{cases}$

et, en extrayant la racine 20<sup>e</sup>  $\xi_I^{x_I}$  et  $\xi_{II}^{x_{II}}$ ,  $\begin{cases} \xi_I = + 1,04160 \ 74124 & \log. \xi_I = 0,01770 \ 40618 \\ \xi_{II} = + 1,36032 \ 18683 & \log. \xi_{II} = 0,13364 \ 16798 \end{cases}$

Enfin, on trouvera pour  $\mu_I$ ,  $\mu_{II}$  et  $\mu_{III}$

$\mu_I = + 0,06262 \ 59190 \ 6$   $\log. \mu_I = \overline{2},79675 \ 41124$

$\mu_{II} = - 0,00000 \ 00000 \ 12860 \ 69119$   $\log. \mu_{II} = \overline{11},10926 \ 43101$

$\mu_{III} = - 0,06262 \ 59190 \ 5$   $\log. \mu_{III} = \overline{2},79675 \ 41124$

et toutes ces quantités substituées dans l'équation

$$z = \mu_I \xi_I^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III}$$

satisferont aux cinq observations  $z_0 = 0$ ;  $z_I = 0,0789$ ;  $z_{II} = 0,2572$ ;  $z_{III} = 0,6588$ ;  $z_{IV} = 0,9389$ , en faisant successivement  $x = 0$ ;  $x = 20^\circ$ ;  $x = 40^\circ$ ;  $x = 60^\circ$ ;  $x = 80^\circ$ . Je vais maintenant faire quelques remarques sur la formule et sur les expériences.

L'excessive petitesse du coefficient  $\mu_{II}$  semble devoir faire regarder comme nul le terme où il se trouve; et si l'approximation n'avoit pas été poussée fort loin, on n'auroit trouvé aucune valeur au coefficient dont le premier chiffre significatif n'est que l'unité à la onzième décimale. Les nombres qu'on déduit de  $\mu_{II} \xi_{II}^x$  sont en effet négligeables jusqu'au  $60^\circ$  et au-

Remarques sur la formule qui embrasse les cinq résultats.



delà, en sorte que depuis  $x=0$  jusqu'à  $x=60^\circ$  les dilatations peuvent être représentées par l'équation

$$z = \mu_1 \xi_1^x + \mu_{III}.$$

Mais la quantité  $\xi_1^x$ , prenant ensuite des accroissements rapides, diminue sensiblement les valeurs de  $\mu_1 \xi_1^x + \mu_{III}$ , et occasionne dans la courbe un point d'inflexion entre  $70^\circ$  et  $80^\circ$ , tellement qu'à partir de  $76^\circ$ , les dilatabilités données par le calcul suivent une marche rétrograde jusqu'à  $80^\circ$ .

Le point d'inflexion dont je parle est indiqué par les résultats de Prieur; car, en prenant les différences, on a

$$\begin{aligned} z_0 &= 0; \quad z_I = 0,0789; \quad z_{II} = 0,2572; \quad z_{III} = 0,6588; \quad z_{IV} = 0,9389 \\ \Delta z_0 &= 0,0789; \quad \Delta z_I = 0,1783; \quad \Delta z_{II} = 0,4016; \quad \Delta z_{III} = 0,2801 \\ \Delta^2 z_0 &= 0,0994; \quad \Delta^2 z_I = 0,2233; \quad \Delta^2 z_{II} = -0,1215; \end{aligned}$$

et le changement de signe dans la dernière différence seconde annonce que la trace de la courbe change de direction entre les deux derniers résultats.

Le cinquième  
résultat affecté  
de l'effet de la  
décomposition  
de l'air.

Il est facile d'apercevoir par ces rapprochements, 1°. que le terme  $\mu_{II} \xi_{II}^x$ , qui n'acquiert une valeur sensible que dans les derniers résultats, ne subsiste dans la formule que par quelque erreur qui s'est glissée dans l'expérience de la dilatation à  $80$  degrés de température, et qu'en effet Prieur a désignée comme douteuse; 2°. que ce terme  $\mu_{II} \xi_{II}^x$ , étant soustractif, indique que, pour satisfaire à la dernière observation, il faut compter une dilatation moindre que celle qui auroit dû réellement avoir lieu; qu'ainsi cette observation pêche par défaut: et je ferai voir tout-à-l'heure que le même terme  $\mu_{II} \xi_{II}^x$  mesure précisément la quantité de l'erreur: Or, ces conséquences que je tire de l'application du calcul aux expériences se trouvent confirmées et expliquées dans le mémoire de Guyton par des considérations qui tiennent à la nature même de ces expériences. D'abord il a remarqué la marche rétrograde que suppose la série des valeurs données par l'observation; car il dit: « Si on ne faisoit point état de ce déchet résultant de  
« la combinaison de l'air, non seulement on perdrait une  
« partie de l'effet, mais on pourroit encore être tenté de  
« croire à une marche irrégulière, et, pour ainsi dire, *rétro-*  
« *grade*, de la dilatabilité de l'air par la chaleur, quand elle  
« est portée à un certain point, ce qui seroit une erreur  
« bien plus grande ». Ensuite il a parfaitement rendu raison des causes du déchet qui doit être attribué à l'oxydation du mercure produite dans les hautes températures, qui, ne pou-



vant se faire qu'aux dépens du gas oxygene de l'air renfermé dans l'appareil, a diminué d'autant le volume de cet air.

Mais il ne suffit pas que le calcul fasse connoître l'erreur, il faut la mesurer, savoir si les observations précédentes n'en seroient point affectées, et enfin établir la formule qui ultérieurement donne la vraie loi qu'on cherche. Pour y parvenir je mets de côté les observations à  $60^{\circ}$  et à  $80^{\circ}$  pour chercher la valeur générale de la dilatation d'après les seules données  $z_0=0$ ;  $z_1=0,0789$ ;  $z_{II}=0,2572$ ; et si, dans l'équation que je trouverai, en faisant  $x=60^{\circ}$ , je trouve  $z=0,6588$ , ce sera une preuve que cette équation lie par une loi commune les quatre premières observations. Posant donc l'équation

$$z = \mu_1 (\varrho_1^x - 1),$$

la méthode exposée précédemment donne

$$\log. \varrho_1^x \log. \left( \frac{\Delta z_1}{\Delta z_0} \right) = 0,35407434; \varrho_1^x = 2,2598$$

$$\log. \varrho_1 = \frac{1}{20} \log. \varrho_1^x = 0,017703717; \varrho_1 = 1,0416$$

$$\log. \mu_1 = \log. \left( \frac{\Delta z_0}{\varrho_1^{x_1} - 1} \right) = \log. \left( \frac{0,0789}{1,2598} \right) = 2,7967754; \mu_1 = 0,062629.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation  $z = \mu_1 (\varrho_1^x - 1)$ , et faisant  $x=60^{\circ}$ , je trouve

$$60 \log. \varrho_1 = 1,0622230$$

$$\log. \mu_1 = 2,7967754$$

$$so^e = 1,8589984 = \log. 0,72277$$

$$\mu_1 = \dots 0,06263$$

$$\text{Différence} = \text{dilatation à } 60^{\circ} = 0,66014$$

Ce résultat est celui donné par l'expérience à  $\frac{13}{10000}$  près : on peut donc regarder l'équation  $z = \mu_1 (\varrho_1^x - 1)$  comme satisfaisant aux quatre premiers résultats; et, comme le quatrieme n'est point entré dans la formation de l'équation, il faut en conclure que la loi qu'elle exprime est vraiment celle de la nature. Mais il y a plus : les quantités  $\varrho_1$ ,  $\mu_1$ , déduites des trois données  $z_0=0$ ,  $z_1=0,0789$ ,  $z_{II}=0,2572$ , sont les mêmes que  $\varrho_1$ ,  $\mu_{III}$ , déduites de la totalité des observations, aux décimales près du sixieme ou septieme ordre; donc l'équation trouvée en premier lieu ne diffère réellement de la véritable que par le deuxieme terme  $\mu_{II} \varrho_1^x$ , qui donne ainsi la valeur des anomalies.

On voit par-là qu'à  $60^{\circ}$  de température il existoit déjà un

Véritable formule donnée par la précédente, en en retranchant le terme qui mesure l'anomalie.



commencement d'oxydation et un petit déchet qui a introduit une anomalie de 0,0013: l'erreur a grossi rapidement, et le résultat à 80° peche par défaut de 0,6318 du volume primitif; en sorte que la dilatation doit être de 1,5707 ou de 1 fois  $\frac{3}{5}$  le volume primitif, au lieu de  $\frac{19}{20}$  que donne l'expérience.

Formule pour  
la dilatation de  
degré en degré.

Nous voilà donc parvenus à la mesure exacte d'un phénomène important, dont la loi est exprimée par une formule très simple; on peut, au lieu de prendre la dilatation à compter du terme de la glace, c'est-à-dire depuis 0 jusqu'à  $x$ , ne la prendre que de degré en degré, c'est-à-dire depuis  $x$  jusqu'à  $x+1$ ; on a dans ce cas  $\Delta z = \mu_1 \xi^{x+1} - \mu_1 \xi^x$ , d'où on tire

$$\Delta z = \mu_1 (\xi_1 - 1) \xi_1^x, \text{ et } x = \frac{\log. \Delta z - \log. \{ \mu_1 (\xi_1 - 1) \}}{\log. \xi_1},$$

$\Delta x$  étant supposé égal à l'unité: ainsi les différences de dilatation de degré en degré forment une progression géométrique croissante (la raison  $\xi_1$  étant plus grande que l'unité), ce qui s'accorde encore avec l'assertion de Guyton, « que l'air est d'autant plus dilatable par des quantités de chaleur égales (suivant la mesure thermométrique), qu'il est déjà plus dilaté », et donne en même temps la loi de la progression de cette dilatation.

Formule pour  
la dilatabilité.

Plusieurs physiciens se sont exercés à chercher quel étoit le rapport de la dilatation de l'air à son volume pour un degré de changement dans la température; ce qui est utile pour plusieurs déterminations, dont une des plus importantes est la correction à faire aux observations barométriques pour les dégager de l'erreur provenant du changement de température de l'air à différentes hauteurs. On a supposé que ce rapport étoit constant, du moins dans la limite des températures que nous offre habituellement l'atmosphère; mais on voit par ce qui précède que, même dans cette limite, le rapport dont il s'agit a des variations très sensibles, et il est aisé de déduire son expression des équations précédentes. Le volume primitif étant l'unité, et la dilatation totale à la température  $x$  étant  $z$ ,  $z+1$  sera le volume à la température  $x$ ,  $z+\Delta z+1$  sera le volume à la température  $x+1$ , et  $\frac{\Delta z}{z+1}$  sera le rapport cherché; si on nomme R ce rapport, et qu'on substitue pour  $z$  et  $\Delta z$  leurs valeurs, il viendra

$$R = \frac{\mu_1 (\xi_1 - 1) \xi_1^x}{1 - \mu_1 + \mu_1 \xi_1^x}.$$

On



On voit par-là que  $R$  ne doit être constant que dans le cas où  $\mu_1$  est égal à l'unité: mais cette valeur ne peut jamais avoir lieu lorsque le volume primitif, ou à la glace, est pris pour unité; car  $\mu_1$  mesurant, comme on le verra bientôt, la plus grande diminution de volume causée par le refroidissement, si on admettoit la valeur  $\mu_1 = 1$ , il s'ensuivroit que le refroidissement pourroit réduire le volume à zéro, ce qui seroit absurde.

Il faut cependant observer que  $R$  tend à devenir constant à mesure que la température  $x$  augmente, et que sa valeur a pour limite la même quantité  $e_1 - 1$ .

Il est donc évident que les évaluations de  $R$  données par différents physiciens different entre elles principalement parcequ'elles se rapportent à différentes températures: on doit cependant à cette cause de différence en joindre quelques autres, telles que la densité plus ou moins grande, l'état hygrométrique, etc. Si on fait abstraction de ces dernières, et qu'on veuille savoir à quel degré de température se rapporte une valeur donnée de  $R$ , il faudra dégager  $x$  de l'équation précédente, qui deviendra

De la dilatabilité donnée par différents physiciens.

$$x = \frac{\log. \{ R(1 - \mu_1) \} - \log. \{ \mu_1(e_1 - R - 1) \}}{\log. e_1};$$

faisant ensuite différentes hypothèses pour  $R$  égales aux résultats trouvés par quelques physiciens, on aura,

Saussure. . . . .  $R = \frac{1}{235} = 0,004255$   
correspondant à  $x = 13^\circ, 09$ ;

Deluc . . . . .  $R = \frac{1}{215} = 0,004651$   
correspondant à  $x = 15^\circ, 53$ ;

Trembley . . . . .  $R = \frac{1}{192} = 0,005208$   
correspondant à  $x = 19^\circ, 68$ ;

Monge, Bertholet et Vandermonde,  $R = \frac{1}{184,83} = 0,005410$   
(*Mémoire sur le fer.*)  
correspondant à  $x = 19^\circ, 75$ ;

Le général Roi. . . . .  $R = \frac{1}{176} = 0,005882$   
correspondant à  $x = 22^\circ, 12$ .

Les formules et les calculs qui précèdent se rapportent à la division thermométrique de Réaumur, parceque c'est celle qu'on a employée dans les expériences. Je donnerai à la fin de cet essai d'autres formules et des tables rapportées à la



division du thermometre centrigrade, tant pour l'air atmosphérique que pour les six gas suivants.

*Dilatation du gas oxygene.*

1516. Les observations faites sur le gas oxygene donnent,

Dilatations. . . .  $z_0 = 0$ ;  $z_I = 0,04521$ ;  $z_{II} = 0,2485$ ;

$z_{III} = 0,9021$ ;  $z_{IV} = 4,48010$ ;

Températures. . . .  $0$ ;  $x_I = 20^\circ$ ;  $2x_I = 40^\circ$ ;  $3x_I = 60^\circ$ ;

$4x_I = 80^\circ$ .

Si dans l'une des équations  $z = \mu_I (\epsilon_I^x - 1)$ , ou  $x = \frac{\log. (z + \mu_I) - \log. \mu_I}{\log. \epsilon_I}$ , on donne pour valeur de  $\mu_I$ ,  $\epsilon_I^x$  et  $\epsilon_I$

$$\epsilon_I^x = 4,18008; \log. \epsilon_I^x = 0,6211846$$

$$\epsilon_I = 1,07414; \log. \epsilon_I = 0,0310592$$

$$\mu_I = 0,01484; \log. \mu_I = 2,1715033,$$

on trouvera  $z_I = 0,0472$ ;  $z_{II} = 0,2445$ ;  $z_{III} = 1,0692$ ;  $z_{IV} = 4,516$ ; ce qui differe de l'observation de  $+0,002$  à  $20^\circ$ ; de  $-0,004$  à  $40^\circ$ ; de  $+0,16$  à  $60$  degrés, et de  $+0,04$  à  $80$  degrés: les expériences sont donc rendues avec une exactitude satisfaisante. Les anomalies qui ont des signes alternatifs en commençant deviennent constamment positives dans les hautes températures; et cela doit être, parcequ'il y a eu un déchet dont Guyton rend compte dans son mémoire, et qu'il attribue tant à un petit accident arrivé lors du refroidissement, qu'aux affinités qui se sont manifestées dans ces hautes températures. Il paroît en outre qu'à  $60^\circ$  il y a eu quelque cause d'erreur indépendante du déchet.

On peut calculer pour le gas oxygene comme pour l'air atmosphérique,

1°. La dilatation de degré en degré par l'équation  $\Delta z = \mu_I (\epsilon_I - 1) \epsilon_I^x$ , d'où  $x = \frac{\log. \Delta z - \log. \{ \mu_I (\epsilon_I - 1) \}}{\log. \epsilon_I}$ ;

2°. Le rapport R de la dilatation  $\Delta z$ , qui a eu lieu depuis  $x$  jusqu'à  $x + 1$  degrés, au volume total  $z + 1$ , par l'équation

$$R = \frac{\mu_I (\epsilon_I - 1) \epsilon_I^x}{1 - \mu_I + \mu_I \epsilon_I^x}, \text{ d'où } x = \frac{\log. \{ R (1 - \mu_I) \} - \log. \{ \mu_I \epsilon_I (\epsilon_I - R - 1) \}}{\log. \epsilon_I}.$$

*Dilatation du gas azote.*

1517. Les données pour le gas azote sont,

Dilatations. . . .  $z^0 = 0$ ;  $z_I = 0,03400$ ;  $z_{II} = 0,2188$ ;

$z_{III} = 0,76829$ ;  $z_{IV} = 5,94311$ ;



Températures. . . .  $0$ ;  $x_1 = 20^\circ$ ;  $2x_1 = 40^\circ$ ;  $3x_1 = 60^\circ$ ;  
 $4x_1 = 80^\circ$ .

Représentant ces observations par l'équation

$$z = \mu_1 (\xi_1^x - 1),$$

on a pour les valeurs de  $\xi_1^x \cdot \xi_1$ , et  $\mu_1$ ,

$$\xi_1^x = 5,19424; \log. \xi_1^x = 0,7155263$$

$$\xi_1 = 1,08587; \log. \xi_1 = 0,0357763$$

$$\mu_1 = 0,00834; \log. \mu_1 = \overline{3},9214107.$$

Ces valeurs donnent  $z_1 = 0,035$ ;  $z_{II} = 0,2168$ ;  $z_{III} = 1,1611$ ;  $z_{IV} = 6,0662$ ; ce qui diffère de l'observation; savoir, de  $+0,001$  à  $20^\circ$ ; de  $-0,002$  à  $40^\circ$ ; de  $+0,393$  à  $60^\circ$ , et de  $+0,124$  à  $80^\circ$ . L'anomalie à  $60^\circ$  excède celle trouvée à la même température dans toutes les autres expériences; mais elle est occasionnée par une irrégularité manifeste du terme donné par l'observation. « La dilatation, dit Guyton, est très foible dans  
 « les vingt premiers degrés; il y a accroissement progressif,  
 « très considérable dans le second intervalle, moindre dans  
 « le troisieme, et l'augmentation de volume devient *énorme*  
 « dans le quatrieme. »

Il est évident que, pour corriger en même temps et la petitesse du troisieme intervalle et l'excès de grandeur du quatrieme, il faut augmenter le terme qui sépare ces deux intervalles. Or, c'est précisément ce que donne la formule en s'accordant d'ailleurs avec les autres données.

Guyton ajoute: « On s'attendoit bien que dans cette expérience le quatrieme produit seroit beaucoup plus fort que  
 « dans les précédentes, dans lesquelles il avoit manifestement  
 « été diminué par l'altération d'une portion du fluide élastique; ce qui ne devoit pas avoir lieu cette fois, le gas que  
 « l'on traitoit n'ayant aucune action connue à cette température ni sur le mercure ni sur l'oxyde mercuriel: mais  
 « il eût été difficile de prévoir une marche aussi irrégulière;  
 « et, quoique Prieur ne puisse imaginer aucune cause d'erreur, les quatre produits ayant été recueillis dans quatre  
 « vaisseaux séparés, et la rentrée du mercure dans le ballon  
 « ne laissant aucun doute sur la fidélité de l'appareil, il  
 « desire lui-même que ce phénomène soit de nouveau constaté. »

J'observerai que, d'après l'application de l'analyse aux expériences, il n'est pas douteux que les termes à  $0^\circ$ ,  $20^\circ$ ,



40° et 80°, ne soient liés entre eux par une loi régulière, puisqu'ils sont rendus avec une exactitude satisfaisante par l'équation  $z = \mu, (\varrho^x - 1)$  : ces termes ne paroissent donc pas susceptibles de grands changements; et l'équation qui les exprime doit nécessairement donner pour la valeur intermédiaire à 60° le résultat qu'on auroit trouvé par observation, s'il n'y avoit pas eu pour ce terme seulement quelque erreur qui a échappé à Prieur.

*Dilatation du gas hydrogene.*

1518. Les données pour ce gas sont,

Dilatations. . . .  $z_0 = 0$ ;  $z_I = 0,08396$ ;  $z_{II} = 0,22847$ ;  
 $z_{III} = 0,37446$ ;  $z_{IV} = 0,39146$ ;

Températures. . . .  $0^\circ = 0$ ;  $x_I = 20^\circ$ ;  $2x_I = 40^\circ$ ;  
 $3x_I = 60^\circ$ ;  $4x_I = 80^\circ$ .

Les valeurs de  $\mu,$   $\varrho,$  et de leurs logarithmes, sont,

$$\varrho^{x_I} = 1,18334; \log. \varrho^{x_I} = 0,0731074$$

$$\varrho_I = 1,00845; \log. \varrho_I = 0,0036554$$

$$\mu_I = 0,51000; \log. \mu_I = 1,7075702.$$

La formule donne  $z_I = 0,0935$ ;  $z_{II} = 0,2041$ ;  $z_{III} = 0,351$ ;  $z_{IV} = 0,4900$ ; ce qui differe de l'observation de  $+0,010$  à  $20^\circ$ , de  $-0,024$  à  $40^\circ$ , de  $-0,023$  à  $60^\circ$ , et de  $+0,099$  à  $80^\circ$ : ainsi la courbe observée s'entrelace avec celle donnée par le calcul, se trouvant en partie au-dessus et en partie au-dessous; la correction de l'intervalle entre  $z_{III}$  et  $z_{IV}$  et l'augmentation du résultat à  $80^\circ$ , sont motivées dans le mémoire de Guyton, qui dit: « Il y a accroissement progressif dans les trois premières  
 « divisions, quoique de moins en moins, et diminution con-  
 « sidérable dans la quatrième. Cette anomalie est d'autant  
 « plus frappante, que la petite anomalie dont j'ai fait mention  
 « précédemment ne pouvoit qu'en dérober une partie; mais  
 « la solution s'est présentée naturellement lors de la compa-  
 « raison du volume de mercure rentré dans le ballon pendant  
 « le refroidissement avec le volume de gas qui en étoit sorti;  
 « elle a démontré un déchet de 3,2354 pouces cubiques sur  
 « le volume primitif de ce gas. Elle a bien vérifié la conjec-  
 « ture qu'avoit déjà fait naître l'éclat extraordinaire du mer-  
 « cure qui avoit servi à cette opération, que l'oxyde qui s'y  
 « étoit formé dans les précédentes expériences avoit été dé-  
 « composé dans celle-ci par l'affinité de l'hydrogene à l'aide



« de la chaleur. Il n'y avoit plus d'autre cause à chercher de  
« la petitesse du produit de la dilatation dans la quatrième  
« division. »

*Dilatation du gas nitreux.*

1519. Les données pour le gas nitreux sont,

Dilatations. . . .  $z_0 = 0$ ;  $z_1 = 0,06523$ ;  $z_{II} = 0,17634$ ;  
 $z_{III} = 0,44379$ ;  $z_{IV} = 0,6029$ ;

Températures. . . .  $0$ ,  $x_1 = 20^\circ$ ;  $2x_1 = 40^\circ$ ;  $3x_1 = 60^\circ$ ;  
 $4x_1 = 80^\circ$ .

Exprimant la relation entre les dilatations et les températures  
par l'équation

$$z = \mu_1 (\varrho_1^x - 1),$$

on a

$$\varrho_1^x = 1,70336$$

$$\varrho_1 = 1,02699$$

$$\mu_1 = 0,092741$$

$$\log. \varrho_1^x = 0,2313057, \log. \varrho_1 = 0,01156528, \log. \mu_1 = 2,9672697.$$

La formule donne  $z_{III} = 0,3656$ , et  $z_{IV} = 0,68798$ ; ainsi elle  
ne diffère des observations que de  $-0,078$  à  $60^\circ$ , et de  $+0,085$   
à  $80^\circ$ . On voit encore que les courbes données par l'expé-  
rience et le calcul s'entrelacent de manière que les petites  
anomalies sont alternativement positives et négatives.

L'excès que donne la formule à  $80^\circ$  s'explique en grande  
partie par un déchet dont Guyton a fait mention, et qui a  
dû commencer vers le  $76^\circ$  degré. « On sait, dit-il, que le gas  
« nitreux est diminué en quelque sorte à la manière de l'air  
« par les substances combustibles ou calcinables: en effet,  
« dès que la température eut atteint le  $76^\circ$  degré ou environ  
« (qui est sans doute le terme que cette affinité exige dans  
« le cas particulier), les bulles qui devoient fournir le qua-  
« trième produit sont devenues sensiblement plus rares; il  
« s'en falloit 1,7195 pouces cubes que le gas retrouvé, soit  
« dans le ballon, soit dans les quatre récipients où ils avoient  
« été recueillis séparément, ne représentât le volume pri-  
« mitif. »

*Dilatation du gas acide carbonique.*

1520. Les expériences sur ce gas ont donné,

Dilatations. . . .  $z_0 = 0$ ;  $z_1 = 0,11051$ ;  $z_{II} = 0,30663$ ;  
 $z_{III} = 0,73953$ ;  $z_{IV} = 1,01053$ ;

Températures. . . .  $0$ ;  $x_1 = 20^\circ$ ;  $2x_1 = 40^\circ$ ;  $3x_1 = 60^\circ$ ;  
 $4x_1 = 80^\circ$ .



L'équation  $z = \mu_i (\varrho_i^x - 1)$  appliquée à ces résultats donne

$$\varrho_i^x = 1,77468; \log. \varrho_i^x = 0,2491202$$

$$\varrho_i = 1,029096; \log. \varrho_i = 0,01245601$$

$$\mu_i = 0,142652; \log. \mu_i = \bar{1},1542787.$$

La formule donne  $z_{iii} = 0,65468$ , et  $z_{iv} = 1,27236$ ; ainsi elle diffère des observations de  $-0,08$  à  $60^\circ$ , et de  $+0,26$  à  $80^\circ$ . Guyton, considérant que la dilatation à  $20^\circ$  est ici plus forte que celle des autres gas à la même température, pense qu'il seroit possible que ce résultat pèchât par excès: en effet, si, au lieu de  $z_i = 0,11051$ , on emploie  $z_i = 0,10051$ , ce qui donne  $\log. \varrho_i^x = 0,3119108$ ;  $\mu_i = 0,095656$ ;  $\log. \mu_i = 2,9807136$ ; on trouvera  $z_{ii} = 0,30663$ ;  $z_{iii} = 0,72933$ ;  $z_{iv} = 1,59617$ : la valeur de  $z_{iii}$  sera rendue, à  $0,01$  près, mais celle de  $z_{iv}$  excédera l'observation de  $0,59$ . Cet excès paroît fort, vu que le gas acide carbonique, quoiqu'ayant éprouvé un déchet dans les hautes températures, est néanmoins, d'après l'exposé de Guyton, un des fluides mis en expérience qui a le moins éprouvé d'altération: je pense donc qu'on peut s'en tenir aux premières déterminations.

#### *Dilatation du gas ammoniacal.*

1521. Les données pour ce gas sont,

Dilatations. . . .  $z_0 = 0$ ;  $z_i = 0,27933$ ;  $z_{ii} = 0,85076$ ;

$z_{iii} = 2,59150$ ;  $z_{iv} = 5,80472$ ;

Températures. . . .  $0$ ;  $x_i = 20^\circ$ ;  $2x_i = 40^\circ$ ;  $3x_i = 60^\circ$ ;  
 $4x_i = 80^\circ$ .

Si dans l'équation  $z = \mu (\varrho_i^x - 1)$  on fait

$$\varrho_i^x = 2,35245; \log. \varrho_i^x = 0,3715205$$

$$\varrho_i = 1,04370; \log. \varrho_i = 0,0185760$$

$$\mu_i = 0,19468; \log. \mu_i = \bar{1},2893298,$$

on trouvera  $z_i = 0,2633$ ;  $z_{ii} = 0,8827$ ;  $z_{iii} = 2,33981$ ;  $z_{iv} = 5,76759$ ; ainsi les différences entre le calcul et l'expérience seront, à  $20^\circ$ ,  $-0,016$ ; à  $40^\circ$ ,  $+0,032$ ; à  $60^\circ$ ,  $-0,25$ , et à  $80^\circ$ ,  $-0,037$ . Ces différences commencent par avoir des signes alternatifs; mais elles deviennent ensuite constamment négatives, parce que le gas ammoniacal, au lieu d'éprouver du déchet comme les précédents, s'est au contraire accru d'une certaine quantité de fluide qui s'est formée pendant l'expérience. Prieur,



après un premier essai, qu'il avoit rejeté vu la trop grande quantité de gas retrouvée dans le ballon et les récipients, en recommença un second. « Mais, dit Guyton, malgré toutes  
« les précautions prises pour avoir un gas aussi exempt qu'il  
« étoit possible de liqueur capable d'en reproduire de nou-  
« veau, les volumes recueillis dans les récipients, ajoutés à  
« la portion restée dans le ballon, surpassoient encore le  
« volume primitif; tellement qu'au lieu de 15,3207 pouces  
« cubes de gas employé, il s'en trouvoit 15,8671 ». On voit par-là pourquoi, dans les hautes températures, la formule donne moins que l'expérience, en observant néanmoins que le résultat à 60° peche par excès d'une quantité plus considerable que celle dont on peut rendre raison par la formation du nouveau gas.

*Lois de la force expansive de la vapeur de l'eau.*

1522. Les sept fluides élastiques dont il est question dans la seconde partie de cet essai se conservent dans l'état gazeux, quelle que soit leur température; du moins le degré de froid qui peut les rendre liquides n'est point encore connu: cette propriété est un des principaux caracteres qui, sous l'aspect où je les envisage, doivent les distinguer des *vapeurs*, dont l'état gazeux n'est, par rapport à la chaleur habituelle de notre atmosphere, qu'une maniere d'être accidentelle qui dépend essentiellement du rapport entre la pression et la température du liquide *vaporisé*. Il paroît constaté qu'abstraction faite du poids de l'atmosphere ou de la pression de tout autre fluide élastique gazeux, la vaporisation doit avoir lieu à la température de la glace, et même au-dessus, et ne s'arrêter que lorsque le calorique interposé entre les molécules est tellement rare que son expansion ne peut plus vaincre l'adhésion de ces molécules, ou les puissances quelconques, quelque petites qu'elles soient, qui tendent à les rapprocher. Ces principes, que je ne fais que rappeler ici, mais auxquels j'ai donné plus de développement (art. 1309 et suivants), servent de fondement à l'explication des phénomènes de la vaporisation des liquides considérés quant aux effets mécaniques.

Les observations de la force expansive de la vapeur de l'eau fournissent 110 résultats de degré en degré du thermometre commençant à zéro.

Ces résultats sont contenus dans la table suivante, où les



pressions sont exprimées en pouces de mercure, et les températures rapportées à l'échelle de Réaumur.

TABLE de la force expansive de la vapeur de l'eau, déduite de l'expérience.									
Températ.	Pression.	Températ.	Pression.	Températ.	Pression.	Températ.	Pression.	Températ.	Pression.
0	0,00								
1	0,00	23	0,90	45	3,95	67	14,50	89	44,30
2	0,00	24	0,97	46	4,25	68	15,25	90	46,40
3	0,00	25	1,05	47	4,45	69	16,10	91	48,40
4	0,02	26	1,12	48	4,75	70	16,90	92	50,50
5	0,02	27	1,22	49	5,00	71	17,80	93	53,00
6	0,05	28	1,32	50	5,35	72	18,70	94	55,30
7	0,07	29	1,42	51	5,70	73	19,50	95	57,80
8	0,10	30	1,52	52	6,05	74	20,60	96	60,50
9	0,12	31	1,65	53	6,50	75	21,75	97	63,40
10	0,15	32	1,78	54	6,90	76	22,90	98	66,20
11	0,18	33	1,90	55	7,32	77	24,15	99	69,00
12	0,22	34	2,00	56	7,85	78	25,50	100	71,80
13	0,27	35	2,15	57	8,40	79	26,67	101	75,00
14	0,30	36	2,27	58	8,85	80	28,00	102	78,20
15	0,35	37	2,45	59	9,35	81	29,60	103	81,00
16	0,40	38	2,57	60	9,95	82	31,30	104	84,00
17	0,45	39	2,75	61	10,40	83	33,00	105	86,80
18	0,52	40	2,92	62	11,00	84	34,60	106	89,00
19	0,58	41	3,10	63	11,70	85	36,45	107	91,30
20	0,65	42	3,27	64	12,40	86	38,10	108	93,50
21	0,75	43	3,47	65	13,20	87	40,00	109	95,60
22	0,82	44	3,70	66	13,80	88	42,20	110	98,00

Lorsque j'appliquai pour la première fois le calcul à ces expériences, je parvins à une équation de la forme

$$z = \mu_I \xi_I^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III} \xi_{III}^x + \mu_{IV}^x \xi_{IV}^x.$$

C'est la formule que j'ai donnée (art. 1325), avec une notation différente, mais qu'on peut très aisément ramener à celle-ci. La méthode que j'avois suivie consistoit à satisfaire à une partie des résultats depuis 0 jusqu'à 80°, au moyen des deux termes  $\mu_I \xi_I^x + \mu_{II} \xi_{II}^x$ , et à interpoler, au moyen de  $\mu_{III} \xi_{III}^x + \mu_{IV} \xi_{IV}^x$ , les différences entre les valeurs observées et celles calculées par les deux premiers termes depuis 80° jusqu'à 110°. J'avois de cette manière réussi à exprimer si exactement les observations dans toute leur étendue, que les courbes du calcul et de l'expérience ne se distinguoient presque pas l'une de l'autre, les petites anomalies qu'elles offroient étant l'effet de quelques légères erreurs inévitables dans les observations et dans les graduations des échelles de l'appareil (\*).

(\*) La table X contient les résultats calculés et observés avec leurs différences.



Je n'ai employé quatre termes qu'après m'être assuré que deux ne suffisoient pas, et qu'en voulant les restreindre à trois, l'équation du troisieme degré qu'il falloit résoudre avoit deux racines imaginaires, ce qui introduisoit des quantités circulaires dans la valeur de  $z$ : mais, depuis la publication de mon ouvrage, j'ai reconnu, en examinant la chose de plus près, que ces fonctions révolutives n'étoient dues qu'aux petites irrégularités des nombres immédiatement déduits de l'expérience, et qu'en les corrigeant on parvenoit à une équation dont toutes les racines étoient réelles et positives. Le moyen le plus sûr que je pouvois employer étoit l'équation même à quatre termes, trouvée en premier lieu; et j'en ai déduit les nombres suivans, qui me serviront à interpoler la série entière avec une formule qui aura un terme de moins que celle que j'avois d'abord employée.

TEMPÉRATURE.

Hauteurs, exprimées en pouces,  
des colonnes de mercure qui  
représentent la force expansive.

	0 . . . . .	$z_0 = 0$
$x_1 = 22$	. . . . .	$z_1 = 0,82$
$2 x_1 = 44$	. . . . .	$z_{II} = 3,80$
$3 x_1 = 66$	. . . . .	$z_{III} = 13,37$
$4 x_1 = 88$	. . . . .	$z_{IV} = 41,64$
$5 x_1 = 110$	. . . . .	$z_V = 98,36$

Introduisant ces quantités dans les formules générales de la premiere partie de cet essai, on trouve

$$\frac{A_0}{A_{III}} = -171,5703673654$$

$$\frac{A_I}{A_{III}} = +159,6784688232$$

$$\frac{A_{II}}{A_{III}} = -37,9753537987.$$

On a ensuite à résoudre l'équation

$$x^3 - 37,97535 \quad 37987 \quad x^2 + 159,67846 \quad 88232 \quad x - 171,57036 \quad 73654 = 0,$$

dont les racines sont

$$\xi_1^{x_1} = +33,340357 \quad \log. \xi_1^{x_1} = 1,5229702$$

$$\xi_{II}^{x_1} = +2,791599 \quad \log. \xi_{II}^{x_1} = 0,4458531$$

$$\xi_{III}^{x_1} = +1,843397 \quad \log. \xi_{III}^{x_1} = 0,2656189;$$

et en extrayant les racines  $22^{\text{es}}$  de ces nombres,

$$\xi_I = 1,172805 \quad \log. \xi_I = 0,0692259$$

$$\xi_{II} = 1,047773 \quad \log. \xi_{II} = 0,0202661$$

$$\xi_{III} = 1,028189 \quad \log. \xi_{III} = 0,0120736.$$

Tome II.

Z



Enfin les valeurs des coefficients constants sont

$$\begin{aligned}\mu_1 &= -0,00000 \quad 07246 \quad 0407 \dots \log. \mu_1 = \overline{7},8601007 \\ \mu_{II} &= +0,86481 \quad 88303 \dots \log. \mu_{II} = \overline{1},9369271 \\ \mu_{III} &= -0,86481 \quad 81057 \dots \log. \mu_{III} = \overline{1},9369248.\end{aligned}$$

Substituant toutes ces valeurs dans l'équation

$$z = \mu_1 \vartheta_1^x + \mu_{II} \vartheta_{II}^x + \mu_{III} \vartheta_{III}^x,$$

on satisfera non seulement aux nombres employés pour sa formation, mais encore à toutes les observations intermédiaires, ainsi qu'on en peut juger par la table suivante, qui présente de dix degrés en dix degrés les résultats observés et calculés.

TEMPÉRATURE.	PRESSIONS DONNÉES PAR		ANOMALIES.
	l'expérience.	le calcul.	
0	0,00	0,00	0,00
10	0,15	0,24	+ 0,09
20	0,65	0,69	+ 0,04
30	1,52	1,51	— 0,01
40	2,92	2,95	+ 0,03
50	5,35	5,42	+ 0,07
60	9,95	9,62	— 0,33
70	16,90	16,57	— 0,33
80	28,00	27,92	— 0,08
90	46,40	45,87	— 0,53
100	71,80	71,94	+ 0,14
110	98,00	98,36	+ 0,36

Les anomalies sont même généralement un peu plus petites que dans la formule à quatre termes: on peut donc regarder l'équation précédente, qui est plus simple que celle que j'avois publiée d'abord, comme représentant les phénomènes et mesurant les effets de la force expansive de la vapeur de l'eau avec toute l'exactitude qu'on peut désirer. J'ajouterai que la petitesse du coefficient  $\mu_1$  permet de négliger le terme  $\mu_1 \vartheta_1^x$ , à compter de 0° jusqu'à 80°, et qu'ainsi, depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, il suffira d'employer l'équation à deux termes

$$z = \mu_{II} \vartheta_{II}^x + \mu_{III} \vartheta_{III}^x.$$

Je donnerai à la fin de cet essai une table des forces expansives exprimées en parties du metre, avec les températures correspondantes, rapportées au thermometre centigrade.

*Force expansive de la vapeur de l'alkool.*

1523. Les expériences sur la force expansive de la vapeur



de l'alkool ont été faites par les mêmes procédés et avec les mêmes instruments que celles sur la vapeur de l'eau. Elles avoient pour but, indépendamment de leur utilité générale en physique, de faire connoître la relation entre les dépenses qu'occasionneroient ces fluides employés comme moteurs des machines à feu. Cet objet de recherche est aussi important que nouveau: en effet, la dépense du mouvement d'une machine à feu se compose du prix du fluide vaporisé et de celui du combustible: l'usage de l'eau n'exige guere que l'achat du combustible; mais il est possible qu'un autre fluide, beaucoup plus coûteux par lui-même, ait néanmoins une expansion telle, qu'à égalité de pression l'économie sur le combustible soit plus grande que le prix de ce fluide. Si l'on compare les résultats ci-après avec ceux que j'ai donnés pour la vapeur de l'eau, on verra qu'à la même température la force expansive de la vapeur de l'alkool est toujours plus que double de celle de l'eau; il faut donc beaucoup moins de combustible pour produire dans une machine à feu le même effet avec l'alkool; et si l'on disposoit les pieces de mécanisme de maniere à ne pas perdre la liqueur condensée, ce qui seroit facile, on pourroit, dans certains cas et pour des machines de petites dimensions, s'en servir avec économie. Mais il est selon toute apparence d'autres fluides moins chers que l'alkool, qui peuvent avoir une expansion égale ou plus grande; et ce seroit un objet de recherche extrêmement utile de déterminer l'effet mécanique dont leur vapeur est capable, et d'en donner des tables semblables à celles qu'offre cet essai pour l'eau et l'alkool.

Les résultats donnés par l'expérience pour la force expansive de la vapeur de l'alkool à différentes températures sont compris dans la table suivante, où les températures sont rapportées au thermometre de Réaumur, et les pressions exprimées en pouces de mercure.



TABLE de la force expansive de la vapeur de l'alkool, déduite de l'expérience.							
Température.	Pression.	Température.	Pression.	Température.	Pression.	Température.	Pression.
0	0,00						
1	0,00	24	2,10	47	10,80	70	39,40
2	0,00	25	2,32	48	11,50	71	41,30
3	0,05	26	2,52	49	12,20	72	43,50
4	0,09	27	2,75	50	12,35	73	46,00
5	0,12	28	2,95	51	13,75	74	48,10
6	0,18	29	3,20	52	14,60	75	50,20
7	0,25	30	3,40	53	15,50	76	52,60
8	0,32	31	3,70	54	16,40	77	55,30
9	0,38	32	4,00	55	17,65	78	57,90
10	0,45	33	4,30	56	18,85	79	61,00
11	0,50	34	4,60	57	20,00	80	63,80
12	0,62	35	4,95	58	21,20	81	66,90
13	0,72	36	5,28	59	22,30	82	69,80
14	0,82	37	5,55	60	23,70	83	73,40
15	0,93	38	6,00	61	24,80	84	76,90
16	1,02	39	6,45	62	26,10	85	79,60
17	1,12	40	6,90	63	27,40	86	83,60
18	1,25	41	7,35	64	28,90	87	87,10
19	1,38	42	7,82	65	30,60	88	90,80
20	1,52	43	8,37	66	32,00	89	95,00
21	1,65	44	8,92	67	33,50	90	98,00
22	1,80	45	9,43	68	35,10		
23	1,95	46	10,15	69	37,20		

J'ai donné (note de l'article 1325) la formule par laquelle j'avois d'abord déterminé la relation entre les températures et les forces expansives de l'alkool; l'équation est de la forme

$$z = \mu_1 \xi_1^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III} \xi_{III}^x + \mu_{IV} \xi_{IV}^x + \mu_v,$$

et la valeur de  $z$  contient quatre termes variables et un terme constant: je l'avois trouvée, comme celle pour l'eau, en interpolant d'abord un certain nombre de valeurs données avec la fonction  $\mu_1 \xi_1^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_v$ ; et déterminant ensuite  $\mu_{III} \xi_{III}^x + \mu_{IV} \xi_{IV}^x$  de manière à satisfaire aux différences entre les valeurs données subséquentes et la première fonction, l'équation trouvée satisfaisoit aux observations avec une précision égale à celle que j'avois obtenue pour l'eau. Mais j'ai réfléchi ensuite qu'elle pouvoit se simplifier par le même moyen en employant au lieu des valeurs immédiatement observées celles données par la formule: j'ai donc fait un premier essai pour réduire la valeur de  $z$  à trois termes variables, après m'être assuré que deux ne suffisoient pas, et j'ai pris les données suivantes.



Température.	Forces expansives.	Température.	Forces expansives.
0	$z_0 = 0,0000$	$3 x_1 = 54^\circ$	$z_{III} = 16,4000$
$x_1 = 18^\circ$	$z_1 = 1,2846$	$4 x_1 = 72^\circ$	$z_{IV} = 43,5465$
$2 x_1 = 36^\circ$	$z_{II} = 5,3741$	$5 x_1 = 90^\circ$	$z_V = 98,2764$

Appliquant à ces nombres les formules générales pour le cas de six observations, on parvient à l'équation suivante

$$x^3 + 16,30256 \quad 28758 \quad x^2 - 30,96808 \quad 59030 \quad 5 \quad x + 96,70096 \quad 47266 = 0,$$

dont les facteurs sont

$$(x^2 - 4,18289 \quad 64209 \quad 54 \quad x + 4,72046 \quad 8571105) (x + 20,48545 \quad 92967 \quad 94) = 0.$$

On voit que l'équation a deux racines imaginaires et une négative, ce qui donne à l'équation la forme

$$z = \mu_1 (-\xi_1)^x + \{ A \sin. (\phi x) + B \sin. [\phi (x-1)] \} \xi^x.$$

Il seroit très aisé, d'après ce que j'ai démontré dans mes *Leçons d'Analyse*, de déterminer les quantités  $\mu$ ,  $\phi$ ,  $\xi$ , A et B, et on satisferoit très exactement aux six valeurs données; mais j'observe, 1°. que la courbe des expériences ne semble point comporter de fonctions révolutives qui introduiroient des inflexions et des ondulations étrangères à cette courbe; 2°. que le terme  $\mu_1 (-\xi_1)^x$  change de signe chaque fois que  $x$ , supposé nombre entier, de pair devient impair, ou réciproquement, et devient imaginaire lorsque  $x$  est une fraction réduite à sa moindre expression et de la forme  $\frac{2n+1}{2k}$ . L'équation précédente ne paroît donc pas propre à rendre les expériences, et il est nécessaire d'augmenter le nombre des termes: j'ajoute donc un terme constant aux trois termes variables, ce qui me donne encore un terme variable de moins que dans ma première formule, c'est-à-dire que je suppose

$$z = \mu_1 \xi_1^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III} \xi_{III}^x + \mu_{IV},$$

et je détermine les sept constantes  $\mu_1$ ,  $\mu_{II}$ ,  $\mu_{III}$ ,  $\mu_{IV}$ ,  $\xi_1$ ,  $\xi_{II}$ ,  $\xi_{III}$  au moyen des données



Température.	Forces expansives.	Température.	Forces expansives.
0	$z_0 = 0,0000$		
$x_1 = 15$	$z_1 = 0,9751$	$4 x_1 = 60$	$z_{IV} = 23,0441$
$2 x_1 = 30$	$z_{II} = 3,6540$	$5 x_1 = 75$	$z_V = 50,6089$
$3 x_1 = 45$	$z_{III} = 9,7135$	$6 x_1 = 90$	$z_{VI} = 98,2761$

Appliquant à ces données les formules générales pour le cas de sept observations, on a

$$\begin{array}{l} \Delta z_0 = 0,9751 \\ \Delta z_1 = 2,6789 \\ \Delta z'' = 6,0595 \end{array} \parallel \begin{array}{l} \Delta z_{III} = 13,3306 \\ \Delta z_{IV} = 27,5648 \\ \Delta z_V = 47,6672 \end{array} \parallel \begin{array}{l} A_0 : A_{III} = - 0,40578 \ 12651 \ 383 \\ A_1 : A_{III} = + 11,91451 \ 74210 \ 951 \\ A_{II} : A_{III} = - 7,40205 \ 02364 \ 445 ; \end{array}$$

résolvant ensuite l'équation

$$A_{III} a^3 + A_{II} a^2 + A_I a + A_0 = 0,$$

on a trois racines positives et réelles, qui sont

$$\xi_1^x = 5,06600 \ 43789 \ 84$$

$$\xi_{II}^x = 2,30123 \ 90088 \ 97$$

$$\xi_{III}^x = 0,03480 \ 68485 \ 64;$$

extrayant les racines quinzièmes, on trouve

$$\frac{1}{15} \log. \xi_1^x = \frac{0,7046656}{15} = \log. \xi_1 = 0,04697771; \xi_1 = 1,11424$$

$$\frac{1}{15} \log. \xi_{II}^x = \frac{0,3619618}{15} = \log. \xi_{II} = 0,02413079; \xi_{II} = 1,05714$$

$$\frac{1}{15} \log. \xi_{III}^x = \frac{2,5416647}{15} = \log. \xi_{III} = 1,9027776; \xi_{III} = 0,79943.$$

Enfin, on déduit des valeurs précédentes

$$\log. \mu_1 = \overline{3},3282330 \dots \mu_1 = - 0,00212 \ 93$$

$$\log. \mu_{II} = \overline{1},9598132 \dots \mu_{II} = + 0,91161 \ 86$$

$$\log. \mu_{III} = \overline{1},3217595 \dots \mu_{III} = + 0,20977 \ 78$$

$$\mu_{IV} = - 1,11926 \ 71.$$

Ces nombres substitués dans l'équation

$$z = \mu_1 \xi_1^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III} \xi_{III}^x + \mu_{IV},$$

la rendront propre à satisfaire non seulement aux valeurs employées pour sa formation, mais encore à toutes les observations intermédiaires, ainsi qu'on peut en juger par la table suivante, qui contient les résultats observés et calculés de quatre en quatre degrés du thermomètre de Réaumur, les pressions étant mesurées en pouces de mercure.



Tempér.	PRESSION		ANOMALIE.	Tempér.	PRESSION		ANOMALIE.
	observée.	calculée.			observée.	calculée.	
0	0,00	0,00	0,00	48	11,50	11,62	+ 0,12
4	0,09	0,10	+ 0,01	52	14,60	14,68	+ 0,08
8	0,32	0,33	+ 0,01	56	18,85	18,44	+ 0,41
12	0,62	0,65	+ 0,03	60	23,70	23,04	— 0,66
16	1,02	1,08	+ 0,06	64	28,90	28,64	— 0,26
20	1,52	1,63	+ 0,11	68	35,10	35,42	+ 0,32
24	2,10	2,31	+ 0,21	72	43,50	43,54	+ 0,04
28	2,95	3,16	+ 0,21	76	52,60	53,14	+ 0,54
32	4,00	4,21	+ 0,21	80	63,80	64,35	+ 0,55
36	5,28	5,51	+ 0,23	84	76,90	77,08	+ 0,18
40	6,90	7,14	+ 0,24	88	90,80	91,04	+ 0,24
44	8,92	9,14	+ 0,22	92	98,00	98,28	+ 0,28

Ainsi la formule pour la vapeur de l'esprit-de-vin se trouve simplifiée comme celle pour la vapeur de l'eau, sans cesser de représenter les expériences avec toute l'exactitude désirable: mais il y a plus; on peut en retrancher un terme variable, en observant que, dès le premier degré,  $\mu_{III} \xi_{II}^x$  n'a pour valeur que 0,18, et qu'il devient négligeable dans toute la suite des valeurs positives de  $x$ . L'équation se réduit donc à

$$Z = \mu_I \xi_I^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{IV} ;$$

forme plus simple non seulement que celle donnée (note de l'article 1325), mais encore que celle trouvée précédemment pour la vapeur de l'eau.

Je passe à la traduction en nouvelles mesures des nombres dont je me suis servi dans cet essai pour exprimer les températures et les hauteurs de mercure.

*Formules et tables pour calculer à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermomètre centigrade, les dilatations correspondantes des sept fluides élastiques qui sont l'objet de la seconde partie de cet essai, et la force expansive des vapeurs de l'eau et de l'alkool, les pressions qui mesurent les diverses intensités de cette force étant représentées par des colonnes de mercure dont les hauteurs sont exprimées en metres.*

1524. Les dilatations des sept fluides élastiques, pour lesquels j'ai donné des formules dans la seconde partie de cet essai, sont toutes représentées par une équation de même forme; savoir,

$$Z = \mu (\xi^x - 1) \dots \dots \dots (1),$$

$x$  étant le nombre de degrés du thermomètre qui mesure la

Dilatation des  
fluides élasti-  
ques.



température,  $z$  la dilatation totale qui a eu lieu depuis la température de la glace jusqu'à la température  $x$ , exprimée en parties du volume primitif, ou à la glace, considéré comme l'unité,  $\mu$  et  $\varrho$  étant les constantes déduites de l'expérience qui rendent l'équation applicable à chacun des fluides en particulier.

Si, au lieu d'exprimer la dilatation depuis la glace, on veut avoir le volume total à chaque température  $x$ , il faudra ajouter l'unité à chaque valeur de  $z$ : nommant donc  $V$  ce volume total, c'est-à-dire faisant  $z+1=V$ , on aura

$$V = \mu (\varrho^x - 1) + 1 \dots \dots (2).$$

Les équations (1) et (2) donnent pour  $x$  l'une ou l'autre des valeurs

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\log. (z + \mu) - \log. \mu}{\log. \varrho} \\ x &= \frac{\log. (V + \mu - 1) - \log. \mu}{\log. \varrho} \end{aligned} \right\} \dots \dots (3).$$

Pour calculer l'excès du volume à la température  $x+1$  sur le volume à la température  $x$ , on aura, en nommant cet excès  $\Delta V$  ou  $\Delta z$ , ces deux incréments étant les mêmes,

$$\Delta V = \mu (\varrho - 1) \varrho^x \dots \dots \dots (4);$$

et si l'on veut en général l'augmentation de volume qui a lieu depuis la température  $x$  jusqu'à la température  $x+\Delta x$ , on aura

$$\Delta V = \mu (\varrho^{\Delta x} - 1) \varrho^x;$$

on déduit de l'équation (4)  $\dots x = \frac{\log. \Delta V - \log. \{ \mu (\varrho - 1) \}}{\log. \varrho} \dots (5).$

Enfin la *dilatabilité*, c'est-à-dire le rapport  $\frac{\Delta V}{V}$  de l'augmentation de volume de degré en degré au volume lui-même, étant exprimée par  $R$ , on a

$$R = \frac{\mu (\varrho - 1) \varrho^x}{1 + \mu (\varrho^x - 1)} \dots \dots \dots (6),$$

d'où on déduit  $\dots x = \frac{\log. \{ R (1 - \mu) - \log. \{ \mu (\varrho - R - 1) \}}}{\log. \varrho}.$

Tous les logarithmes des formules précédentes peuvent être pris dans les tables ordinaires, qui donnent  $\log. 10 = 1$ , vu qu'ils se trouvent au numérateur et au dénominateur. Il s'agit maintenant de déterminer  $\mu$  et  $\varrho$  pour chaque fluide.

Le thermomètre centigrade est, comme on sait, celui qui divise en 100 parties l'intervalle depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante;



bouillante; d'après cela  $\varrho$  doit être tel que  $\varrho^x$  donne, en faisant  $x=0$ ,  $x=25$ ,  $x=50$ ,  $x=75$ ,  $x=100$ , les mêmes valeurs qu'il donnoit précédemment pour  $x=0$ ,  $x=20^\circ$ ,  $x=40^\circ$ ,  $x=60^\circ$ ,  $x=80^\circ$ ; ce qui se réduit à prendre, au lieu du logarithme de  $\varrho$ , trouvé en premier lieu, les  $\frac{8}{10}$  de ce logarithme:  $\mu$  ne subit aucun changement.

On aura donc, pour rapporter au thermometre décimal la relation entre les températures et les volumes, les valeurs suivantes.

N O M S des FLUIDES ÉLASTIQUES.	V A L E U R S D E			
	$\mu$	log. $\mu$	$\rho$	log. $\rho$
Gas hydrogene. . . . .	0,51000	1,7075702	1,0068	0,0029243
Gas nitreux . . . . .	0,09274	2,9672714	1,02153	0,0092512
Gas acide carbonique . . . .	0,14265	1,1542787	1,02321	0,0099648
Air atmosphérique . . . . .	0,06263	2,7967754	1,03315	0,0141630
Gas oxygene . . . . .	0,01484	2,1715033	2,05888	0,0248474
Gas ammoniacal. . . . .	0,19468	1,2893298	1,03481	0,0148608
Gas azoth . . . . .	0,00834	3,9214107	1,06812	0,0286211



C'est d'après ces valeurs substituées dans l'équation

$$V = \mu (\varrho^x - 1) + 1$$

qu'on a calculé la table suivante, dont la planche 54 offre le tableau graphique (\*).

(\*) La planche 53 offre un dessin de l'appareil décrit article (53), dont la gravure n'a été faite qu'après l'impression de cet article.

Je crois qu'il est important de dire un mot des fluides élastiques considérés comme agents mécaniques: les recherches consignées dans ce mémoire peuvent à cet égard fournir des idées utiles aux artistes; et les formules que je vais donner, jointes à la table des dilatations, leur faciliteront les moyens de faire les calculs auxquels leurs travaux sur cet objet pourroient les conduire.

Toutes les valeurs de  $V$  que donne la table se rapportent à une pression égale au poids moyen de l'atmosphère, ou représentée par 28 pouces = 0<sup>mètre</sup>,757708 de mercure.

$P$  = le poids d'une colonne de mercure de 0<sup>mètre</sup>,7577 de hauteur sur 1 de base.

$U$  = le volume à la température de la glace sous la pression  $P$ .

$x$  = une température quelconque.



Il s'agit ici de la même  
masse de fluide réduite  
à des volumes différents  
en faisant varier la pres-  
sion.

$V$  = le volume à la température  $x$  sous la pression  $P$ .  
 $v$  = un volume quelconque.  
 $p$  = la pression qu'il faudroit exercer sur le volume  $V$  pour le réduire au volume  $v$ , en conservant la température  $x$ .

Les volumes étant sous la même température en raison inverse des pressions, on aura  $\frac{P}{p} = \frac{v}{V}$ ; d'où on tire

$$p = \frac{V}{v} P.$$

Substituant la valeur de  $V$ , et observant qu'il faut la multiplier par  $U$ , parceque le volume primitif n'est plus l'unité, mais  $U$ , on a

$$p = \left\{ (\varrho^x - 1) \mu + 1 \right\} \frac{U}{v} \cdot P.$$

$p$  représente la pression que le fluide exerceroit contre la paroi d'un vase dans lequel il seroit enfermé, et dont la capacité seroit  $v$ ; pression qui peut être employée à pousser un piston ou à tout autre effet mécanique.

Si  $v = U$ , c'est-à-dire si on réduit le volume dilaté au volume primitif, la pression devient

$$p = \left\{ (\varrho^x - 1) \mu + 1 \right\} P,$$

et s'évalue en multipliant la valeur de  $V$ , prise dans la table, par le poids de l'atmosphère: ainsi, par exemple, le gas azoth, renfermé à la température de la glace et ensuite échauffé jusqu'à celle de l'eau bouillante sans pouvoir augmenter de volume, exerce contre la paroi du vase qui le renferme une pression égale à plus de sept fois le poids de l'atmosphère: qu'on le suppose enfermé dans un cylindre, occupant dans le sens de l'axe une longueur d'un metre, et employé à faire mouvoir un piston; si la résistance à vaincre est égale au poids de l'atmosphère, le gas pourra faire parcourir au piston 7 metres ou plus de 20 pieds, en conservant toujours la supériorité sur la résistance; c'est sans contredit l'agent mécanique le plus puissant qu'on connoisse.



TABLE des volumes dilatés de différents fluides élastiques, lorsque leur température varie de degré en degré, mesurés sur le thermomètre centigrade depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, le volume à la glace étant pris pour unité.

Température.	G A S hydrogene. Volum. dilat.	Température.	G A S nitreux. Volum. dilat.	Température.	GAS ACIDE carbonique. Volum. dilat.	Température.	A I R commun. Volum. dilat.	Température.	G A S oxygene. Volum. dilat.	Température.	G A S ammoniac. Volum. dilat.	Température.	G A S azoth. Volum. dilat.
0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000
1	1,00345	1	1,00200	1	1,00331	1	1,00208	1	1,00088	1	1,00670	1	1,00057
2	1,00691	2	1,00404	2	1,00670	2	1,00422	2	1,00180	2	1,01379	2	1,00118
3	1,01041	3	1,00612	3	1,01017	3	1,00644	3	1,00278	3	1,02105	3	1,00183
4	1,01392	4	1,00825	4	1,01371	4	1,00873	4	1,00382	4	1,02856	4	1,00252
5	1,01746	5	1,01042	5	1,01734	5	1,01109	5	1,00492	5	1,03633	5	1,00326
6	1,02103	6	1,01265	6	1,02106	6	1,01354	6	1,00608	6	1,04437	6	1,00405
7	1,02461	7	1,01492	7	1,02486	7	1,01606	7	1,00731	7	1,05269	7	1,00490
8	1,02823	8	1,01723	8	1,02874	8	1,01867	8	1,00862	8	1,06131	8	1,00580
9	1,03186	9	1,01960	9	1,03272	9	1,02136	9	1,01000	9	1,07022	9	1,00676
10	1,03552	10	1,02202	10	1,03679	10	1,02415	10	1,01146	10	1,07944	10	1,00779
11	1,03921	11	1,02449	11	1,04096	11	1,02702	11	1,01301	11	1,08898	11	1,00889
12	1,04292	12	1,02702	12	1,04522	12	1,03000	12	1,01465	12	1,09885	12	1,01006
13	1,04666	13	1,02959	13	1,04958	13	1,03307	13	1,01639	13	1,10807	13	1,01132
14	1,05042	14	1,03223	14	1,05404	14	1,03624	14	1,01822	14	1,11965	14	1,01265
15	1,05420	15	1,03492	15	1,05861	15	1,03952	15	1,02017	15	1,13059	15	1,01408
16	1,05801	16	1,03767	16	1,06328	16	1,04290	16	1,02223	16	1,14191	16	1,01561
17	1,06185	17	1,04048	17	1,06806	17	1,04640	17	1,02442	17	1,15363	17	1,01724
18	1,06572	18	1,04335	18	1,07295	18	1,05001	18	1,02673	18	1,16575	18	1,01899
19	1,06961	19	1,04628	19	1,07795	19	1,05375	19	1,02918	19	1,17830	19	1,02085
20	1,07352	20	1,04927	20	1,08307	20	1,05760	20	1,03177	20	1,19128	20	1,02284
21	1,07746	21	1,05233	21	1,08831	21	1,06159	21	1,03451	21	1,20472	21	1,02496
22	1,08143	22	1,05545	22	1,09367	22	1,06571	22	1,03742	22	1,21862	22	1,02723
23	1,08543	23	1,05864	23	1,09916	23	1,06996	23	1,04049	23	1,23301	23	1,02965
24	1,08945	24	1,06190	24	1,10477	24	1,07436	24	1,04375	24	1,24790	24	1,03224
25	1,09350	25	1,06523	25	1,11051	25	1,07890	25	1,04720	25	1,26330	25	1,03500
26	1,09758	26	1,06863	26	1,11639	26	1,08360	26	1,05086	26	1,27925	26	1,03796
27	1,10168	27	1,07211	27	1,12240	27	1,08844	27	1,05472	27	1,29574	27	1,04111
28	1,10582	28	1,07566	28	1,12855	28	1,09345	28	1,05882	28	1,31282	28	1,04448
29	1,10998	29	1,07928	29	1,13485	29	1,09862	29	1,06316	29	1,33048	29	1,04808
30	1,11417	30	1,08299	30	1,14129	30	1,10397	30	1,06775	30	1,34876	30	1,05192
31	1,11838	31	1,08677	31	1,14788	31	1,10949	31	1,07261	31	1,36768	31	1,05603
32	1,12263	32	1,09064	32	1,15462	32	1,11519	32	1,07776	32	1,38726	32	1,06041
33	1,12690	33	1,09458	33	1,16152	33	1,12109	33	1,08321	33	1,40752	33	1,06510
34	1,13120	34	1,09862	34	1,16858	34	1,12718	34	1,08899	34	1,42848	34	1,07010
35	1,13554	35	1,10274	35	1,17580	35	1,13347	35	1,09510	35	1,45017	35	1,07544
36	1,13990	36	1,10695	36	1,18320	36	1,13997	36	1,10158	36	1,47262	36	1,08115
37	1,14429	37	1,11125	37	1,19076	37	1,14669	37	1,10843	37	1,49585	37	1,08725
38	1,14871	38	1,11564	38	1,19850	38	1,15363	38	1,11569	38	1,51988	38	1,09376
39	1,15316	39	1,12013	39	1,20641	39	1,16080	39	1,12357	39	1,54476	39	1,10071
40	1,15764	40	1,12471	40	1,21452	40	1,16820	40	1,13151	40	1,57050	40	1,10814
41	1,16215	41	1,12939	41	1,22281	41	1,17585	41	1,14013	41	1,59713	41	1,11608
42	1,16669	42	1,13418	42	1,23129	42	1,18376	42	1,14925	42	1,62470	42	1,12455
43	1,17126	43	1,13906	43	1,23997	43	1,19193	43	1,15892	43	1,65322	43	1,13360
44	1,17587	44	1,14405	44	1,24885	44	1,20037	44	1,16915	44	1,68274	44	1,14327
45	1,18050	45	1,14915	45	1,25793	45	1,20908	45	1,17998	45	1,71328	45	1,15360
46	1,18517	46	1,15436	46	1,26723	46	1,21809	46	1,19145	46	1,74489	46	1,16463
47	1,18986	47	1,15968	47	1,27675	47	1,22739	47	1,20360	47	1,77759	47	1,17642
48	1,19459	48	1,16512	48	1,28648	48	1,23701	48	1,21646	48	1,81144	48	1,18900
49	1,19935	49	1,17067	49	1,29644	49	1,24695	49	1,23008	49	1,84646	49	1,20245
50	1,20414	50	1,17634	50	1,30663	50	1,25720	50	1,24450	50	1,88270	50	1,21630



Suite de la table des volumes dilatés de différents fluides élastiques, lorsque leur température varie, etc.

Température.	G A S hydrogene. Volum. dilat.	Température.	G A S nitreux. Volum. dilat.	Température.	GAS ACIDE carbonique. Volum. dilat.	Température.	A I R commun. Volum. dilat.	Température.	G A S oxygene. Volum. dilat.	Température.	G A S ammoniac. Volum. dilat.	Température.	G A S azoth. Volum. dilat.
51	1,20897	51	1,18213	51	1,31706	51	1,26781	51	1,25977	51	1,92021	51	1,23214
52	1,21383	52	1,18805	52	1,32773	52	1,27876	52	1,27594	52	1,95902	52	1,24853
53	1,21872	53	1,19410	53	1,33865	53	1,29008	53	1,29306	53	1,99918	53	1,26602
54	1,22364	54	1,20028	54	1,34982	54	1,30177	54	1,31119	54	2,04074	54	1,28471
55	1,22860	55	1,20659	55	1,36125	55	1,31385	55	1,33039	55	2,08384	55	1,30468
56	1,23357	56	1,21303	56	1,37294	56	1,32633	56	1,35072	56	2,12825	56	1,32600
57	1,23861	57	1,21961	57	1,38491	57	1,33922	57	1,37224	57	2,17429	57	1,34878
58	1,24367	58	1,22634	58	1,39716	58	1,35254	58	1,39504	58	2,22195	58	1,37311
59	1,24876	59	1,23321	59	1,40968	59	1,36631	59	1,41917	59	2,27127	59	1,39909
60	1,25389	60	1,24023	60	1,42250	60	1,38052	60	1,44473	60	2,32230	60	1,42685
61	1,25905	61	1,24740	61	1,43562	61	1,39521	61	1,47178	61	2,37510	61	1,45649
62	1,26424	62	1,25472	62	1,44904	62	1,41039	62	1,50044	62	2,42975	62	1,48816
63	1,26947	63	1,26221	63	1,46278	63	1,42607	63	1,53078	63	2,48629	63	1,52198
64	1,27474	64	1,26985	64	1,47683	64	1,44227	64	1,56290	64	2,54481	64	1,55811
65	1,28004	65	1,27766	65	1,49121	65	1,45901	65	1,59692	65	2,60536	65	1,59669
66	1,28538	66	1,28563	66	1,50592	66	1,47630	66	1,63295	66	2,66802	66	1,63791
67	1,29075	67	1,29378	67	1,52097	67	1,49416	67	1,67109	67	2,73286	67	1,68193
68	1,29616	68	1,30210	68	1,53638	68	1,51262	68	1,71148	68	2,79996	68	1,72896
69	1,30161	69	1,31060	69	1,55213	69	1,53169	69	1,75424	69	2,86940	69	1,77918
70	1,30709	70	1,31929	70	1,56826	70	1,55139	70	1,79953	70	2,94125	70	1,83283
71	1,31261	71	1,32816	71	1,58476	71	1,57175	71	1,84748	71	3,01560	71	1,89014
72	1,31817	72	1,33722	72	1,60164	72	1,59278	72	1,89825	72	3,09254	72	1,95134
73	1,32377	73	1,34648	73	1,61892	73	1,61450	73	1,95202	73	3,17216	73	2,01672
74	1,32940	74	1,35594	74	1,63660	74	1,63695	74	2,00895	74	3,25455	74	2,08655
75	1,33507	75	1,36560	75	1,65468	75	1,66014	75	2,06923	75	3,33982	75	2,16113
76	1,34078	76	1,37547	76	1,67319	76	1,68405	76	2,13306	76	3,42804	76	2,24080
77	1,34653	77	1,38555	77	1,69212	77	1,70885	77	2,20065	77	3,51934	77	2,32589
78	1,35231	78	1,39585	78	1,71150	78	1,73443	78	2,27222	78	3,61382	78	2,41679
79	1,35814	79	1,40637	79	1,73133	79	1,76085	79	2,34801	79	3,71158	79	2,51387
80	1,36401	80	1,41712	80	1,75161	80	1,78814	80	2,42825	80	3,81275	80	2,61656
81	1,36991	81	1,42810	81	1,77237	81	1,81635	81	2,51323	81	3,91744	81	2,72832
82	1,37585	82	1,43931	82	1,79360	82	1,84549	82	2,60320	82	4,02577	82	2,84663
83	1,38184	83	1,45077	83	1,81533	83	1,87559	83	2,69847	83	4,13788	83	2,97300
84	1,38787	84	1,46247	84	1,83757	84	1,90669	84	2,79936	84	4,25389	84	3,10797
85	1,39793	85	1,47443	85	1,86032	85	1,93882	85	2,90618	85	4,37393	85	3,25214
86	1,40004	86	1,48664	86	1,88360	86	1,97202	86	3,01929	86	4,49816	86	3,40613
87	1,40619	87	1,49911	87	1,90742	87	2,00541	87	3,13906	87	4,62671	87	3,57061
88	1,41237	88	1,51186	88	1,93179	88	2,04175	88	3,26589	88	4,75973	88	3,74630
89	1,41861	89	1,52488	89	1,95668	89	2,07836	89	3,40018	89	4,89739	89	3,93395
90	1,42488	90	1,53818	90	1,98224	90	2,11618	90	3,54238	90	5,03983	90	4,13438
91	1,43120	91	1,55176	91	2,00835	91	2,15526	91	3,69296	91	5,18724	91	4,34847
92	1,43756	92	1,56564	92	2,03507	92	2,19563	92	3,85239	92	5,33977	92	4,57714
93	1,44396	93	1,57982	93	2,06240	93	2,23733	93	4,02122	93	5,49762	93	4,82139
94	1,45040	94	1,59430	94	2,09037	94	2,28043	94	4,19999	94	5,66096	94	5,08229
95	1,45689	95	1,60909	95	2,11899	95	2,32495	95	4,38928	95	5,82999	95	5,36095
96	1,46342	96	1,62420	96	2,14827	96	2,37094	96	4,58973	96	6,00490	96	5,65860
97	1,47000	97	1,63964	97	2,17824	97	2,41846	97	4,80196	97	6,18590	97	5,97652
98	1,47662	98	1,65541	98	2,20889	98	2,46757	98	5,02670	98	6,37520	98	6,31610
99	1,48329	99	1,67152	99	2,24026	99	2,51829	99	5,26468	99	6,56702	99	6,67881
100	1,49000	100	1,68798	100	2,27236	100	2,57069	100	5,51666	100	6,76759	100	7,06623

La table précédente, et la figure jointe à cet essai qui représente les courbes des dilatations, offrent les fluides rangés suivant l'ordre de leurs volumes à la température de l'eau



bouillante. Il est bon d'observer qu'ils se seroient trouvés dans un ordre tout différent, si je les avois classés d'après leurs dilatations dans les premiers degrés de l'échelle : en effet, le gas hydrogene, dont la dilatation est la plus petite à  $100^{\circ}$ , est, jusqu'à une température assez élevée, un de ceux qui se dilatent le plus. Les courbes rendent très sensible cette marche des dilatations; celle du gas hydrogene, qui differe peu d'une ligne droite, coupe son axe sous un plus grand angle que les autres, qui, s'élevant davantage au-dessus de l'axe lorsque l'abscisse est grande, s'en écartent moins vers l'origine où leur courbure est considérable.

La formule et les courbes donnent une expansion indéfinie à mesure que le fluide s'échauffe. Il n'en est pas de même de la diminution de volume causée par le refroidissement; il est évident qu'elle doit avoir des bornes, et ces bornes se peuvent fixer par le calcul lorsqu'on connoît la loi des dilatations : ainsi l'équation qui donne les augmentations  $z$  de volume depuis la glace jusqu'aux températures  $x$ , étant  $z = \mu (\vartheta^x - 1)$ , on voit que, quel que soit le refroidissement, la diminution de volume ne pourra excéder  $\mu$ , qui est la distance de l'axe à une asymptote placée du côté des  $z$  négatives, et qui détermine la limite inférieure de la courbe. On voit par les valeurs de  $\mu$ , données précédemment, que le gas azoth, dont la dilatation est la plus forte à la température de l'eau bouillante, est celui de tous qui peut le moins se contracter par le refroidissement; le cas contraire a lieu pour l'hydrogene.

Je dois néanmoins observer que les lois des diminutions de volume données par les formules ne peuvent point s'appliquer aux changements d'états des fluides aériformes, c'est-à-dire au cas où ils seroient assez refroidis pour devenir liquides; il doit y avoir à cette époque une diminution subite et très considérable qu'on peut regarder comme une espece de solution de continuité.

Voici une table qui donne depuis  $0^{\circ}$  jusqu'à  $-30^{\circ}$ , et, de degré en degré, la diminution de volume occasionnée par le refroidissement.



TABLE des diminutions de volume correspondantes à des températures au-dessous de la glace, mesurées sur le thermometre centigrade.

Températ. négatives.	G A S hydrogene.	G A S nitreux.	GAS ACIDE carbonique.	A I R commun.	G A S oxygene.	G A S ammoniac.	G A S azoth.
$x = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$
0. . .	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1. . .	0,00542	0,00195	0,00323	0,00201	0,00082	0,00655	0,00053
2. . .	0,00682	0,00387	0,00640	0,00396	0,00160	0,01287	0,00103
3. . .	0,01020	0,00574	0,00949	0,00584	0,00234	0,01899	0,00149
4. . .	0,01355	0,00757	0,01251	0,00766	0,00303	0,02490	0,00193
5. . .	0,01688	0,00937	0,01546	0,00942	0,00379	0,03061	0,00234
6. . .	0,02019	0,01113	0,01834	0,01113	0,00431	0,03613	0,00272
7. . .	0,02348	0,01285	0,02116	0,01278	0,00490	0,04146	0,00308
8. . .	0,02675	0,01453	0,02392	0,01438	0,00545	0,04662	0,00341
9. . .	0,02999	0,01618	0,02661	0,01593	0,00597	0,05160	0,00373
10. . .	0,03321	0,01779	0,02925	0,01743	0,00646	0,05641	0,00402
11. . .	0,03641	0,01937	0,03182	0,01888	0,00693	0,06106	0,00430
12. . .	0,03959	0,02092	0,03433	0,02028	0,00737	0,06556	0,00456
13. . .	0,04274	0,02243	0,03679	0,02164	0,00779	0,06990	0,00480
14. . .	0,04588	0,02392	0,03919	0,02296	0,00817	0,07410	0,00502
15. . .	0,04899	0,02537	0,04154	0,02423	0,00855	0,07816	0,00523
16. . .	0,05209	0,02679	0,04383	0,02546	0,00890	0,08208	0,00543
17. . .	0,05516	0,02818	0,04607	0,02665	0,00923	0,08586	0,00562
18. . .	0,05821	0,02954	0,04826	0,02781	0,00954	0,08952	0,00579
19. . .	0,06115	0,03087	0,05040	0,02893	0,00984	0,09306	0,00595
20. . .	0,06426	0,03217	0,05250	0,03001	0,01011	0,09648	0,00611
21. . .	0,06725	0,03345	0,05454	0,03105	0,01038	0,09978	0,00625
22. . .	0,07022	0,03470	0,05654	0,03207	0,01062	0,10298	0,00638
23. . .	0,07317	0,03592	0,05849	0,03305	0,01086	0,10606	0,00651
24. . .	0,07610	0,03712	0,06040	0,03400	0,01108	0,10904	0,00662
25. . .	0,07901	0,03829	0,06227	0,03492	0,01129	0,11192	0,00673
26. . .	0,08191	0,03944	0,06409	0,03581	0,01149	0,11471	0,00684
27. . .	0,08478	0,04057	0,06587	0,03667	0,01167	0,11741	0,00693
28. . .	0,08763	0,04166	0,06761	0,03750	0,01185	0,12000	0,00702
29. . .	0,09047	0,04274	0,06932	0,03831	0,01202	0,12251	0,00711
30. . .	0,09328	0,04380	0,07098	0,03909	0,01217	0,12494	0,00718

*Force expansive de la vapeur de l'eau.*

J'ai trouvé que la force expansive de la vapeur de l'eau pouvoit s'exprimer par une équation de la forme

$$z = \mu_1 e_1^x + \mu_{II} e_{II}^x + \mu_{III} e_{III}^x;$$

$z$  étant la hauteur d'une colonne de mercure qui a pour base la surface pressée, et dont le poids ou la masse représente la pression qu'éprouve cette surface;  $x$  le nombre des degrés du thermometre qui exprime la température de la vapeur;  $\mu_1, \mu_{II}, \mu_{III}, e_1, e_{II}, e_{III}$ , des constantes déduites de l'expérience, qui servent à rendre la forme générale applicable à chaque fluide en particulier.

Cela posé, il y a deux réductions à faire aux valeurs numériques que j'ai employées, dans la troisieme partie de cet



essai, pour calculer  $z$ ; l'une consiste à ramener au thermometre centigrade les degrés du thermometre de Réaumur que  $x$  représentoit; l'autre à convertir en metres les pouces qui mesuroient les hauteurs des colonnes de mercure.

La premiere réduction est la même que celle que j'ai déjà faite pour les sept fluides élastiques: elle consiste à substituer aux logarithmes de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$ , précédemment employés, les huit dixiemes de ces logarithmes.

La seconde réduction porte sur les coefficients  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ , qu'il faut multiplier par le rapport du pouce au metre. On sait que le metre, qui est la dix-millionieme partie d'un quart du méridien, a été évalué, en supposant le degré moyen ou le  $\frac{1}{90}$  du quart du méridien, de  $90 \times 57027$  toises  $= 5132430$  toises; ce qui donne pour la longueur du metre exprimé en parties de la toise  $90 \times 0^{\text{toise}},0057027 = 0^{\text{toise}},513243 = 0^{\text{toise}}, 3^{\text{pieds}}, 0^{\text{pouce}}, 11^{\text{lignes}}, 4419.52$ . C'est d'après cette détermination que j'ai calculé la table suivante: mais il est suffisant pour les usages ordinaires d'évaluer le metre à  $3^{\text{pieds}}, 11^{\text{lignes}}, 44$ .

	Mesures.	Log. des rapports.	RAPPORTS.	
Rapports du metre aux mesures ci à côté; le logarithme de chacun de ces rapports doit être ajouté à celui d'un nombre donné de metres, lorsqu'on veut avoir respectivement le logarithme du nombre correspondant de toises, pieds, pouces ou lignes.	toise. . .	1,71032 30348	0,513243	Les rapports ci à côté sont exacts dans l'hypothese adoptée pour la longueur du méridien.
	pied. . .	0,48847 42852	3,079458	
	pouce. . .	1,56765 55312	36,953496	
	ligne. . .	2,64683 67773	443,441952	
Rapports des mesures ci à côté au metre; le logarithme de chacun de ces rapports doit être ajouté à celui d'un nombre donné de toises, pieds, pouces ou lignes, lorsqu'on veut avoir respectivement le logarithme du nombre correspondant de metres.	toise. . .	0,28967 69652	1,94839 48149	Les rapports ci à côté ne peuvent s'évaluer que par approximation.
	pied. . .	1,51152 57148	0,32473 24692	
	pouce. . .	2,43234 44688	0,02706 10391	
	ligne. . .	3,35316 32227	0,00225 50866	

Les valeurs contenues dans cette table ne sont pas toutes nécessaires à l'objet que j'ai en vue; mais je les place ici parceque les rapports qu'elles expriment seront souvent nécessaires, et qu'il est bon d'en faire note.

Si l'on applique les déterminations précédentes aux con-



stantes de l'équation qui donne la force expansive de la vapeur de l'eau, on aura

$$\log. \xi_I = \frac{8 \times 1,5229702}{10 \times 22} = 0,0553807 \quad \xi_I = 1,136006$$

$$\log. \xi_{II} = \frac{8 \times 0,4458531}{10 \times 22} = 0,0162128 \quad \xi_{II} = 1,038037$$

$$\log. \xi_{III} = \frac{8 \times 0,2656189}{10 \times 22} = 0,0096589 \quad \xi_{III} = 1,022490$$

$$\log. \mu_I = \overline{7},8601007 + \overline{2},4323445 = \overline{8},2924452 \quad \mu_I = - 0,0000000196$$

$$\log. \mu_{II} = \overline{1},9369251 + \overline{2},4323445 = \overline{2},3692696 \quad \mu_{II} = + 0,023403$$

$$\log. \mu_{III} = \overline{1},9369248 + \overline{2},4323445 = \overline{2},3692693 \quad \mu_{III} = - 0,023403;$$

et substituant ces nombres dans l'équation

$$z = \mu_I \xi_I^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III} \xi_{III}^x,$$

on pourra construire la table suivante, qui donne les forces expansives depuis la température de la glace jusqu'à 140° du thermomètre centigrade; les hauteurs des colonnes de mercure qui mesurent les pressions étant exprimées en metres.

La planche 54 offre un tracé de la courbe donnée par les nombres de cette table, où l'on voit les résultats comparatifs des anciennes et des nouvelles mesures; c'est en cela principalement qu'il faut la distinguer de la planche 19.



TABLE de la force expansive de la vapeur de l'eau à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermometre centigrade, les pressions étant représentées par des colonnes de mercure dont les hauteurs sont exprimées en metres.

Température.	Forces expansives.	Différences		Température.	Forces expansives.	Différences		Température.	Forces expansives.	Différences	
		1 <sup>res.</sup>	2 <sup>es.</sup>			1 <sup>res.</sup>	2 <sup>es.</sup>			1 <sup>res.</sup>	2 <sup>es.</sup>
0	0,00000			47	0,06872	350	16	94	0,58965	2506	94
1	0,00036	36	3	48	0,07237	365	15	95	0,61471	2604	98
2	0,00075	39	2	49	0,07618	381	16	96	0,64075	2705	101
3	0,00116	41	2	50	0,08015	397	19	97	0,66780	2809	104
4	0,00159	43	3	51	0,08431	416	18	98	0,69589	2918	109
5	0,00205	46	3	52	0,08865	434	18	99	0,72507	3029	111
6	0,00254	49	1	53	0,09317	452	22	100	0,75536	3142	113
7	0,00304	50	5	54	0,09791	474	18	101	0,78678	3262	120
8	0,00359	55	2	55	0,10283	492	24	102	0,81940	3383	121
9	0,00416	57	3	56	0,10799	516	20	103	0,85323	3508	125
10	0,00476	60	4	57	0,11335	536	24	104	0,88831	3635	127
11	0,00540	64	3	58	0,11895	560	24	105	0,92466	3763	133
12	0,00607	67	3	59	0,12479	584	26	106	0,96234	3902	134
13	0,00677	70	5	60	0,13089	610	25	107	1,00136	4041	139
14	0,00752	75	3	61	0,13724	635	28	108	1,04177	4182	141
15	0,00830	78	4	62	0,14387	663	28	109	1,08359	4322	140
16	0,00912	82	5	63	0,15078	691	30	110	1,12681	4468	146
17	0,00999	87	4	64	0,15799	721	30	111	1,17149	4616	148
18	0,01090	91	5	65	0,16550	751	32	112	1,21765	4765	149
19	0,01186	96	5	66	0,17333	783	34	113	1,26530	4914	149
20	0,01287	101	5	67	0,18150	817	32	114	1,31444	5064	150
21	0,01393	106	4	68	0,18999	849	39	115	1,36508	5212	148
22	0,01503	110	7	69	0,19887	888	36	116	1,41720	5362	150
23	0,01620	117	5	70	0,20811	924	39	117	1,47082	5505	143
24	0,01742	122	6	71	0,21774	963	40	118	1,52587	5648	143
25	0,01870	128	6	72	0,22777	1003	41	119	1,58235	5784	136
26	0,02004	134	8	73	0,23821	1044	45	120	1,64019	5913	129
27	0,02146	142	6	74	0,24910	1089	45	121	1,69932	6035	122
28	0,02294	148	7	75	0,26044	1134	46	122	1,75967	6146	111
29	0,02449	155	7	76	0,27224	1180	50	123	1,82113	6243	97
30	0,02611	162	7	77	0,28454	1230	51	124	1,88356	6323	80
31	0,02782	171	9	78	0,29735	1281	49	125	1,94679	6383	60
32	0,02960	178	7	79	0,31069	1334	53	126	2,01062	6422	39
33	0,03147	187	8	80	0,32456	1387	58	127	2,07484	6431	9
34	0,03342	195	10	81	0,33901	1445	59	128	2,13915	6407	24
35	0,03547	205	9	82	0,35405	1504	62	129	2,20321	6345	62
36	0,03761	214	10	83	0,36971	1566	63	130	2,26667	6235	110
37	0,03985	224	10	84	0,38600	1629	66	131	2,32902	6076	159
38	0,04219	234	12	85	0,40295	1695	68	132	2,38978	5850	226
39	0,04465	246	10	86	0,42058	1763	73	133	2,44828	5556	294
40	0,04721	256	12	87	0,43894	1836	73	134	2,50384	5175	381
41	0,04989	268	13	88	0,45803	1909	77	135	2,55559	4699	476
42	0,05270	281	12	89	0,47789	1986	78	136	2,60258	4113	586
43	0,05563	293	12	90	0,49853	2064	83	137	2,64371	3397	716
44	0,05868	305	15	91	0,52000	2147	85	138	2,67768	2534	863
45	0,06188	320	14	92	0,54232	2232	89	139	2,70302	1501	1033
46	0,06522	334		93	0,56553	2321	91	140	2,71803		

Force expansive de la vapeur de l'alkool.

La relation entre la température et la force expansive de la  
Bb



vapeur de l'alkool s'exprime par une équation de la forme

$$z = \mu_I \xi_I^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III} \xi_{III}^x + \mu_{IV},$$

$z$  et  $x$  désignant les mêmes choses que dans l'équation qui se rapporte à la vapeur de l'eau;  $\mu_I, \mu_{II}, \mu_{III}; \xi_I, \xi_{II}, \xi_{III}$ , étant des constantes qui se déterminent par l'expérience.

Pour transformer en divisions thermométriques centigrades et en metres les valeurs de  $x$  et de  $z$ , que j'ai calculées, dans la troisieme partie de cet essai, en divisions de Réaumur et en pouces, on aura

$$\log. \xi_I = \frac{8 \times 0,7046656}{10 \times 15} = 0,0375822 \dots \xi_I = 1,090391$$

$$\log. \xi_{II} = \frac{8 \times 0,3619618}{10 \times 15} = 0,0193046 \dots \xi_{II} = 1,045453$$

$$\log. \xi_{III} = \frac{8 \times 2,5416647}{10 \times 15} = 1,922221 \dots \xi_{III} = 0,836030$$

$$\log. \mu_I = \overline{3},3282330 + \overline{2},4323445 = \overline{5},7605775 \dots \mu_I = -0,000058$$

$$\log. \mu_{II} = \overline{1},9598132 + \overline{2},4323445 = \overline{2},3921577 \dots \mu_{II} = +0,024669$$

$$\log. \mu_{III} = \overline{1},3217595 + \overline{2},4323445 = \overline{3},7541040 \dots \mu_{III} = +0,005677$$

$$\mu_{IV} = -(\mu_I + \mu_{II} + \mu_{III})$$

$$= -0,030288.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation précédente, et faisant successivement  $x = 0^\circ$ ,  $x = 1^\circ$ ,  $x = 2^\circ \dots \dots x = 115^\circ$ , on aura pour  $z$  les valeurs consignées dans la table qui suit.



TABLE de la force expansive de la vapeur de l'alkool à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermomètre centigrade, les pressions étant représentées par des colonnes de mercure dont les hauteurs sont exprimées en metres.

Température.	Forces expansives.	DIFFÉRENCES		Température.	Forces expansives.	DIFFÉRENCES		Température.	Forces expansives.	DIFFÉRENCES	
		1 <sup>res</sup> .	2 <sup>es</sup> .			1 <sup>res</sup> .	2 <sup>es</sup> .			1 <sup>res</sup> .	2 <sup>es</sup> .
0	0,00000	0,00019		40	0,11387	0,00618		79	0,74252	0,03148	0,00119
1	0,00019	0,00038	0,00019	41	0,12034	0,00647	0,00029	80	0,77525	0,03273	0,00125
2	0,00057	0,00058	0,00020	42	0,12710	0,00676	0,00029	81	0,80922	0,03397	0,00124
3	0,00115	0,00072	0,00014	43	0,13415	0,00705	0,00029	82	0,84452	0,03530	0,00133
4	0,00187	0,00088	0,00016	44	0,14152	0,00737	0,00032	83	0,88115	0,03663	0,00133
5	0,00275	0,00101	0,00013	45	0,14921	0,00769	0,00032	84	0,91918	0,03803	0,00140
6	0,00376	0,00113	0,00012	46	0,15724	0,00803	0,00034	85	0,95861	0,03943	0,00140
7	0,00489	0,00125	0,00012	47	0,16564	0,00840	0,00037	86	0,99951	0,04090	0,00147
8	0,00614	0,00137	0,00012	48	0,17438	0,00874	0,00041	87	1,04190	0,04239	0,00149
9	0,00751	0,00149	0,00012	49	0,18353	0,00915	0,00038	88	1,08581	0,04391	0,00152
10	0,00900	0,00158	0,00009	50	0,19306	0,00953	0,00042	89	1,13130	0,04549	0,00158
11	0,01058	0,00168	0,00010	51	0,20301	0,00995	0,00044	90	1,17836	0,04706	0,00157
12	0,01226	0,00177	0,00009	52	0,21340	0,01039	0,00047	91	1,22705	0,04869	0,00163
13	0,01403	0,00191	0,00014	53	0,22426	0,01086	0,00044	92	1,27739	0,05034	0,00165
14	0,01594	0,00200	0,00009	54	0,23556	0,01130	0,00052	93	1,32940	0,05201	0,00167
15	0,01794	0,00210	0,00010	55	0,24738	0,01182	0,00050	94	1,38311	0,05371	0,00170
16	0,02004	0,00221	0,00011	56	0,25970	0,01232	0,00053	95	1,43853	0,05542	0,00171
17	0,02225	0,00233	0,00012	57	0,27255	0,01285	0,00055	96	1,49566	0,05713	0,00171
18	0,02458	0,00242	0,00011	58	0,28595	0,01340	0,00059	97	1,55453	0,05887	0,00174
19	0,02700	0,00255	0,00013	59	0,29994	0,01399	0,00059	98	1,61512	0,06059	0,00172
20	0,02955	0,00268	0,00013	60	0,31452	0,01458	0,00059	99	1,67742	0,06230	0,00171
21	0,03223	0,00279	0,00011	61	0,32972	0,01520	0,00062	100	1,74144	0,06402	0,00172
22	0,03502	0,00293	0,00012	62	0,34558	0,01586	0,00066	101	1,80713	0,06569	0,00167
23	0,03795	0,00307	0,00014	63	0,36210	0,01652	0,00066	102	1,87446	0,06733	0,00164
24	0,04102	0,00320	0,00013	64	0,37934	0,01724	0,00072	103	1,94340	0,06894	0,00161
25	0,04422	0,00335	0,00015	65	0,39731	0,01797	0,00073	104	2,01387	0,07047	0,00153
26	0,04757	0,00351	0,00016	66	0,41602	0,01871	0,00074	105	2,08581	0,07194	0,00147
27	0,05108	0,00366	0,00015	67	0,43553	0,01951	0,00070	106	2,15912	0,07331	0,00137
28	0,05474	0,00382	0,00016	68	0,45584	0,02031	0,00080	107	2,23370	0,07458	0,00127
29	0,05856	0,00401	0,00019	69	0,47701	0,02117	0,00086	108	2,30941	0,07571	0,00113
30	0,06257	0,00418	0,00017	70	0,49905	0,02204	0,00087	109	2,38611	0,07670	0,00099
31	0,06675	0,00437	0,00019	71	0,52200	0,02295	0,00091	110	2,46360	0,07749	0,00079
32	0,07112	0,00457	0,00020	72	0,54591	0,02391	0,00096	111	2,54170	0,07810	0,00061
33	0,07569	0,00476	0,00019	73	0,57078	0,02487	0,00101	112	2,62017	0,07865	0,00037
34	0,08045	0,00498	0,00022	74	0,59666	0,02588	0,00106	113	2,69872	0,07885	0,00008
35	0,08543	0,00520	0,00022	75	0,62360	0,02694	0,00107	114	2,77707	0,07835	— 0,00020
36	0,09063	0,00544	0,00024	76	0,65161	0,02801	0,00113	115	2,85482	0,07775	— 0,00060
37	0,09607	0,00569	0,00025	77	0,68075	0,02914	0,00115				
38	0,10176	0,00593	0,00024	78	0,71104	0,03029					
39	0,10769		0,00025								

On peut remarquer que les différences secondes deviennent négatives à la fin des deux tables qui se rapportent à la vapeur de l'eau et à celle de l'alkool. Ce changement de signe annonce un point d'inflexion que la formule donne en effet, et qui est assez sensible vers l'extrémité des courbes : on a donc vers les hautes températures un léger affaiblissement dans les progrès de l'intensité de la force expansive. J'ai pu rendre raison d'un affaiblissement analogue et beaucoup plus



considérable dans la dilatation des fluides élastiques; mais je ne vois pour les vapeurs aucune anomalie dépendante des expériences à laquelle on puisse l'attribuer : je n'oserois cependant assurer que le changement de courbure dont il s'agit tiennne à la nature du phénomène; car il introduit des termes dans les formules, qui, à un certain intervalle, très grand à la vérité hors de la limite des expériences, donneroient aux résultats une marche rétrograde, et qui de plus dérangent la situation de la courbe du côté des températures négatives. Les corrections à faire à ces termes sont aisées, et tiennent à des quantités très petites, et peut-être organiquement inappréciables : mais ces corrections seroient absolument inutiles dans l'état actuel des choses; car, d'une part, les formules qui représentent très bien les observations dans toute leur étendue sont beaucoup plus que suffisantes pour les applications qu'on aura à en faire; de l'autre, les petites altérations de valeurs qui opéreroient les corrections présentent une indétermination qu'aucune des données fournies par l'expérience ne peut lever. Je crois donc que, pour ne rien abandonner au hasard, il est convenable de laisser mon travail dans l'état où il est, jusqu'à ce que de nouvelles observations fournissent le moyen d'y faire avec connoissance de cause les changements dont il pourra être susceptible.

FIN DE LA SECONDE PARTIE.



g. 197.

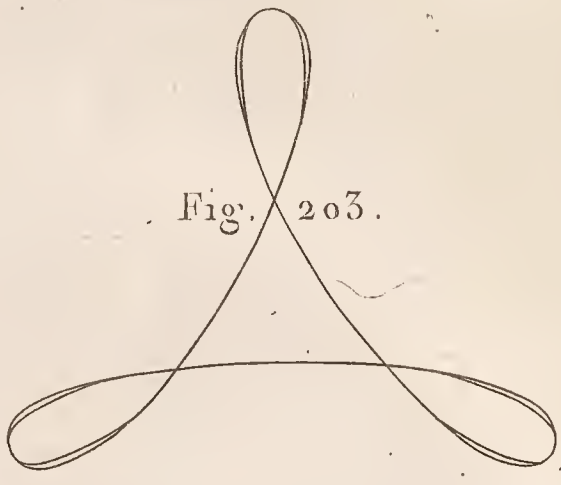
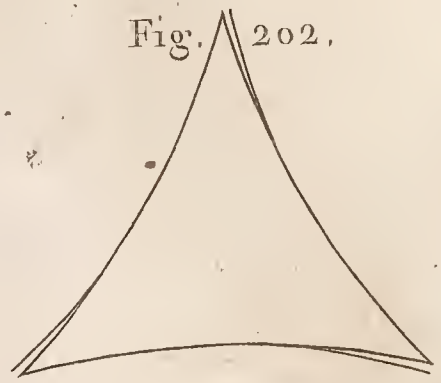
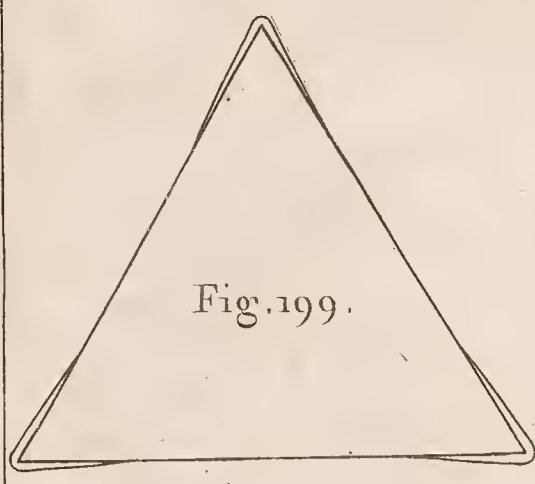
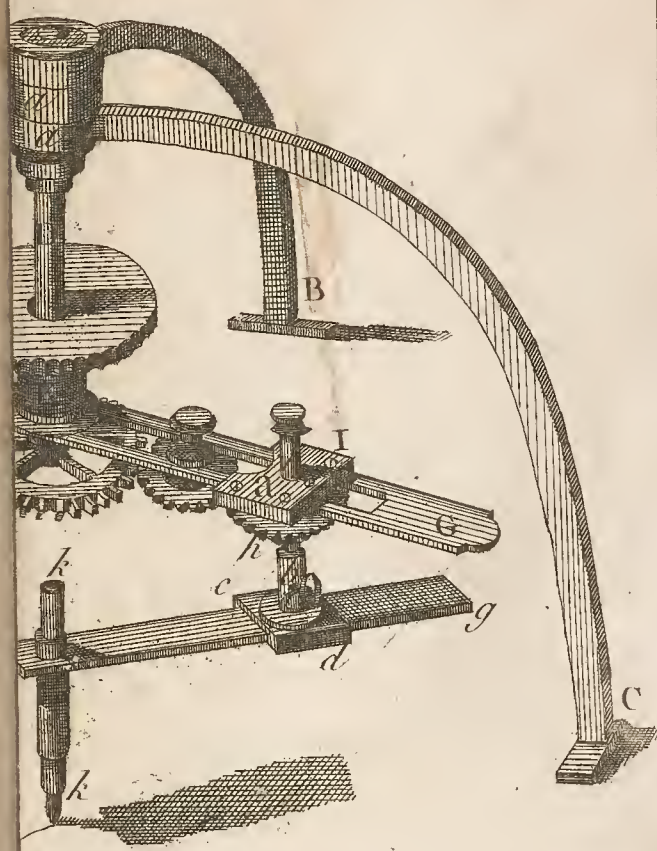








Fig. 197.

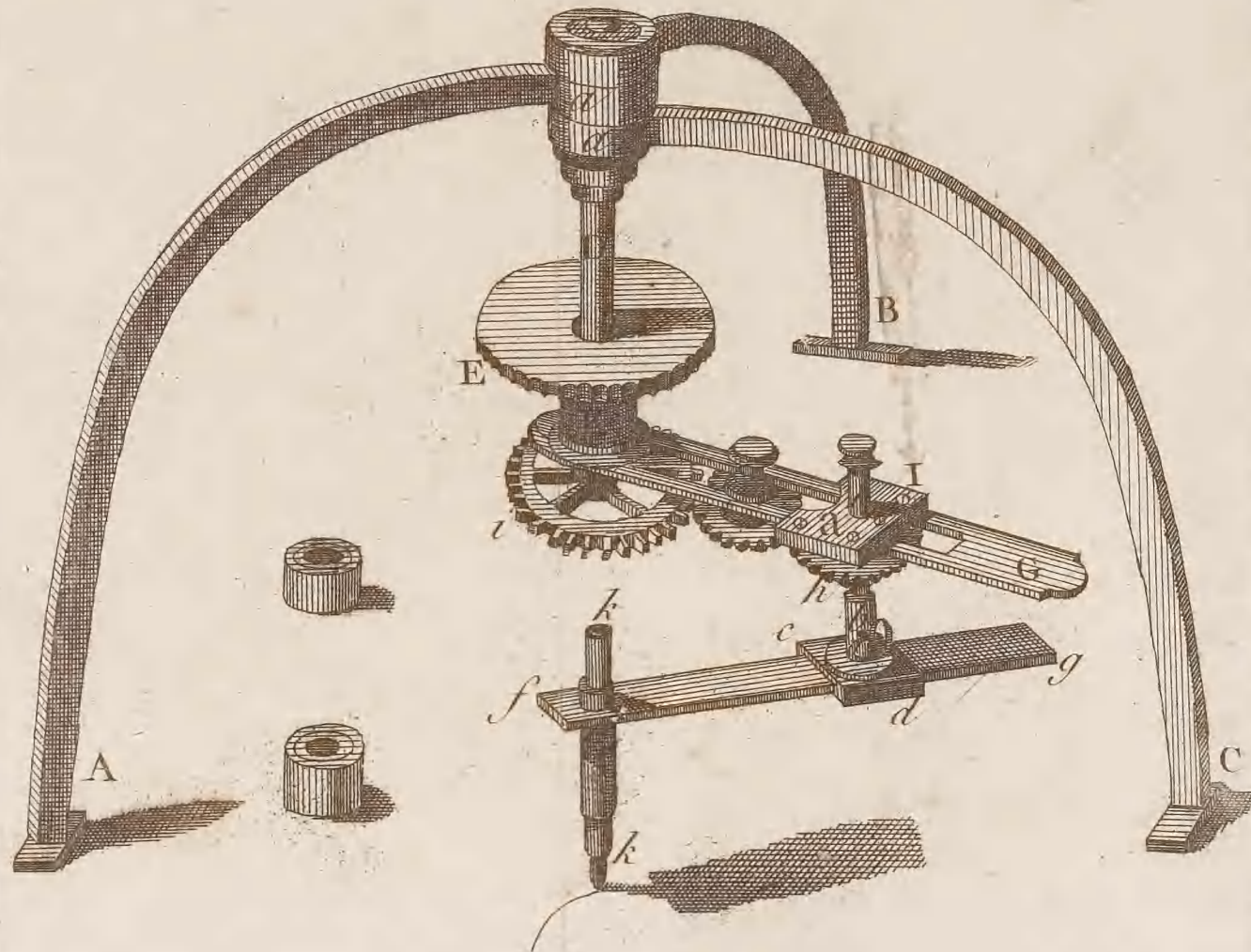


Fig. 202.

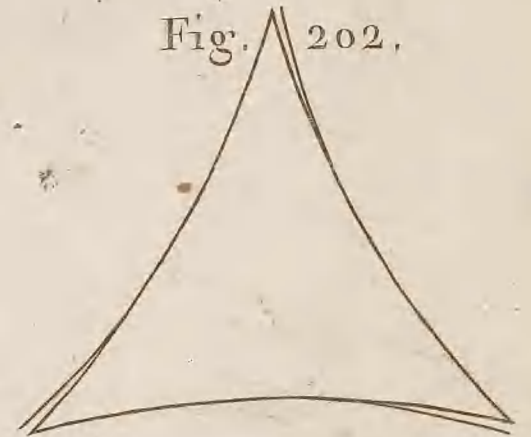


Fig. 199.

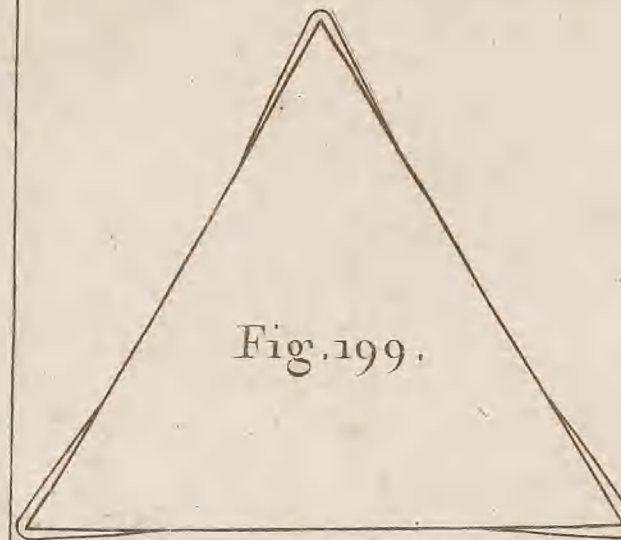
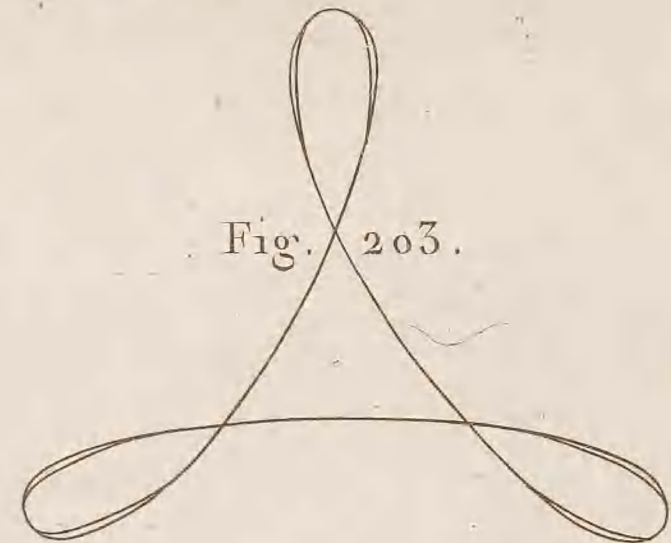


Fig. 203.









NOU

Fig. 205.

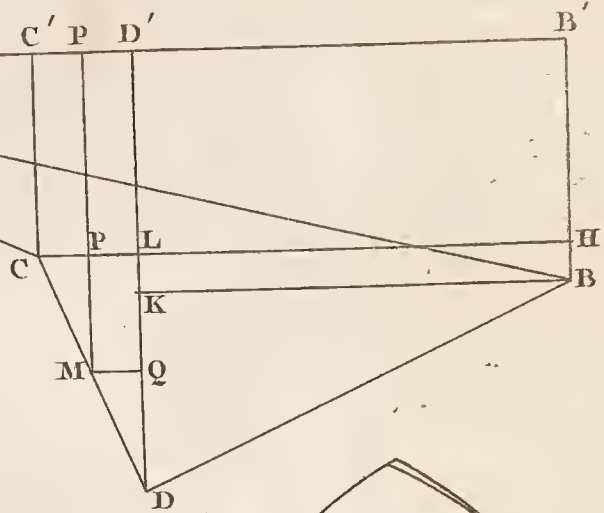
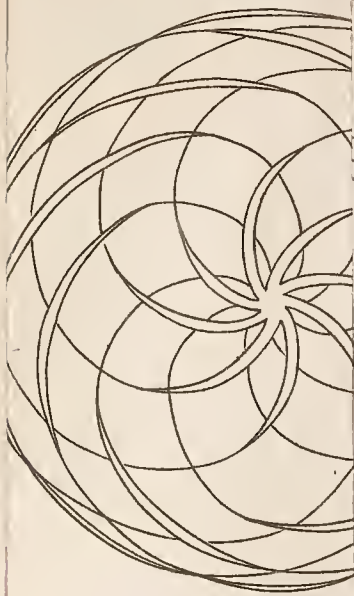
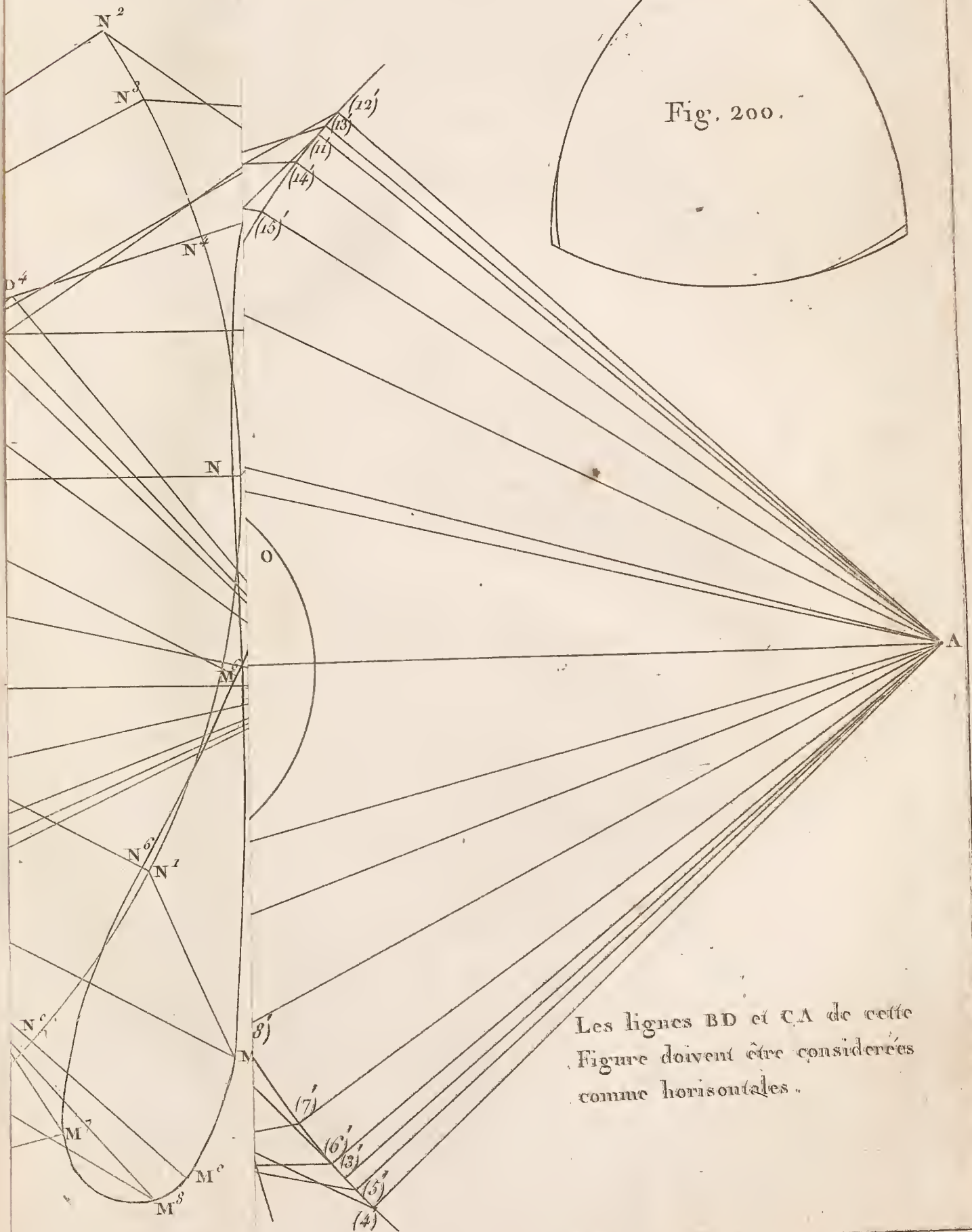
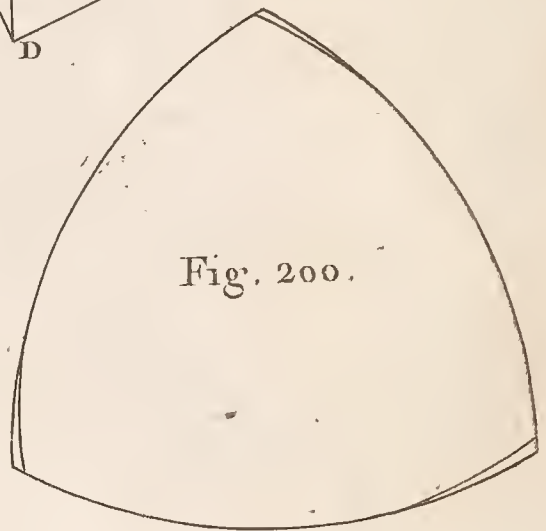


Fig. 200.



Les lignes BD et CA de cette Figure doivent être considérées comme horizontales.







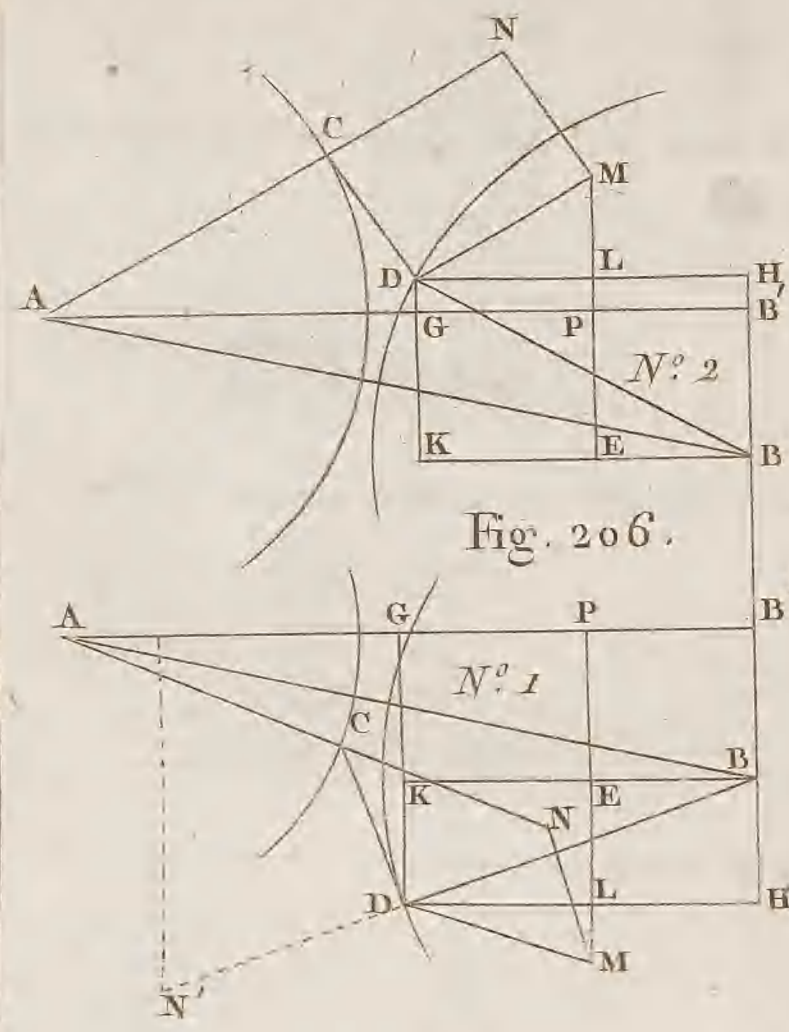


Fig. 204.

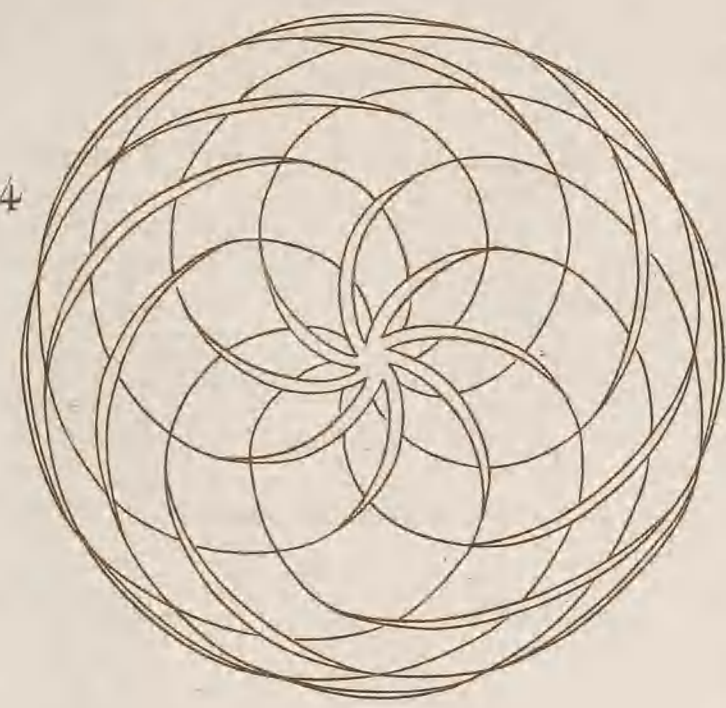


Fig. 205.

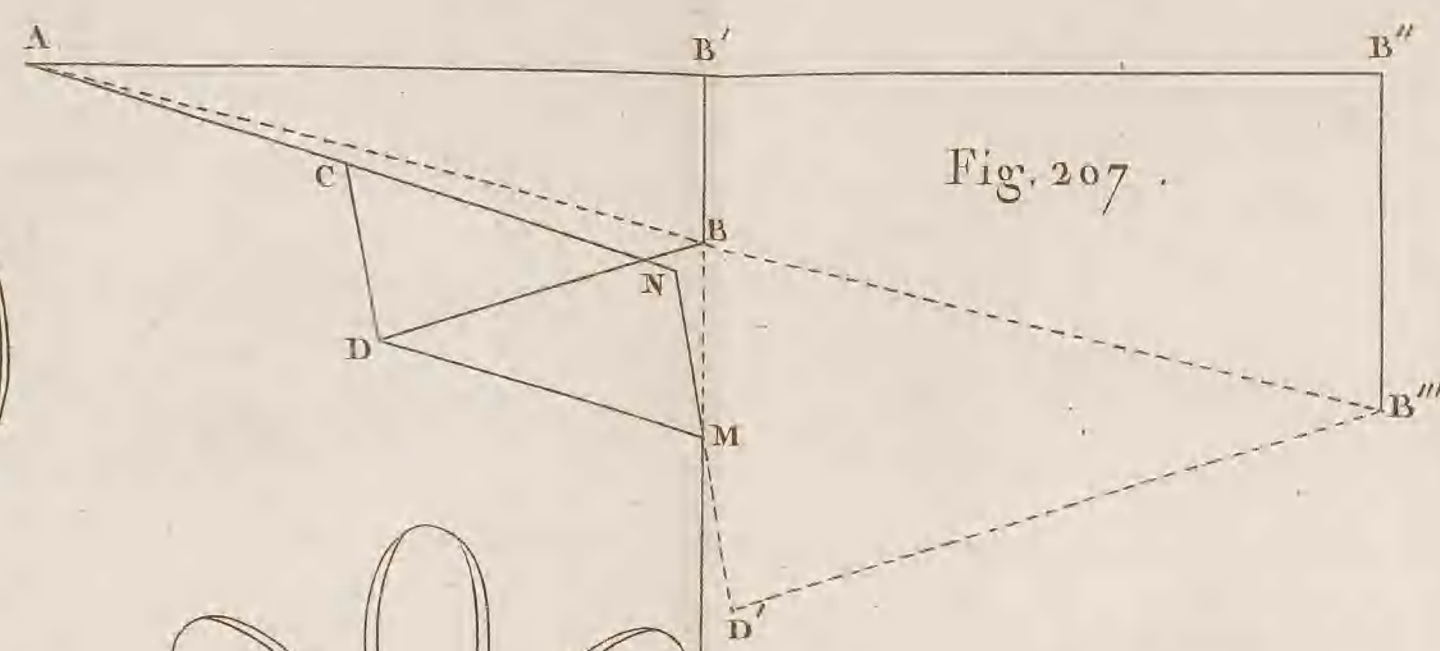


Fig. 207.

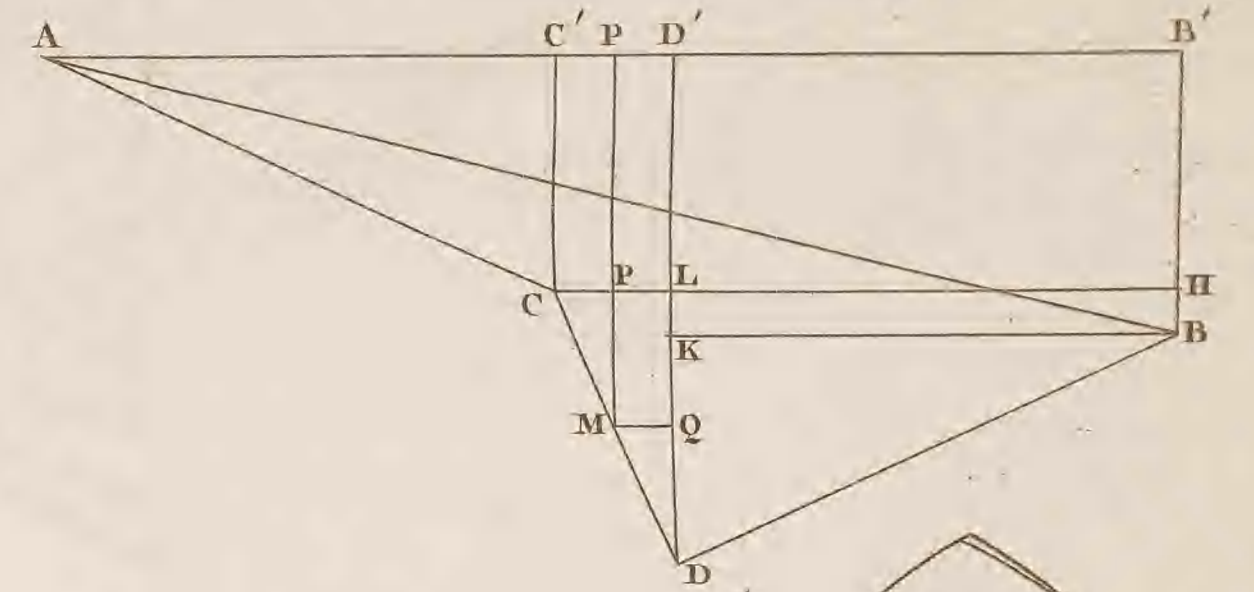


Fig. 208.



Fig. 200.

Fig. 198.

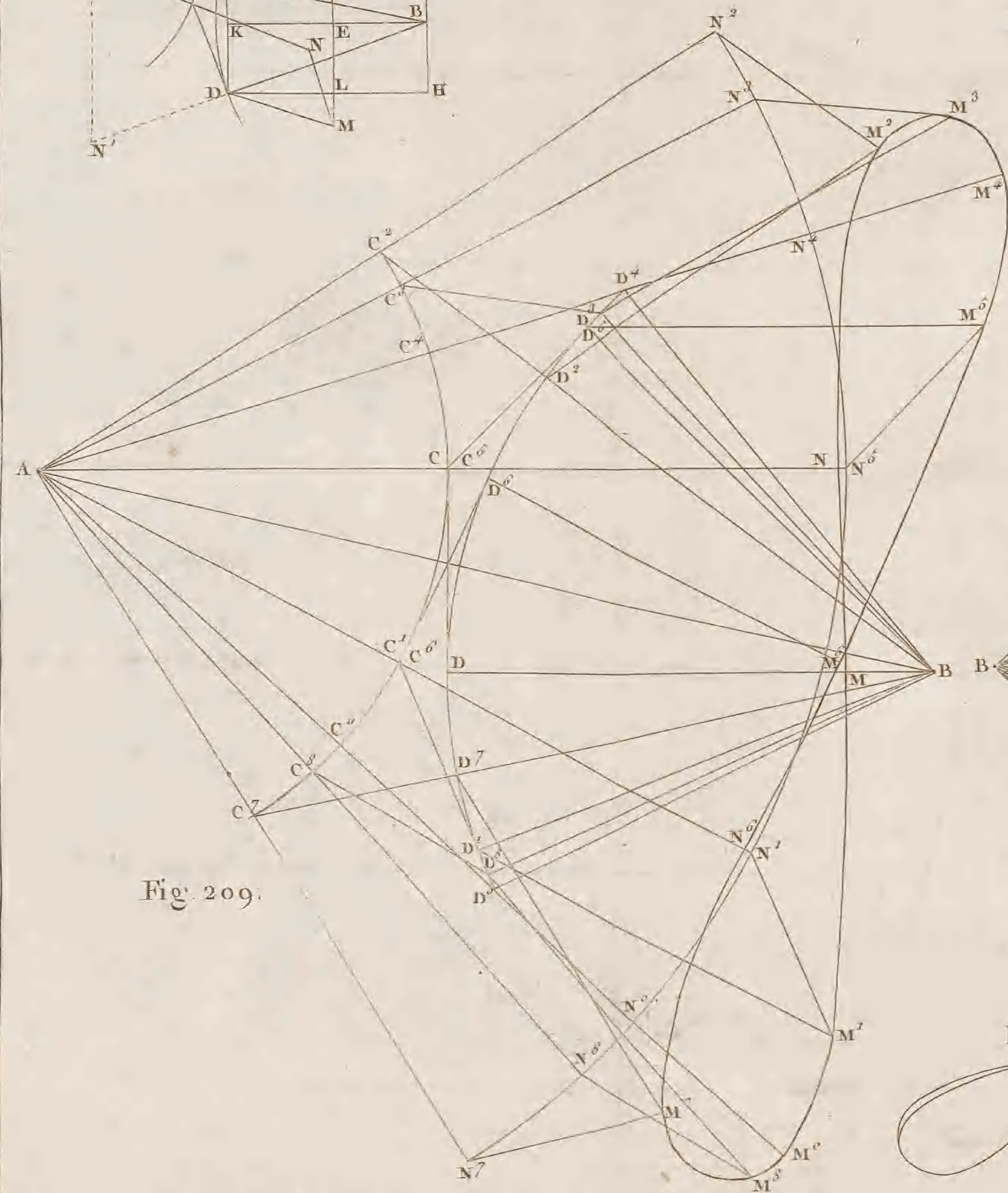
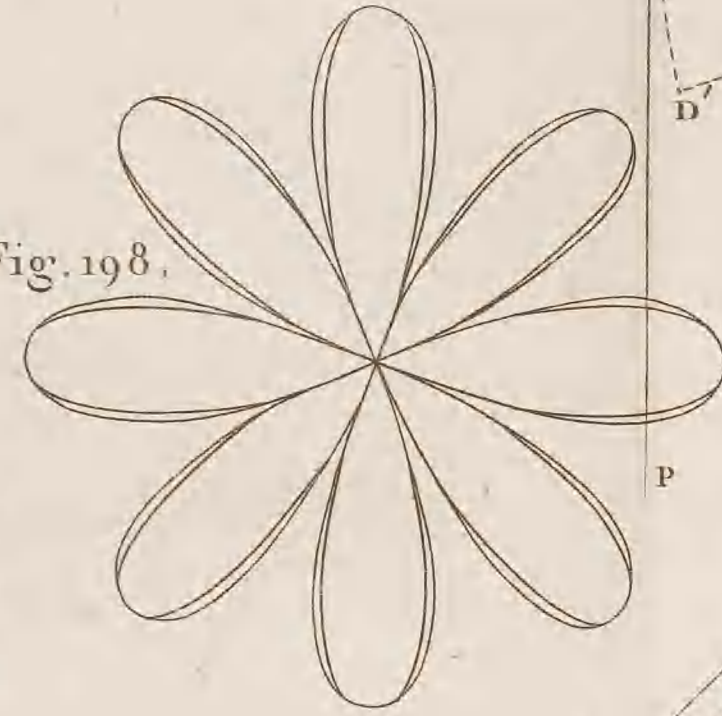


Fig. 209.

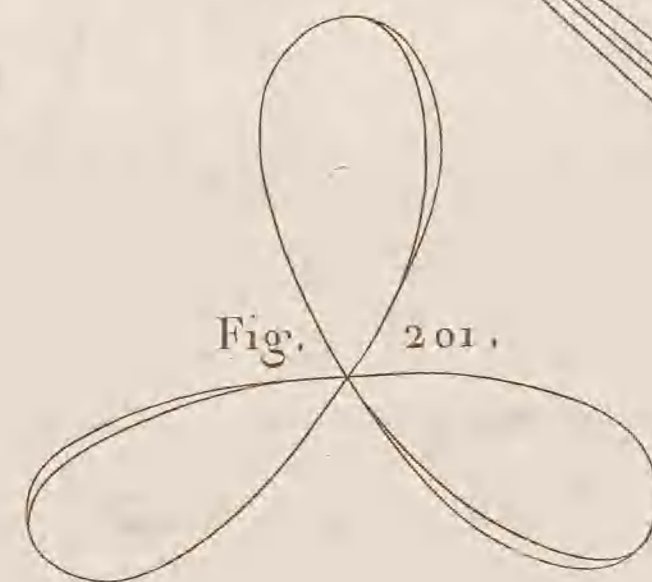
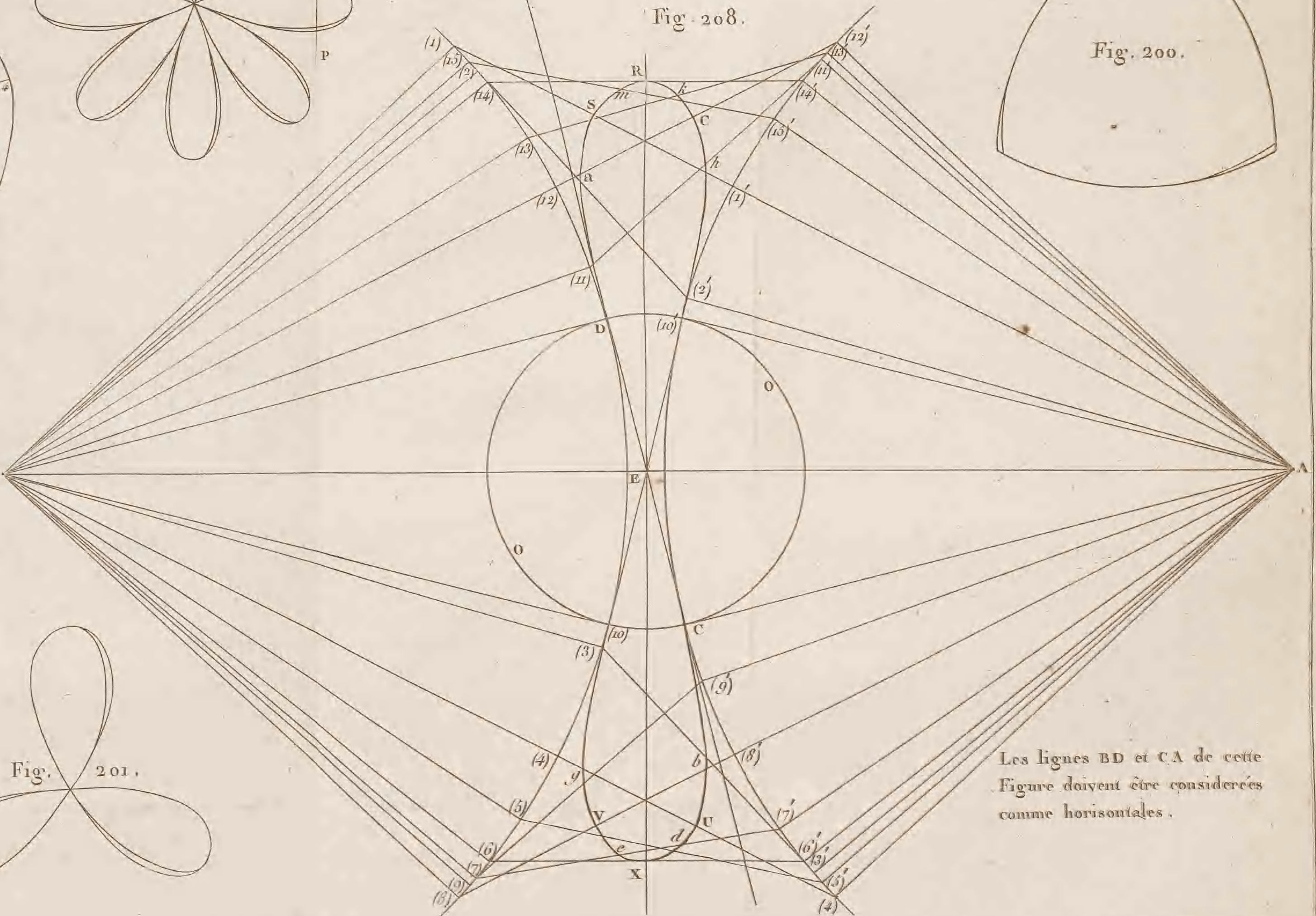


Fig. 201.



Les lignes BD et CA de cette Figure doivent être considérées comme horizontales.







Fig. 215.

g. 210.

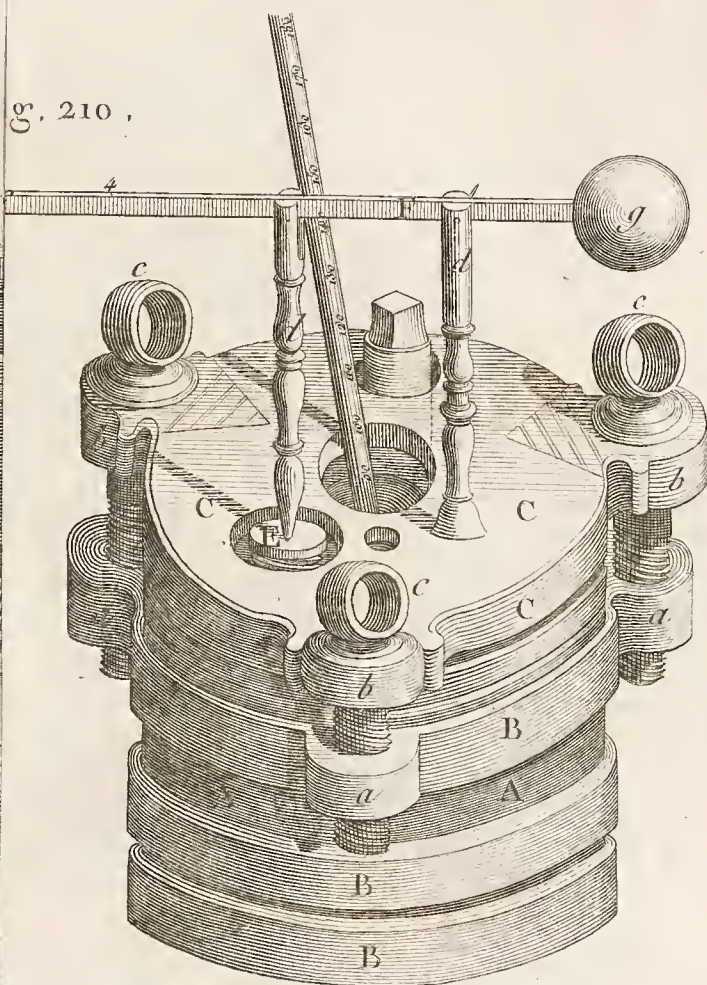
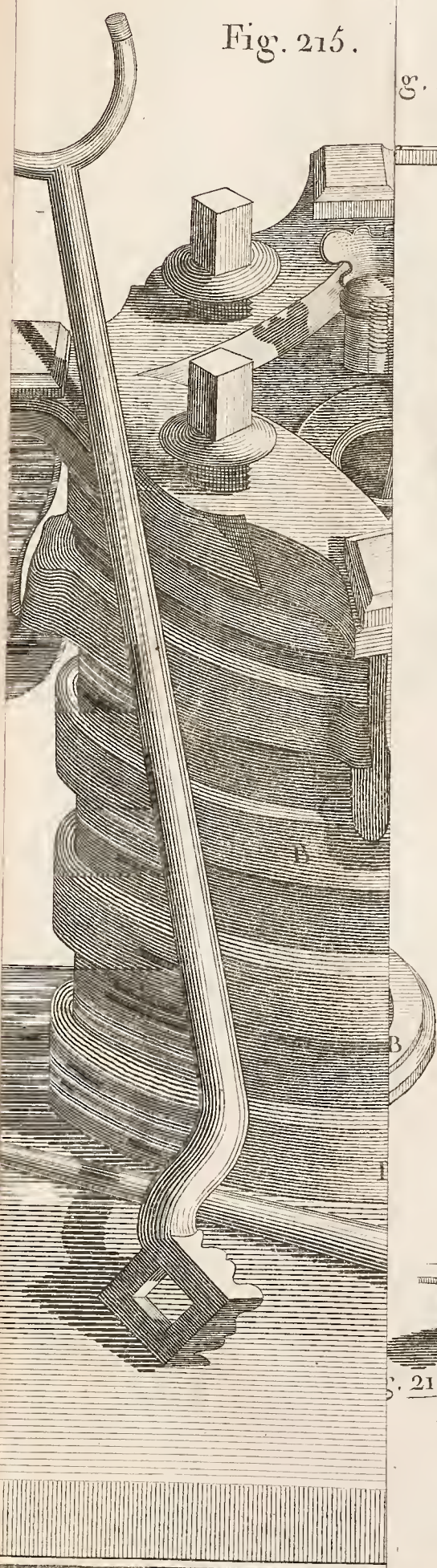


Fig. 214.

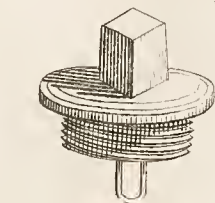
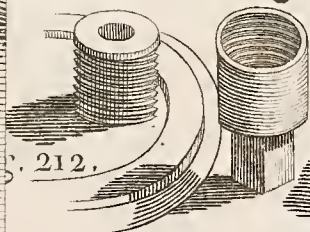
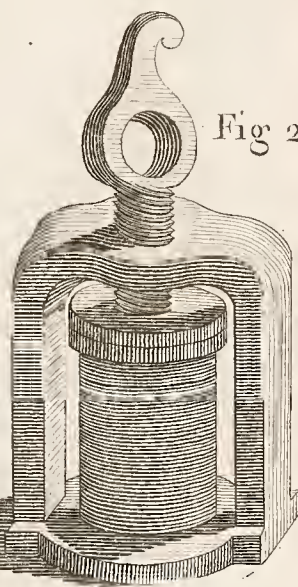


Fig. 213.



g. 212.

Fig 216.









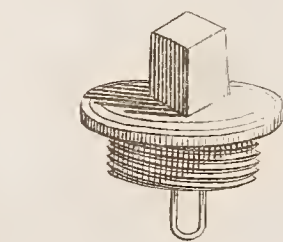
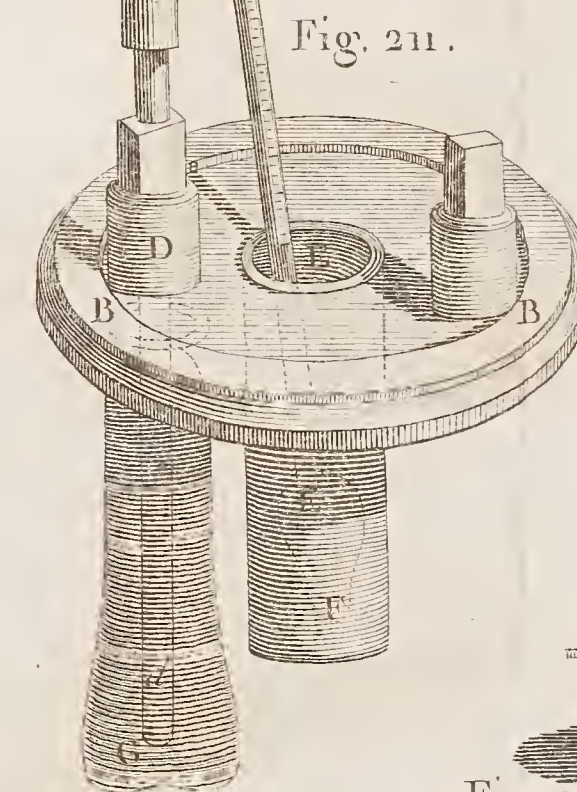
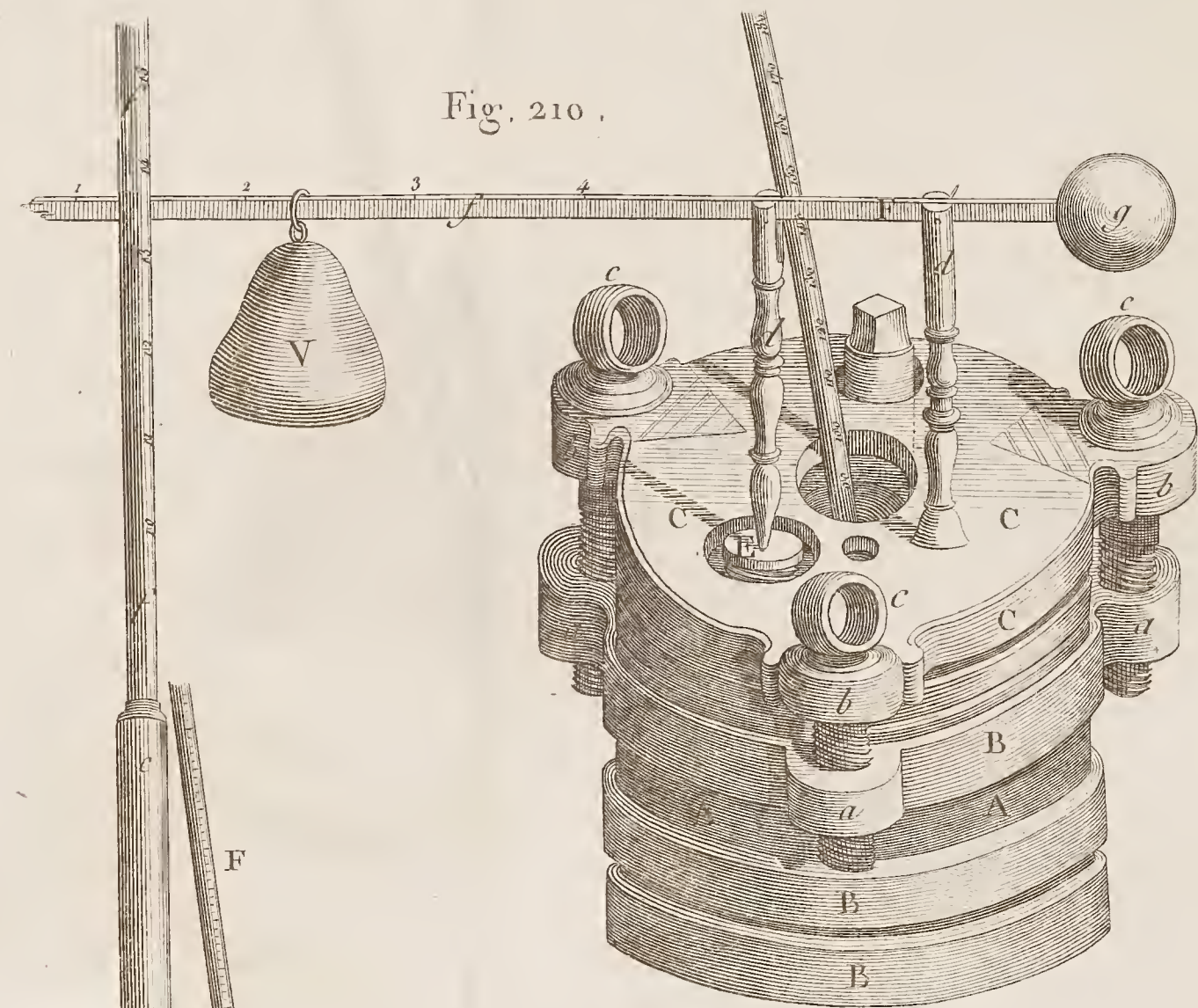
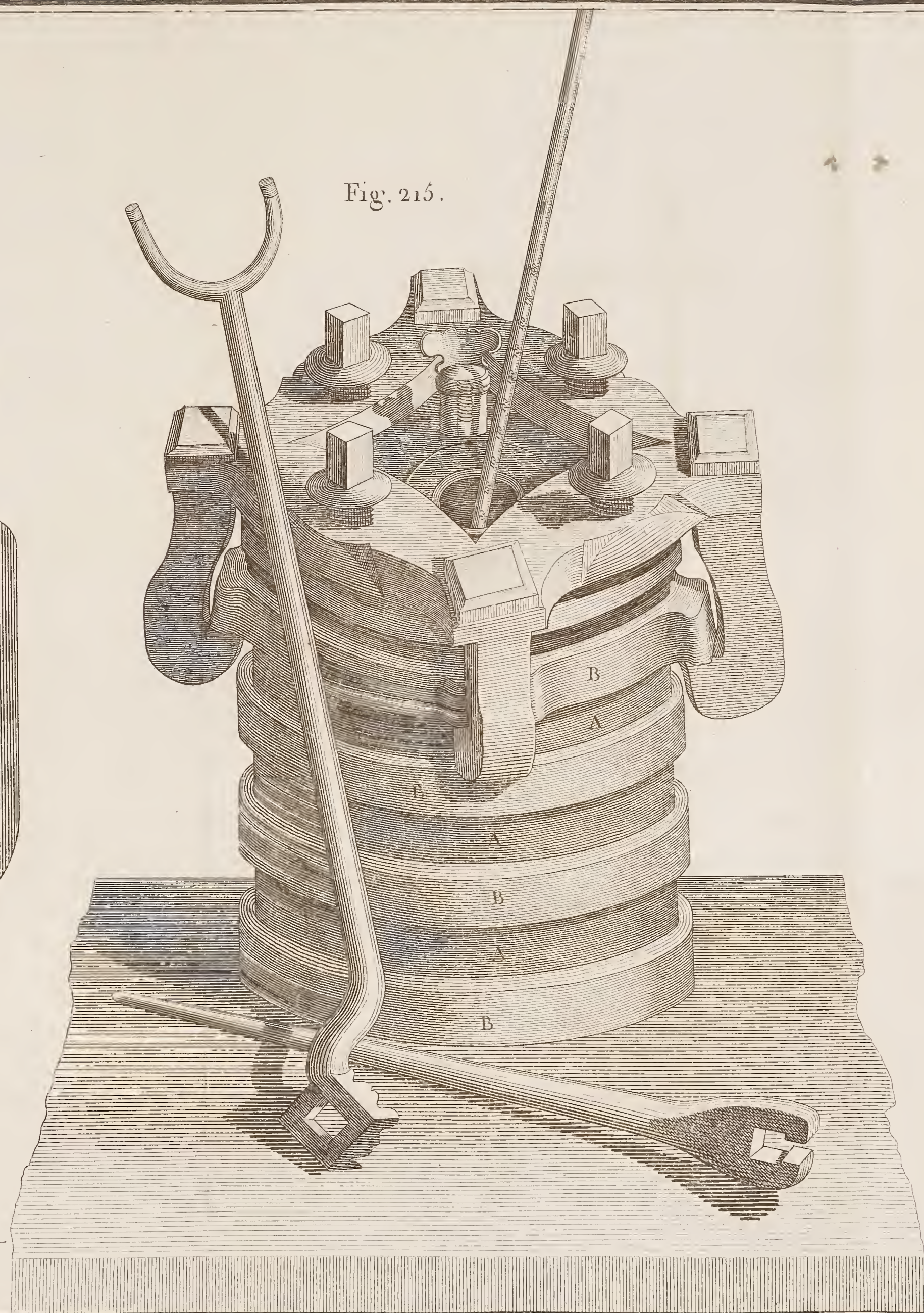
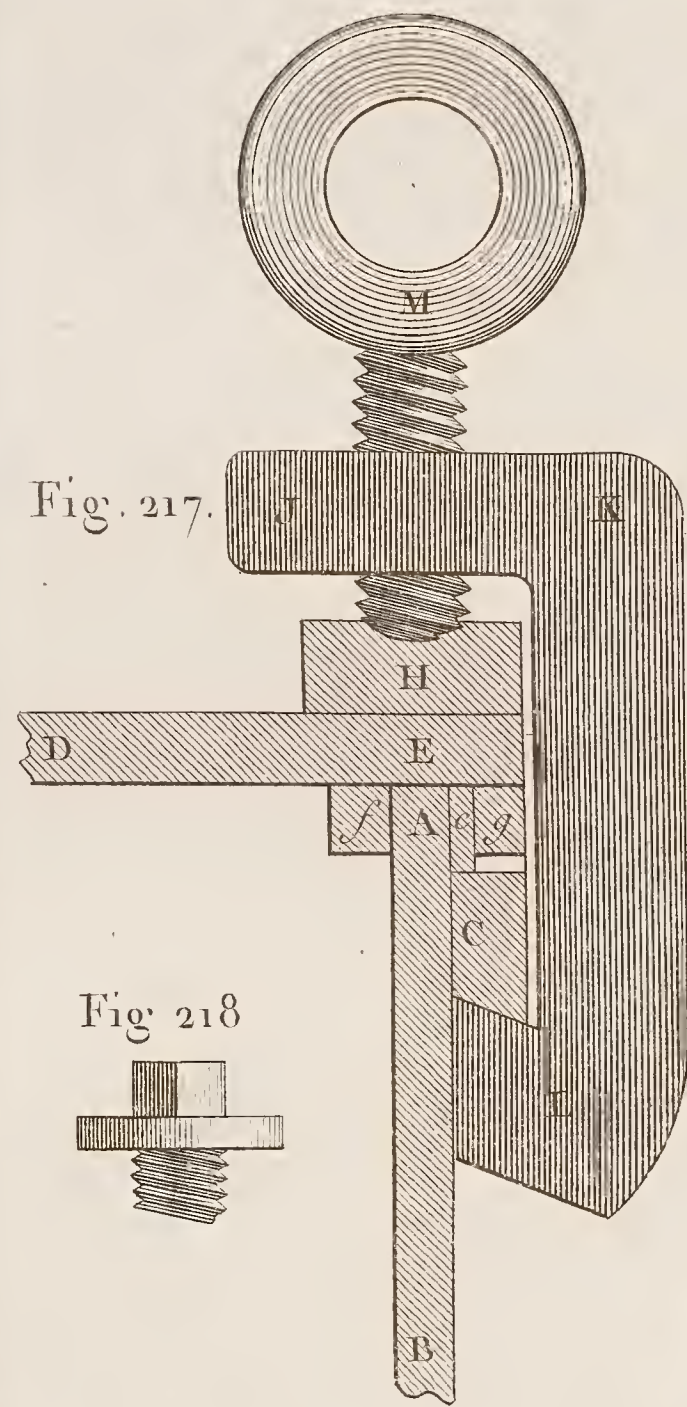
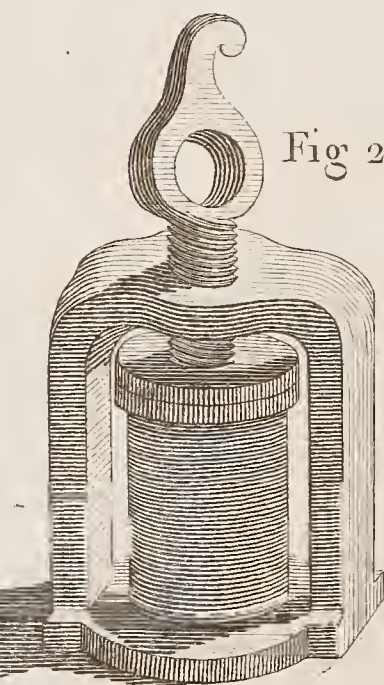
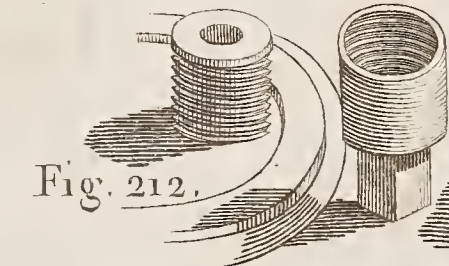


Fig. 214.

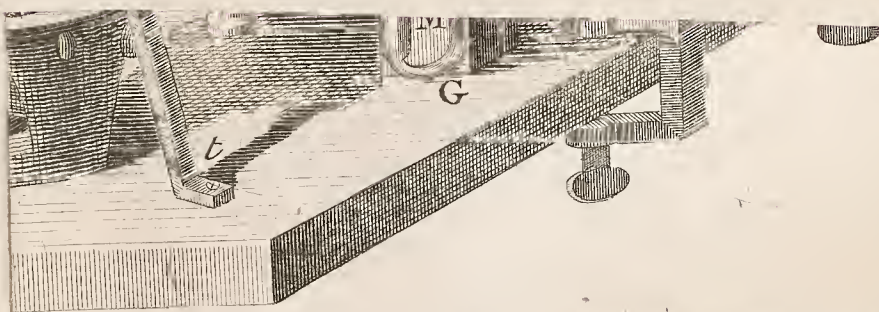
Fig. 213.











*Geoffroy. Scul.*







Fig. 222

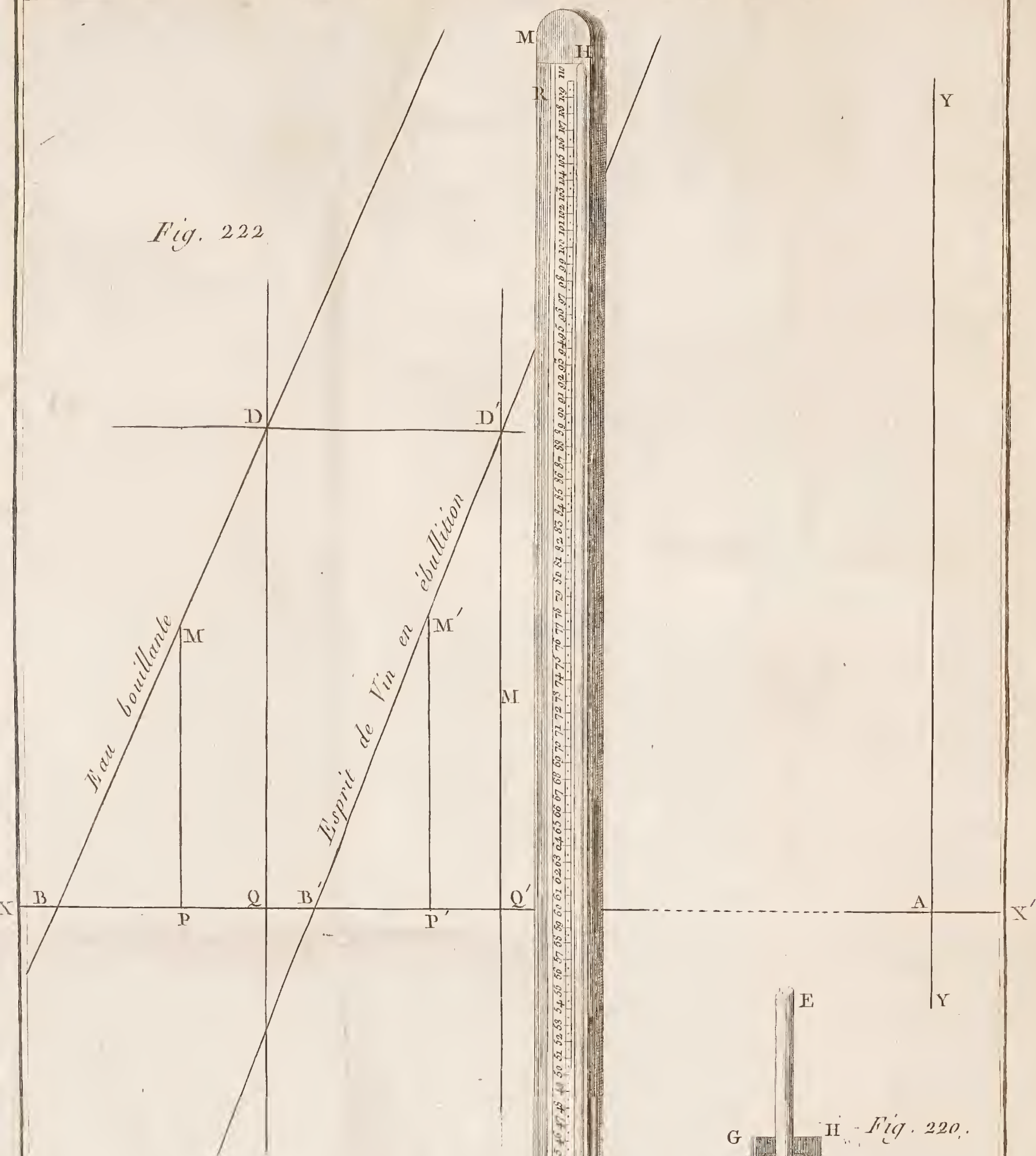


Fig. 219.

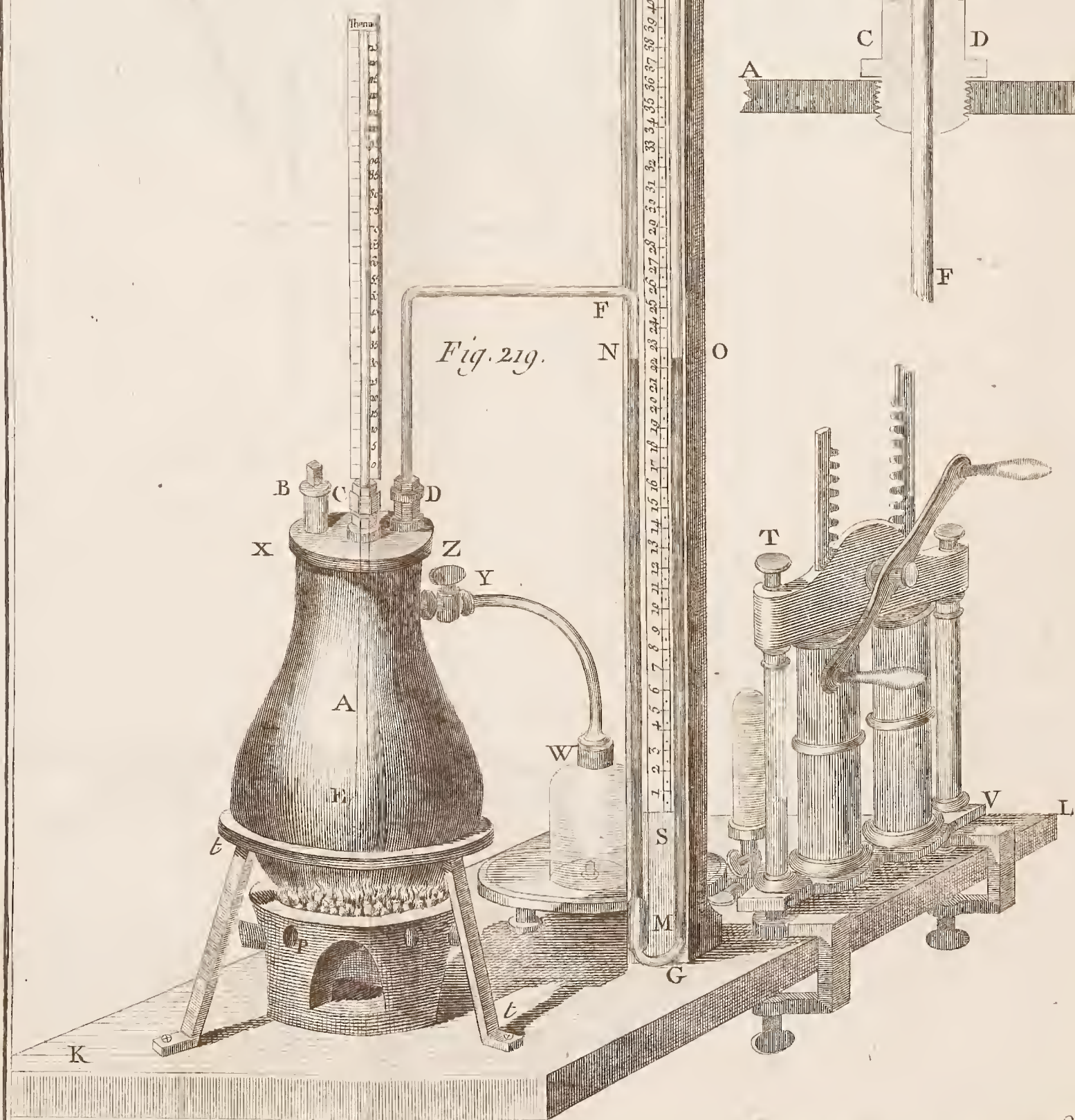
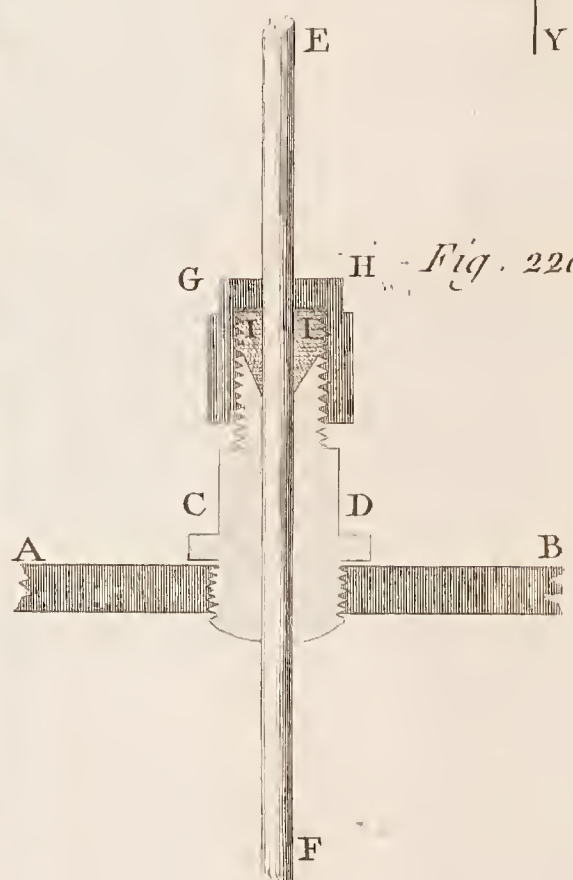


Fig. 220.

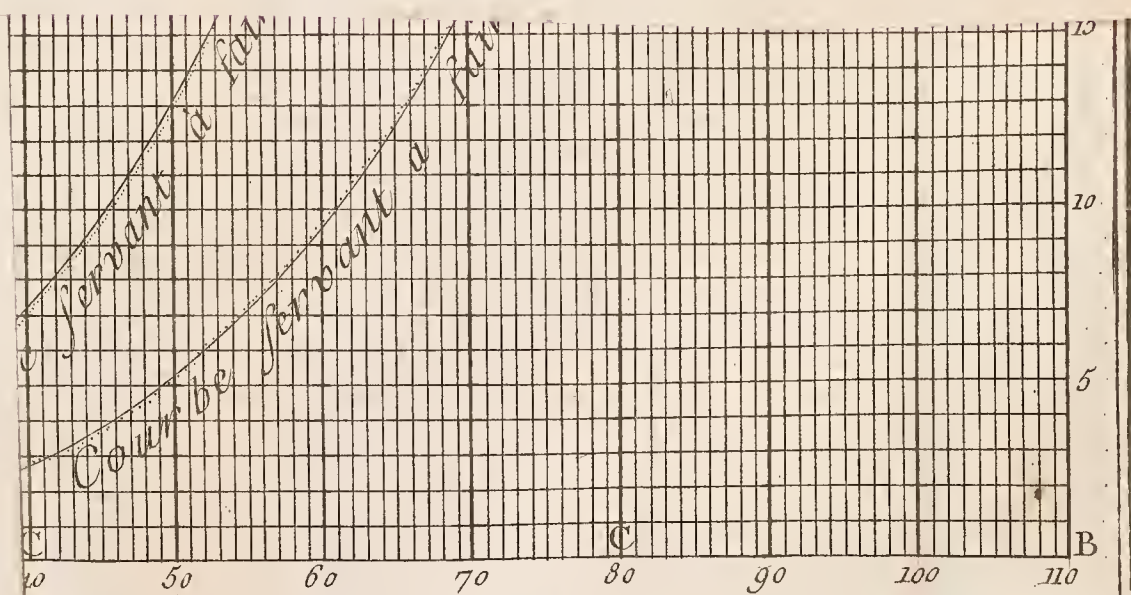


Geoffroy, scul.









Thermomètre de Réaumur .

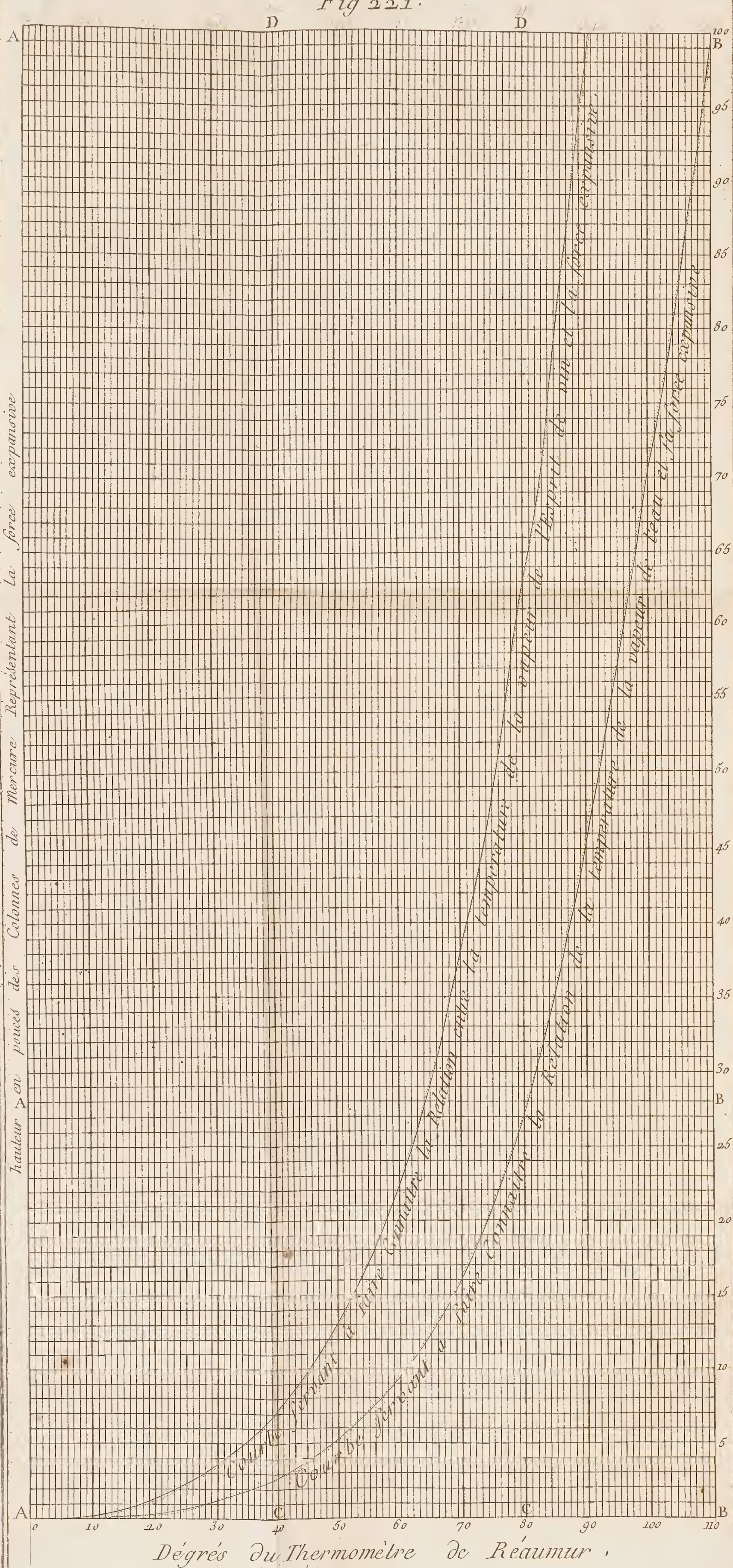
Geoffroy. Scul.







Fig 221.



Goussier, Scul.







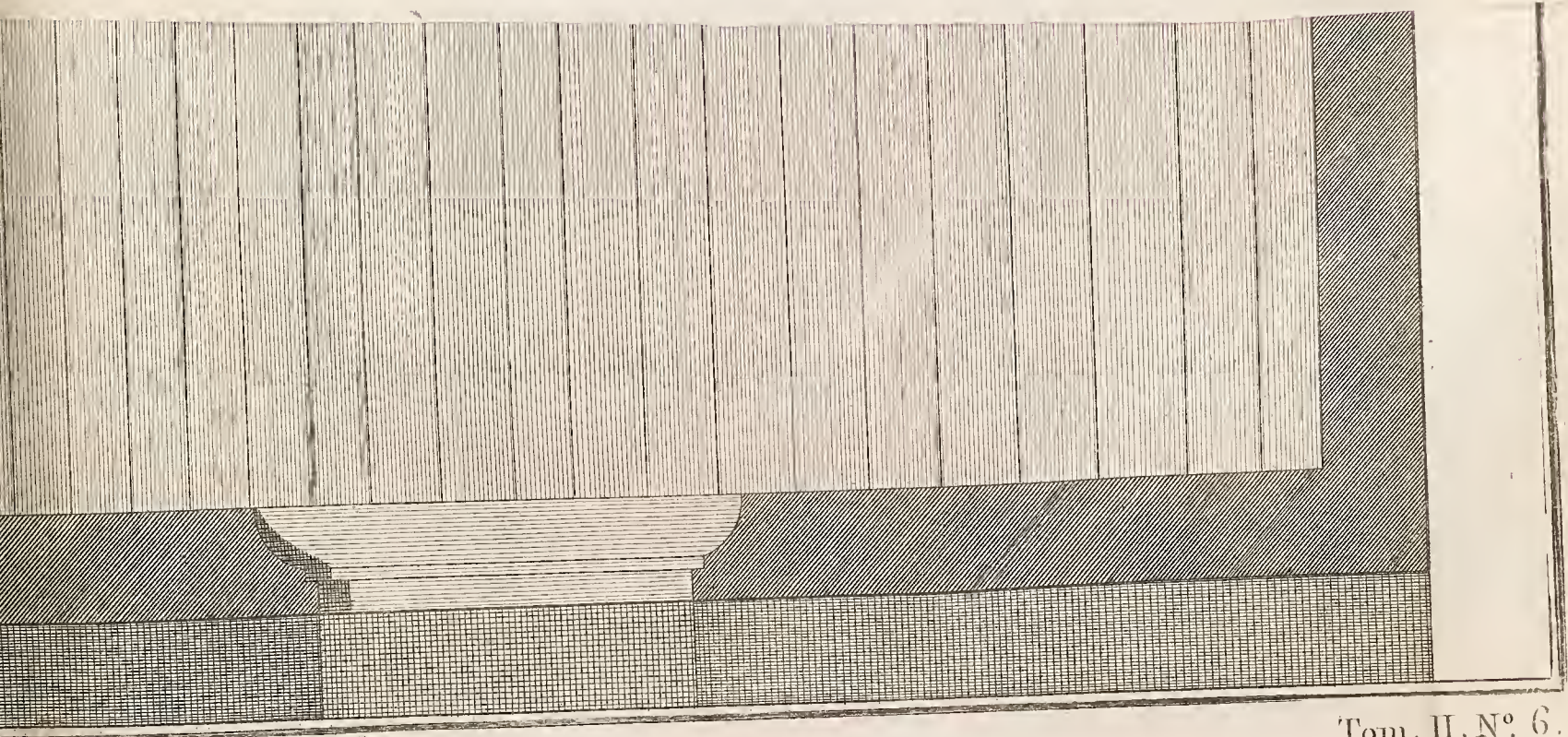
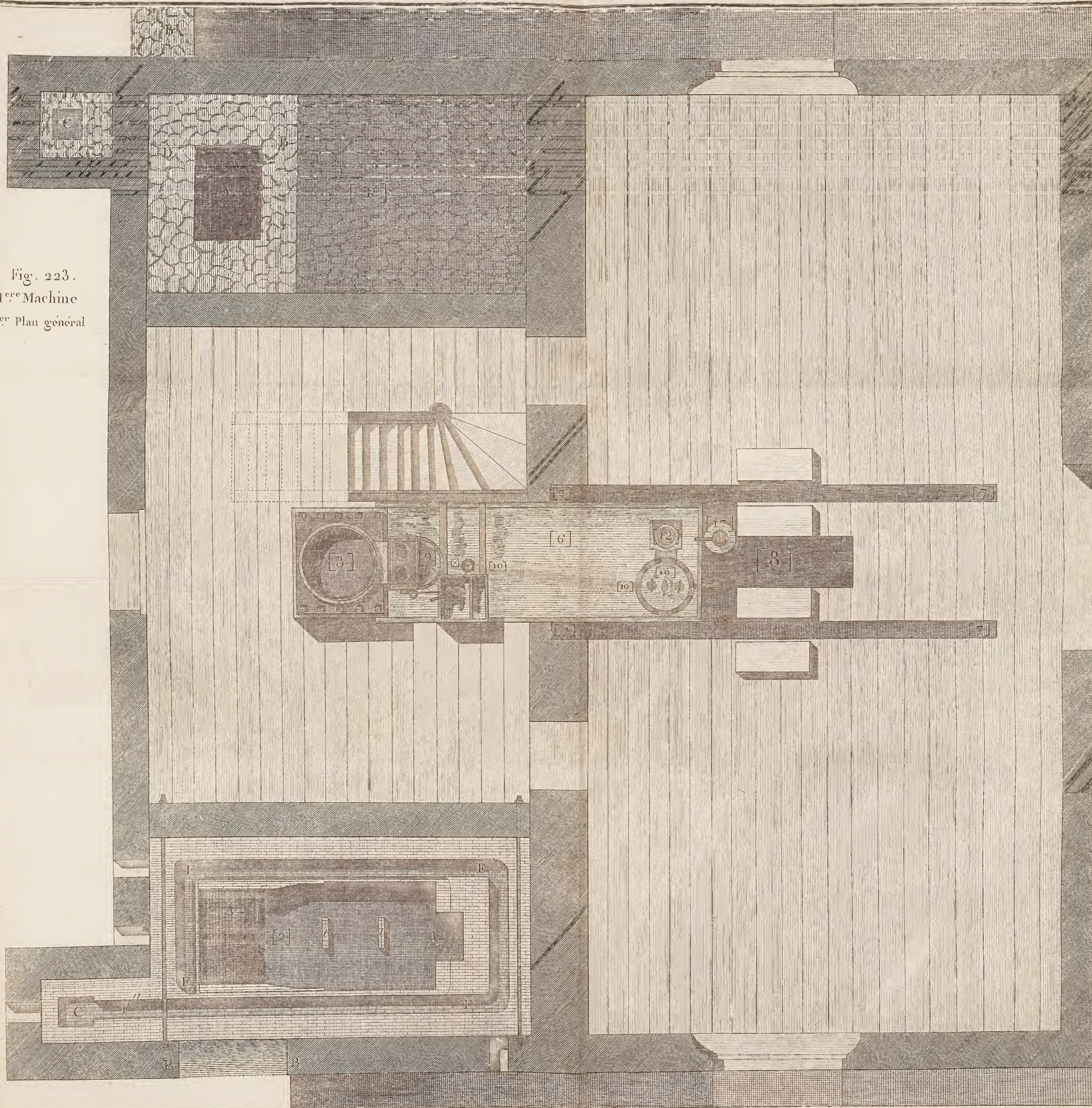








Fig. 223.  
1<sup>re</sup> Machine  
1<sup>er</sup> Plan général









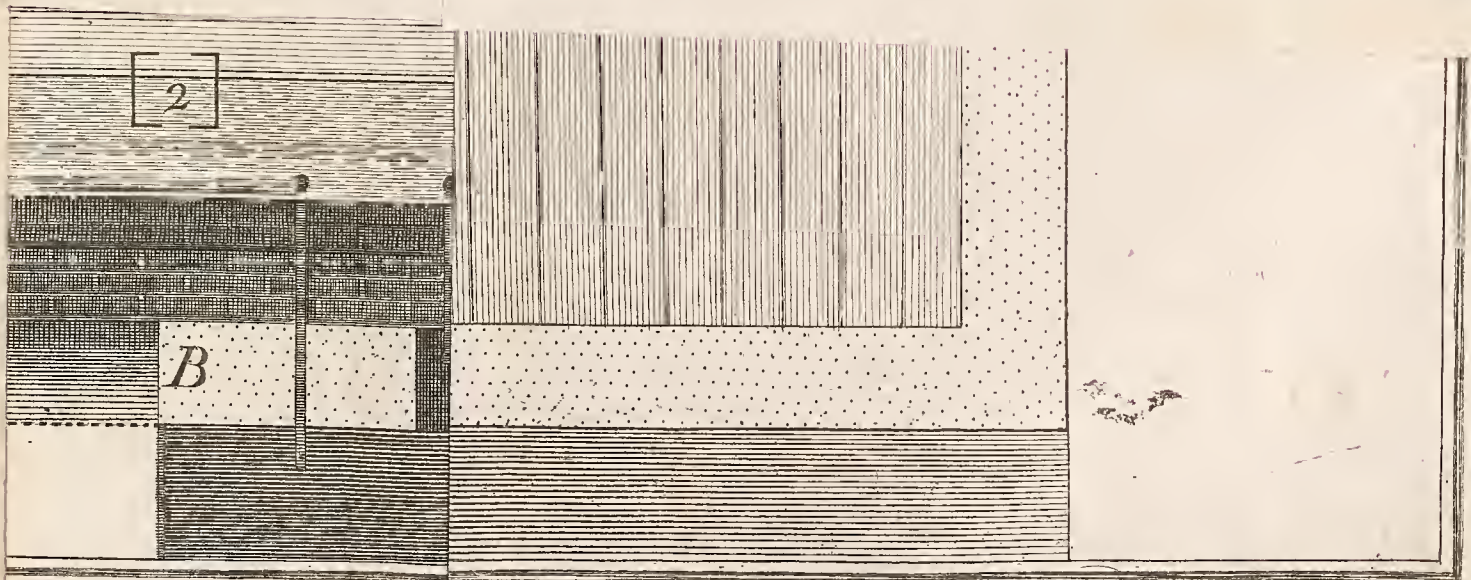


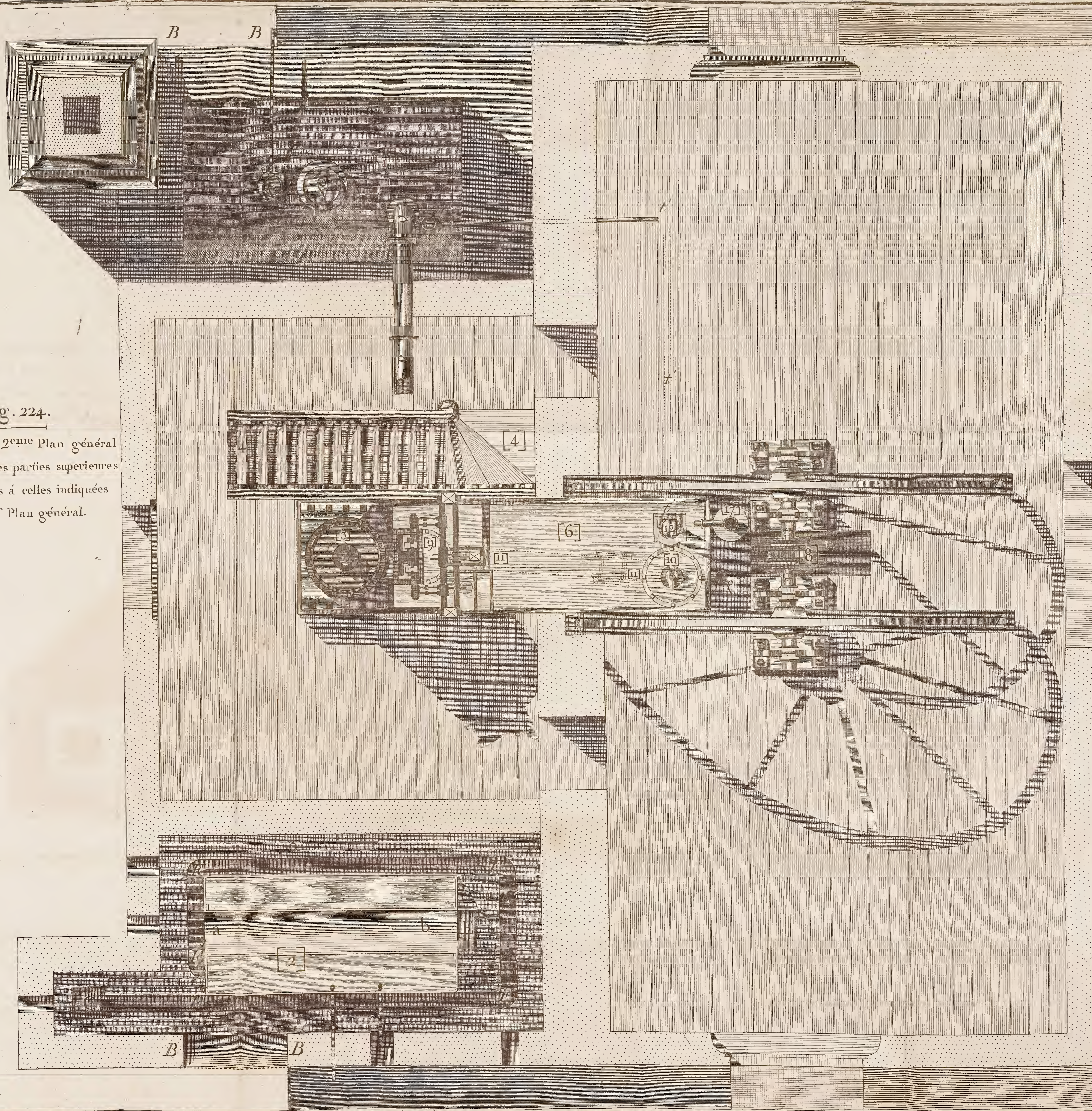






Fig. 224.

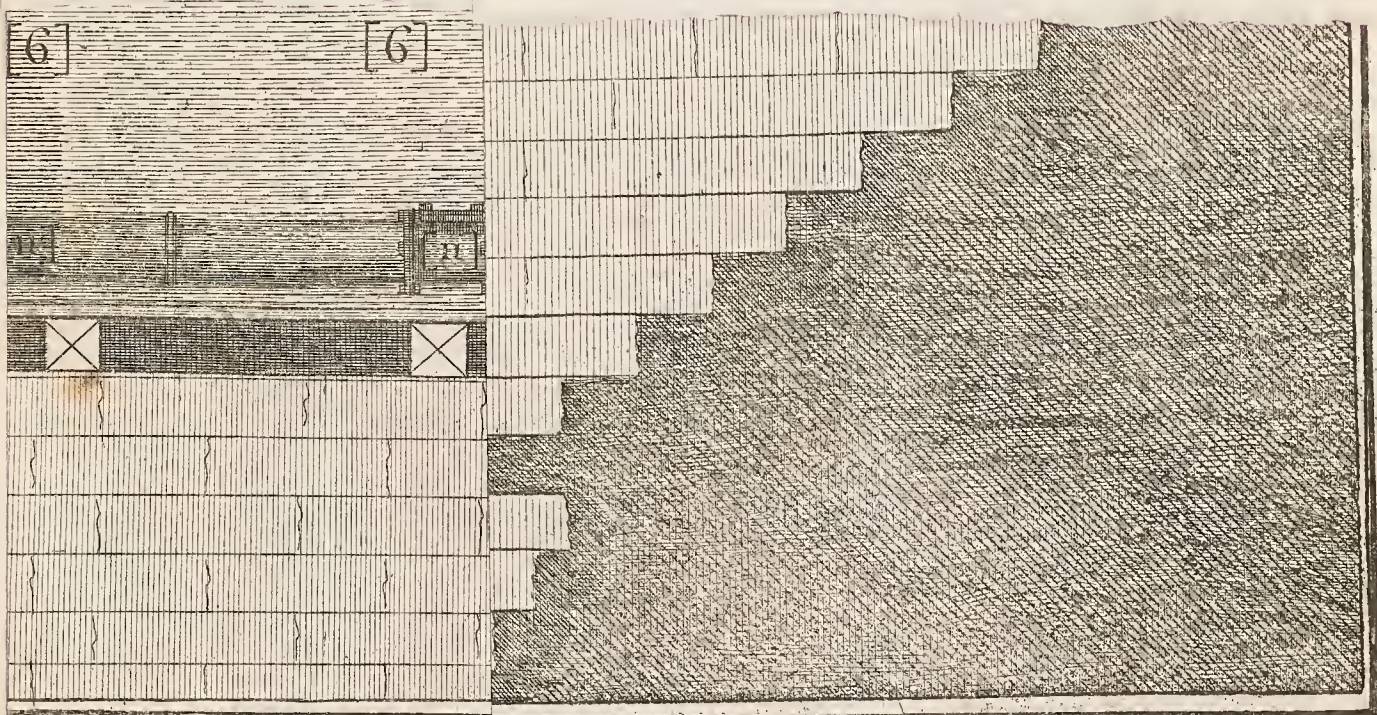
1<sup>re</sup> Machine; 2<sup>me</sup> Plan général  
pour indiquer les parties supérieures  
correspondantes à celles indiquées  
par le 1<sup>er</sup> Plan général.











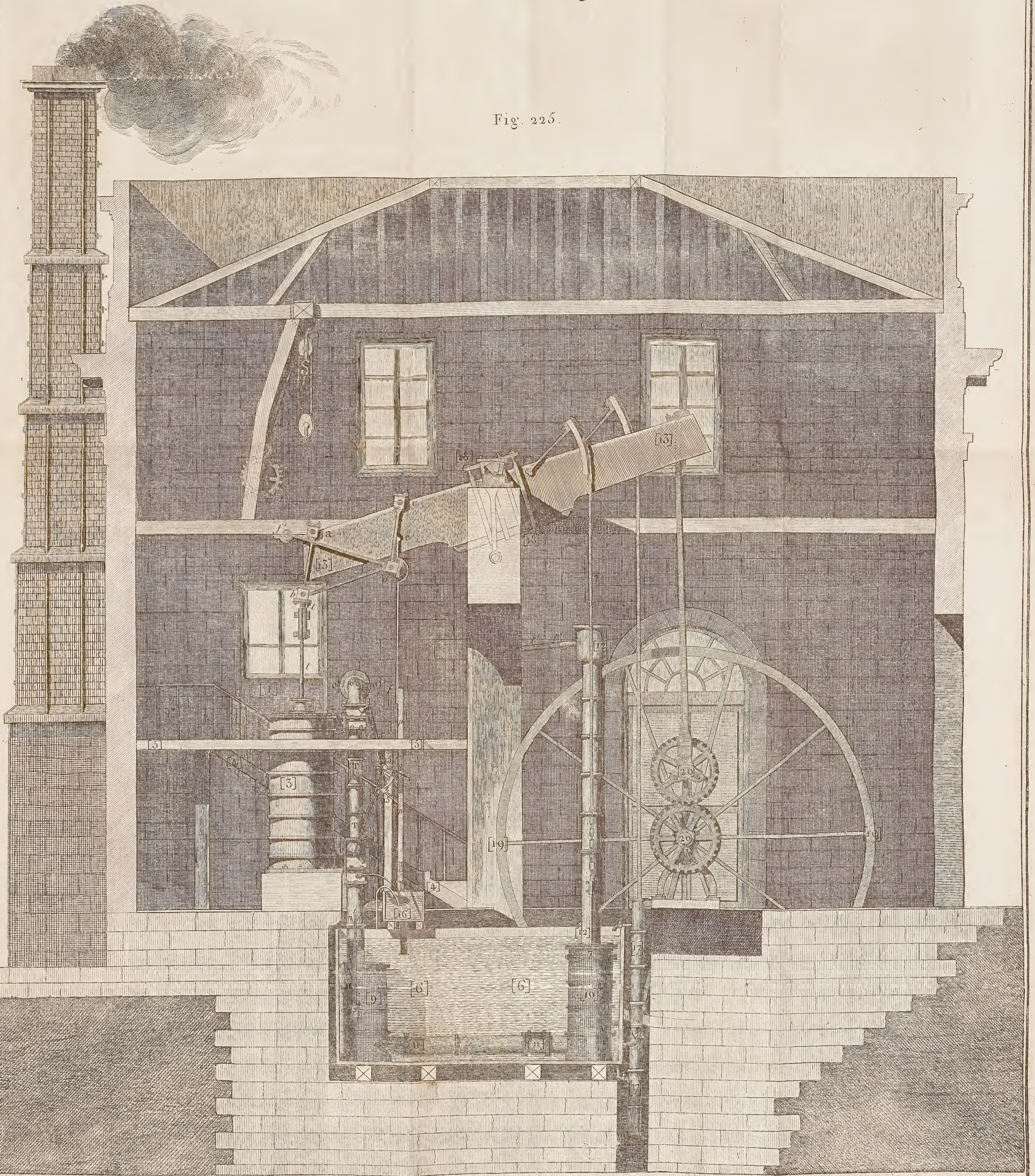






Premiere machine ; Elevation générale .

Fig. 225.









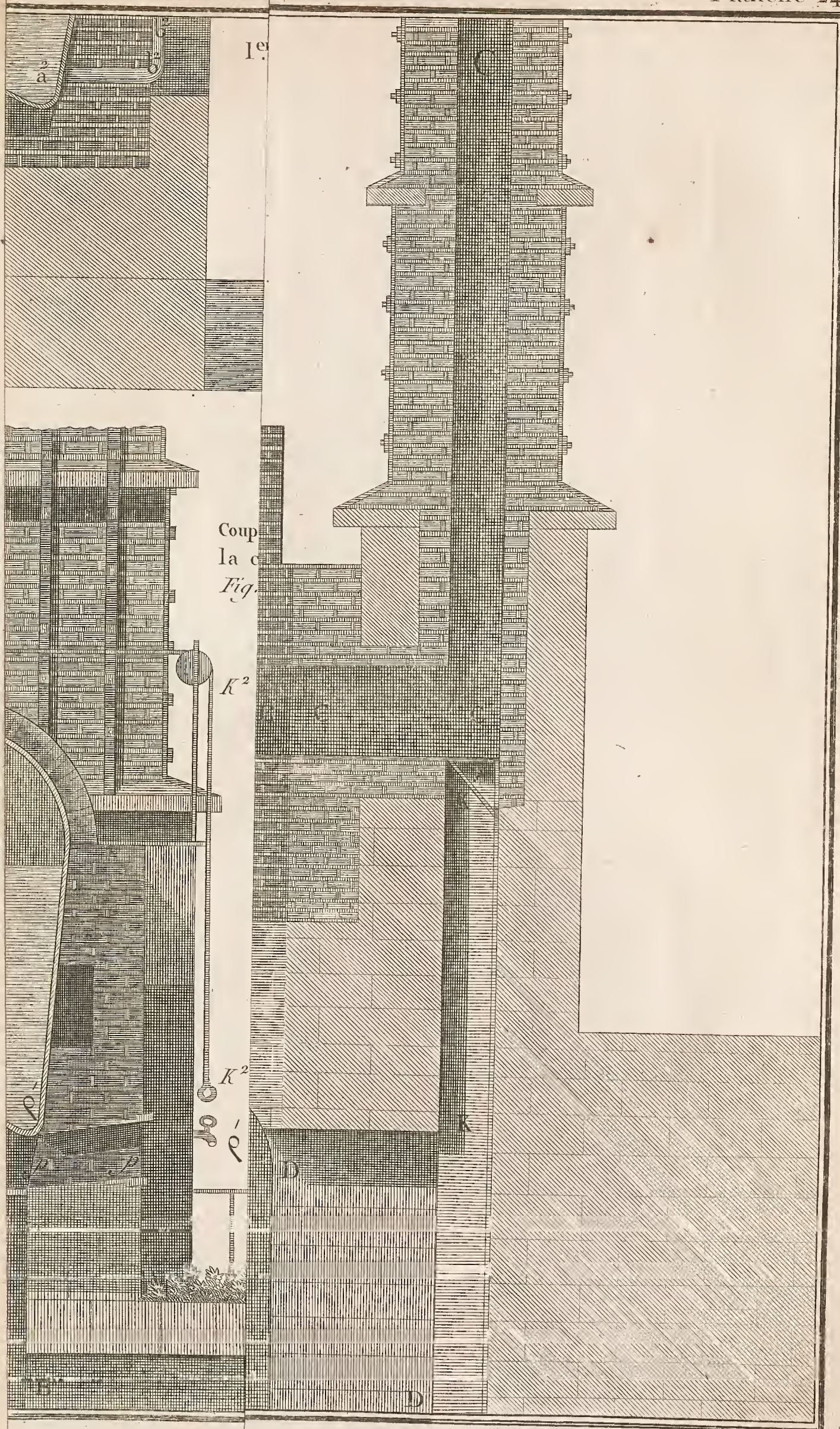


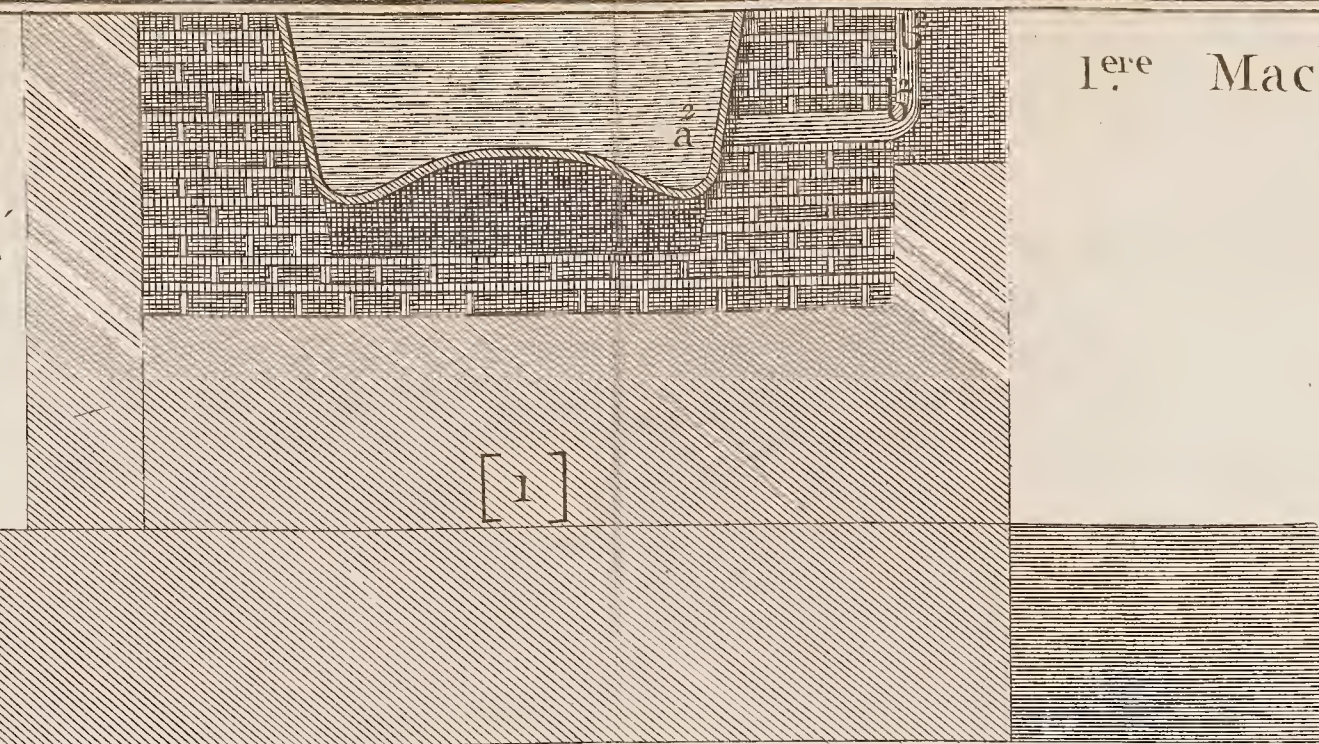






Fig. 228

Coupe transversale de la chaudiere [1] Fig. 223, et 224, pour faire voir le siphon destiné à indiquer la hauteur de l'eau dans la chaudiere.



1<sup>re</sup> Machine

Détails relatifs à la chaudiere

Fig. 226.

Coupe longitudinale de la chaudiere [1]  
Fig. 223 et 224.

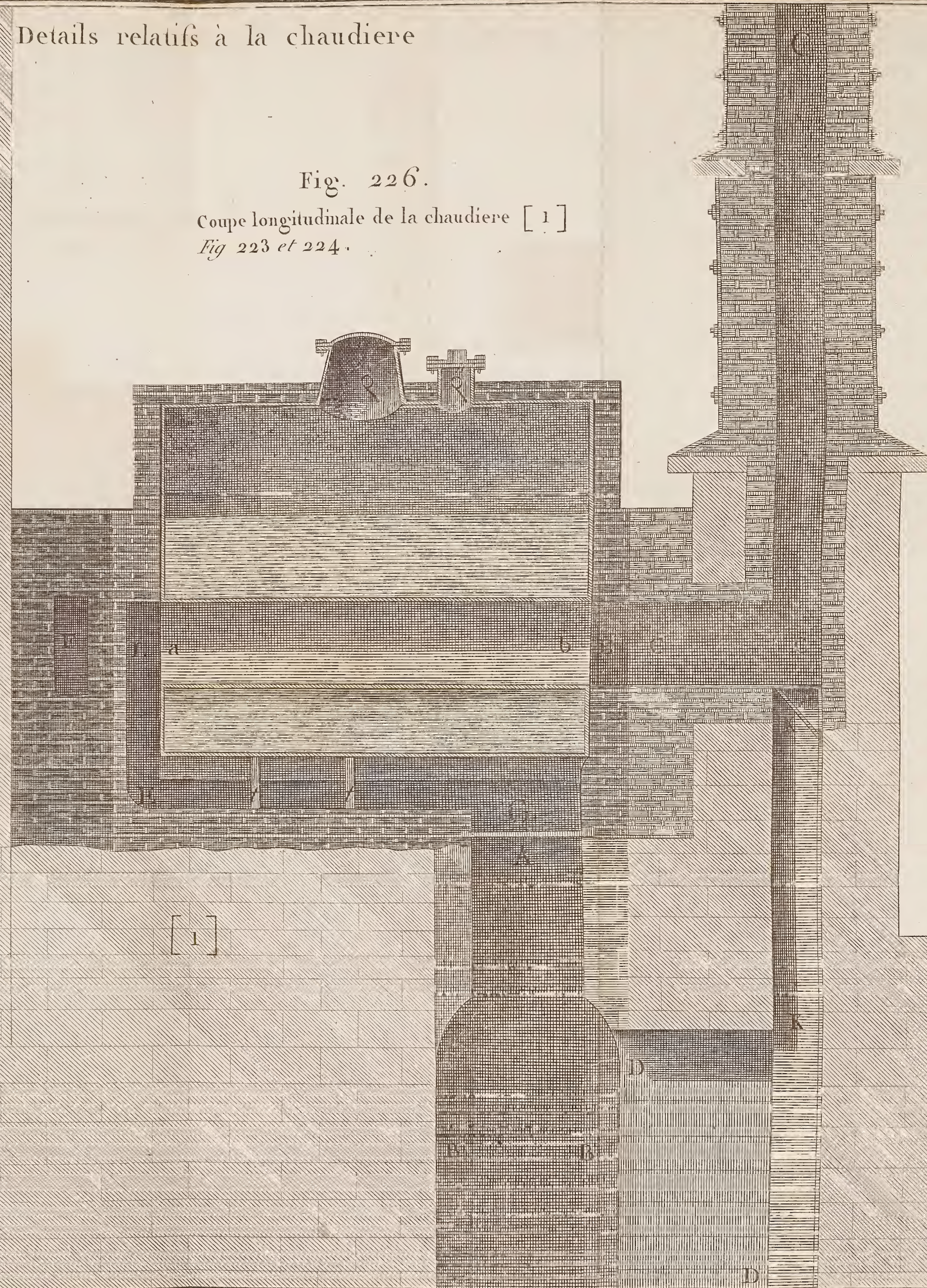
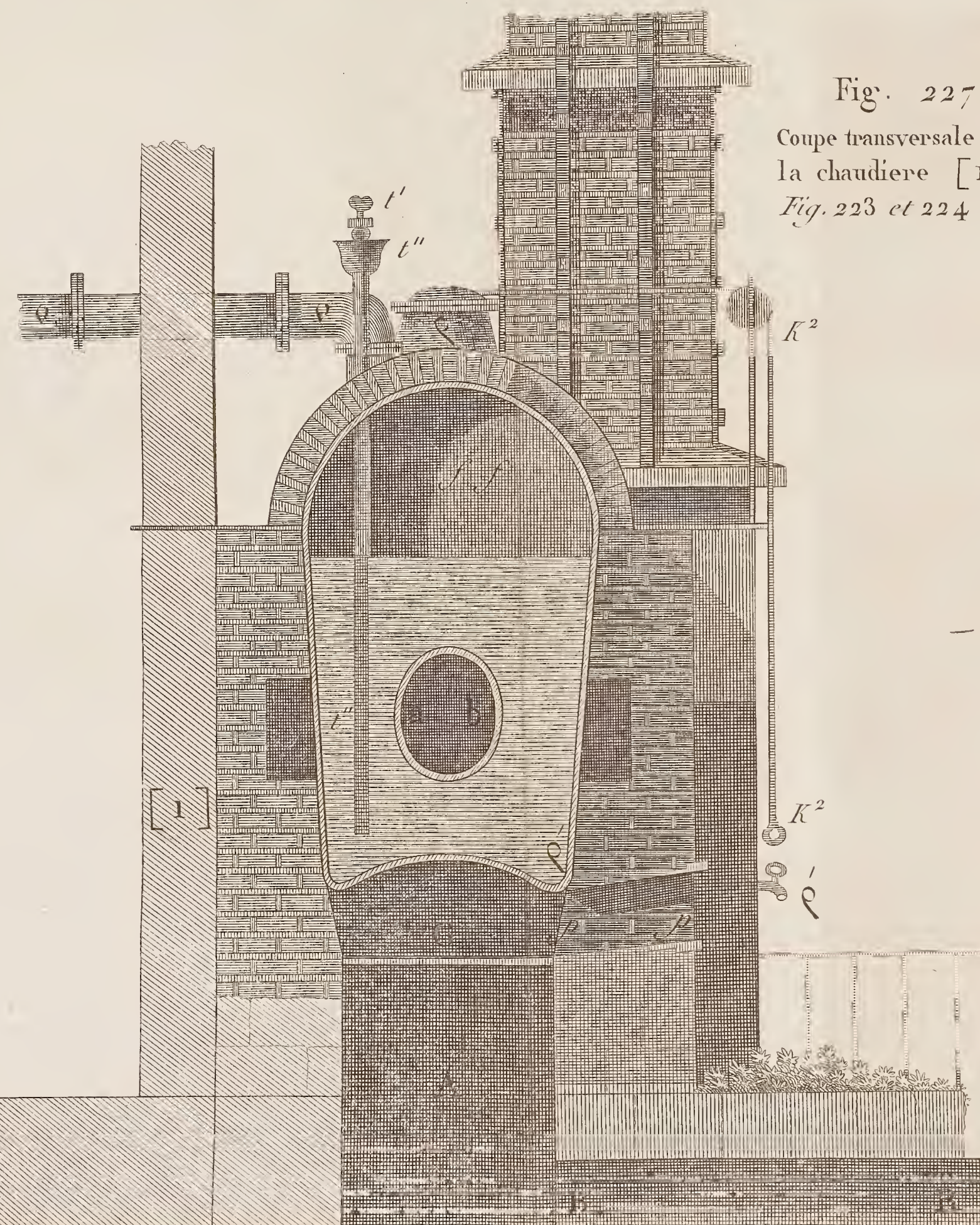


Fig. 227

Coupe transversale de la chaudiere [1]  
Fig. 223 et 224









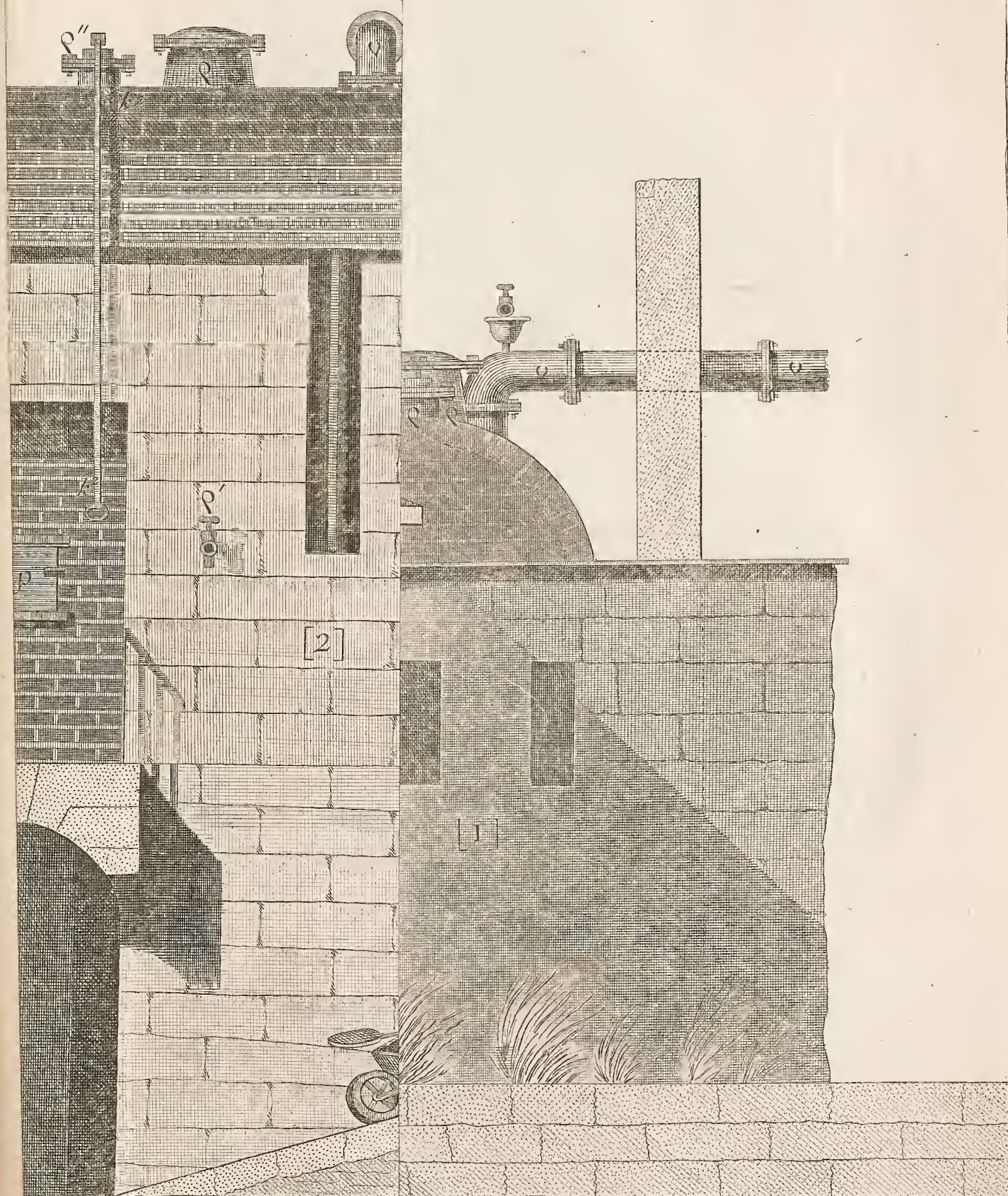
1<sup>ere</sup> machine. De

Fig. 230

la chaudiere [2] Fig 223 et 224  
B qui va au cendrier

Fig. 229.

Elévation de la chaudiere [1] Fig 223 et  
224 prise du côté de la cheminée



Geoffroy Sculp.







1<sup>re</sup> machine. Détails relatifs

à la chaudiere

Fig. 230

Elévation de la chaudiere [2] Fig 223 et 224 prise du côté de la voute BB qui va au cendrier

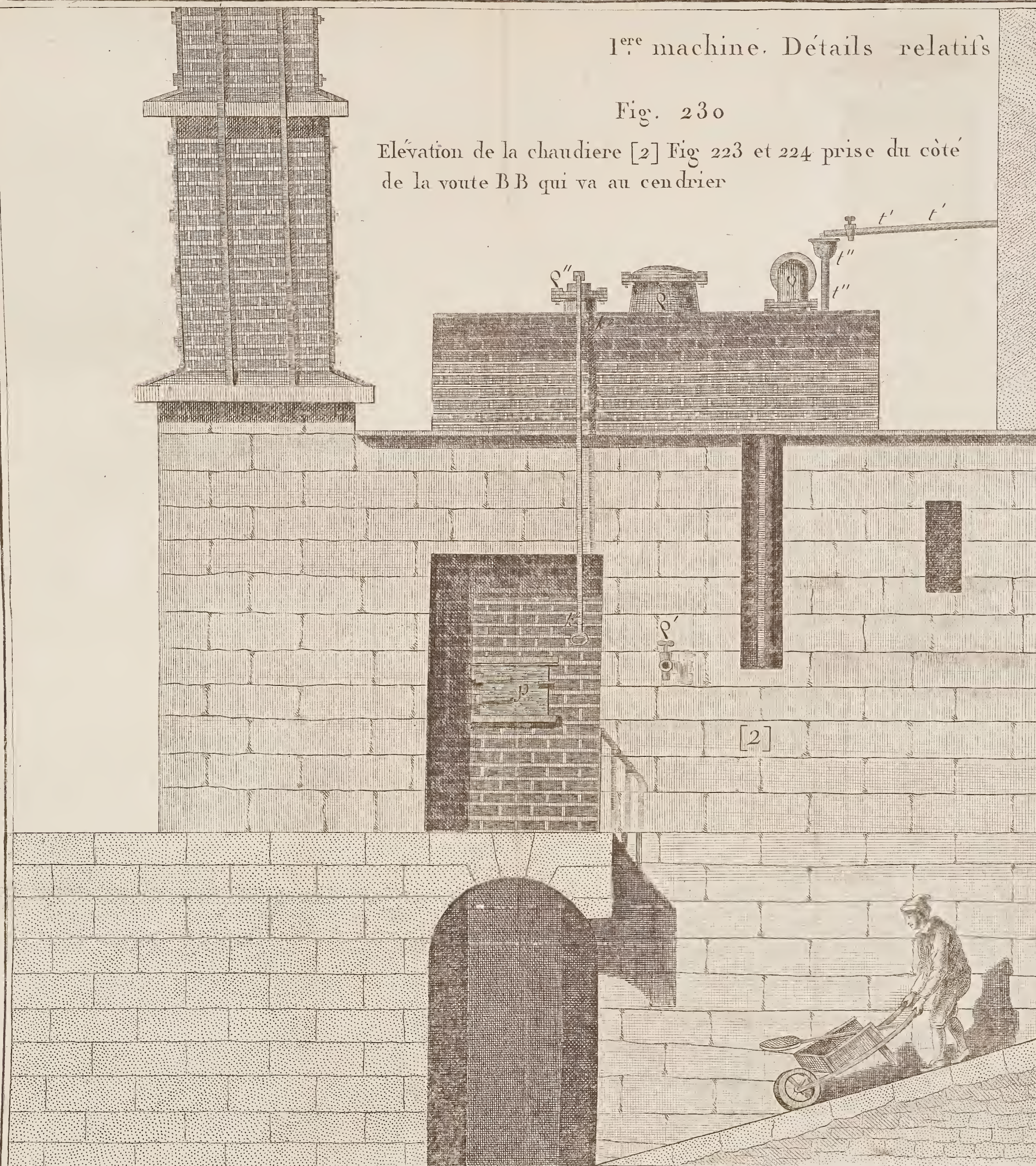
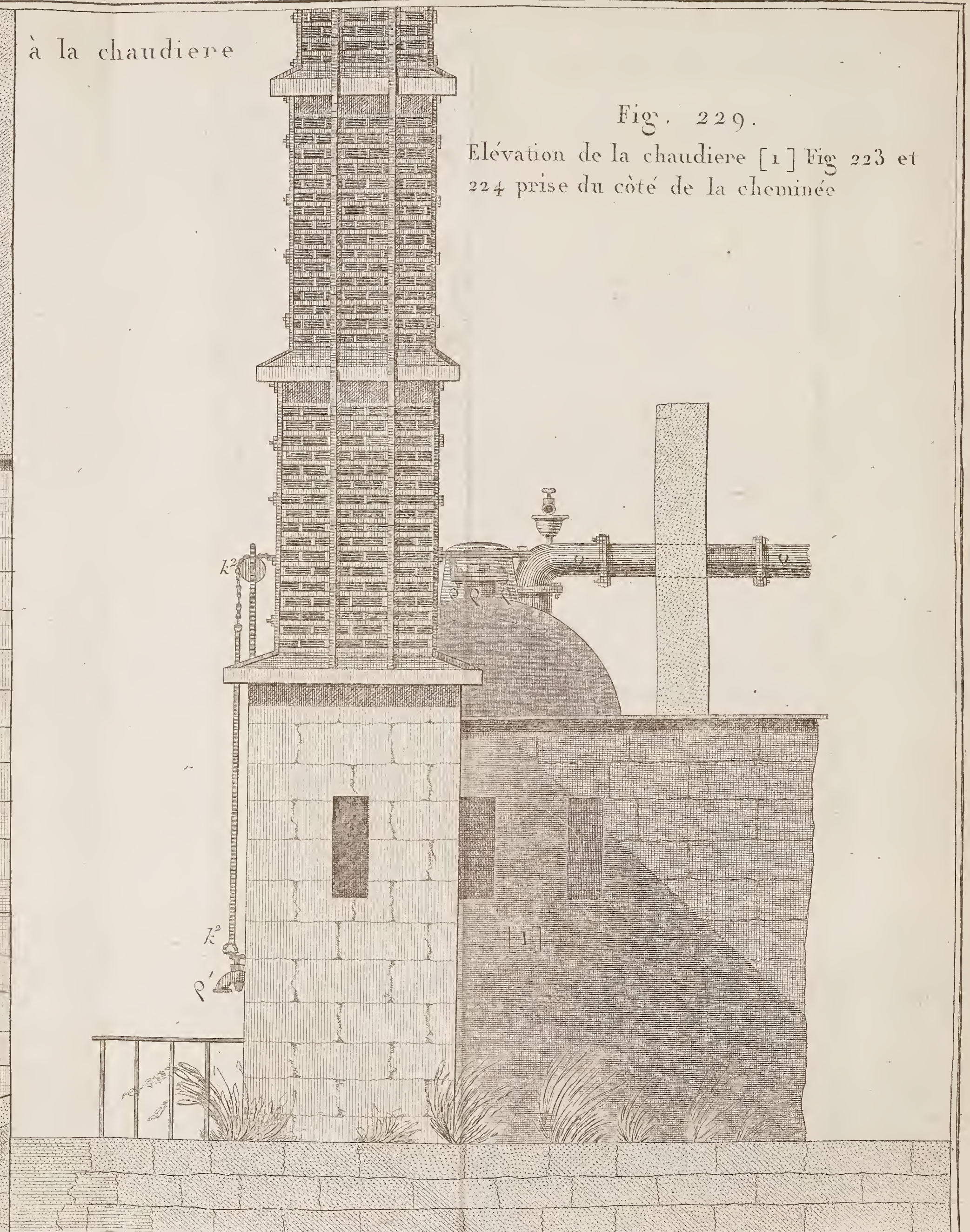


Fig. 229.

Elévation de la chaudiere [1] Fig 223 et 224 prise du côté de la cheminée

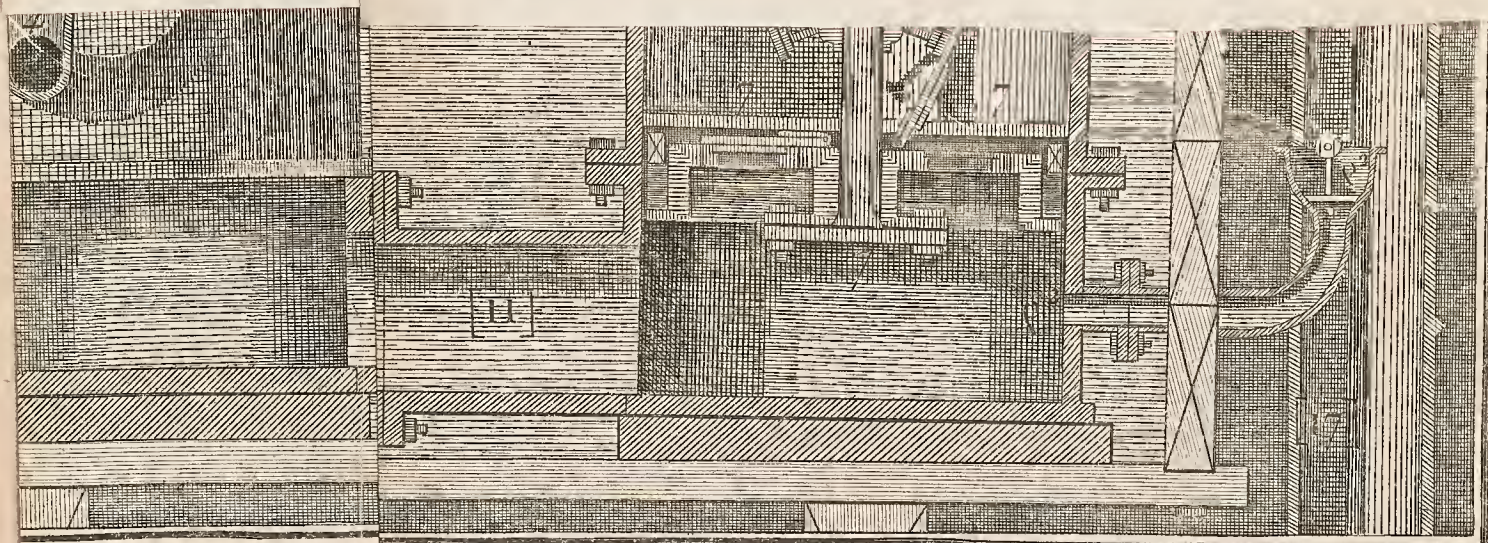


Geoffroy Sculp.





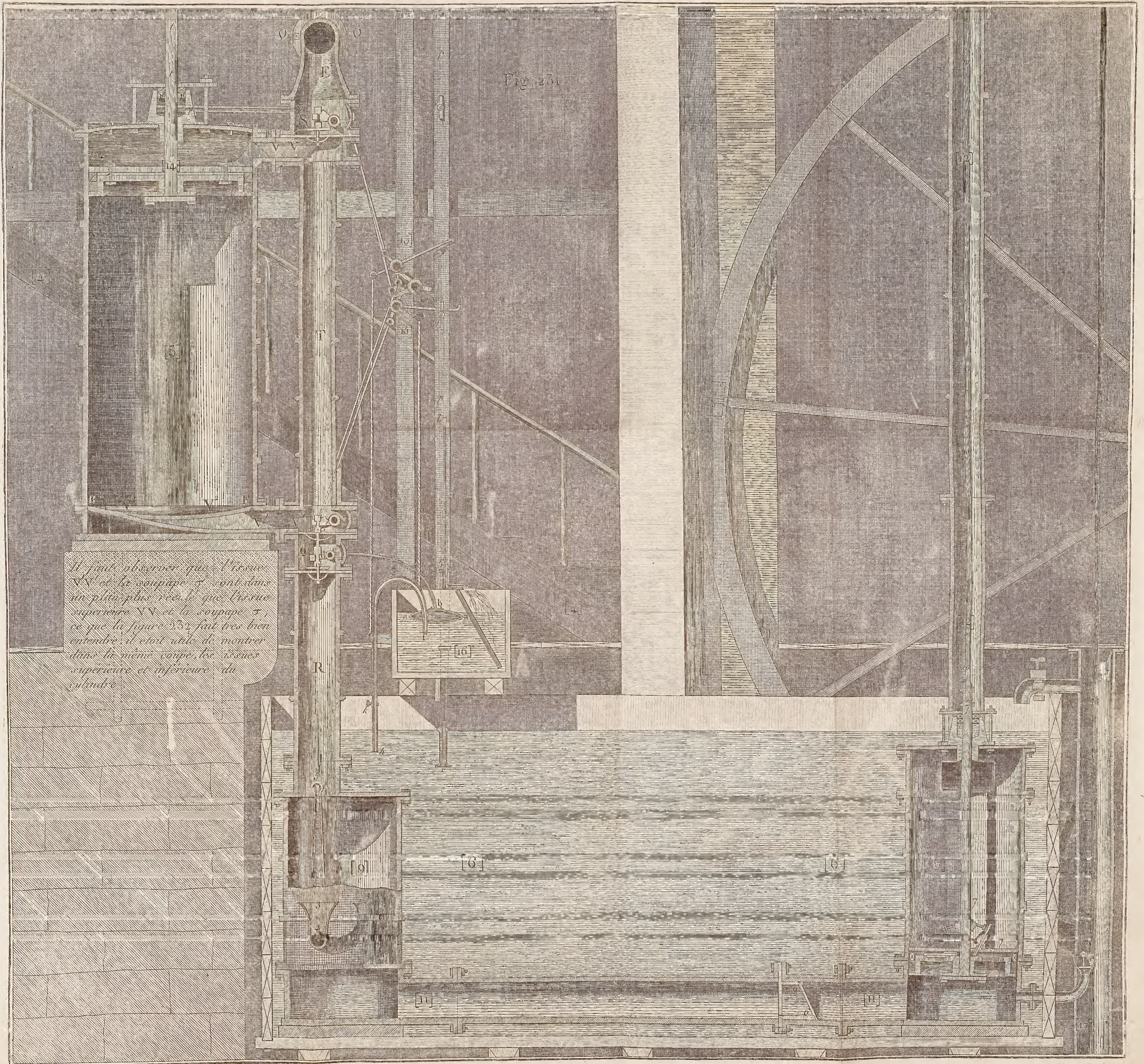


























1<sup>re</sup> Machine. Détails relatifs aux soupapes qui établissent la communication entre la chaudière, le cylindre et le condenseur: au condenseur, au tuyau d'injection, et à la pompe à air.

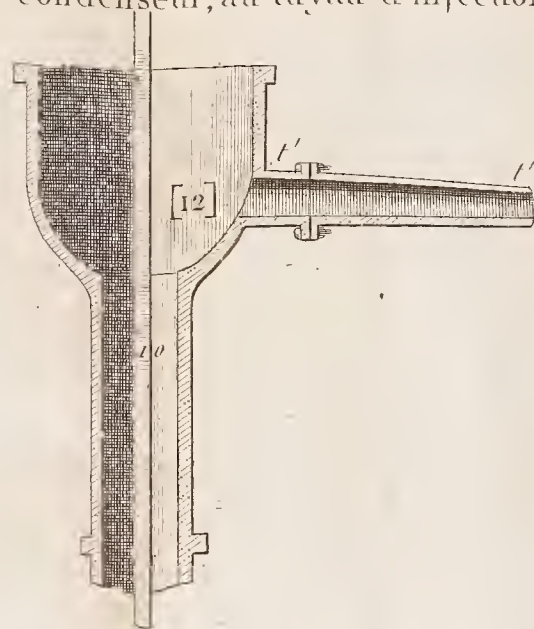


Fig. 233.

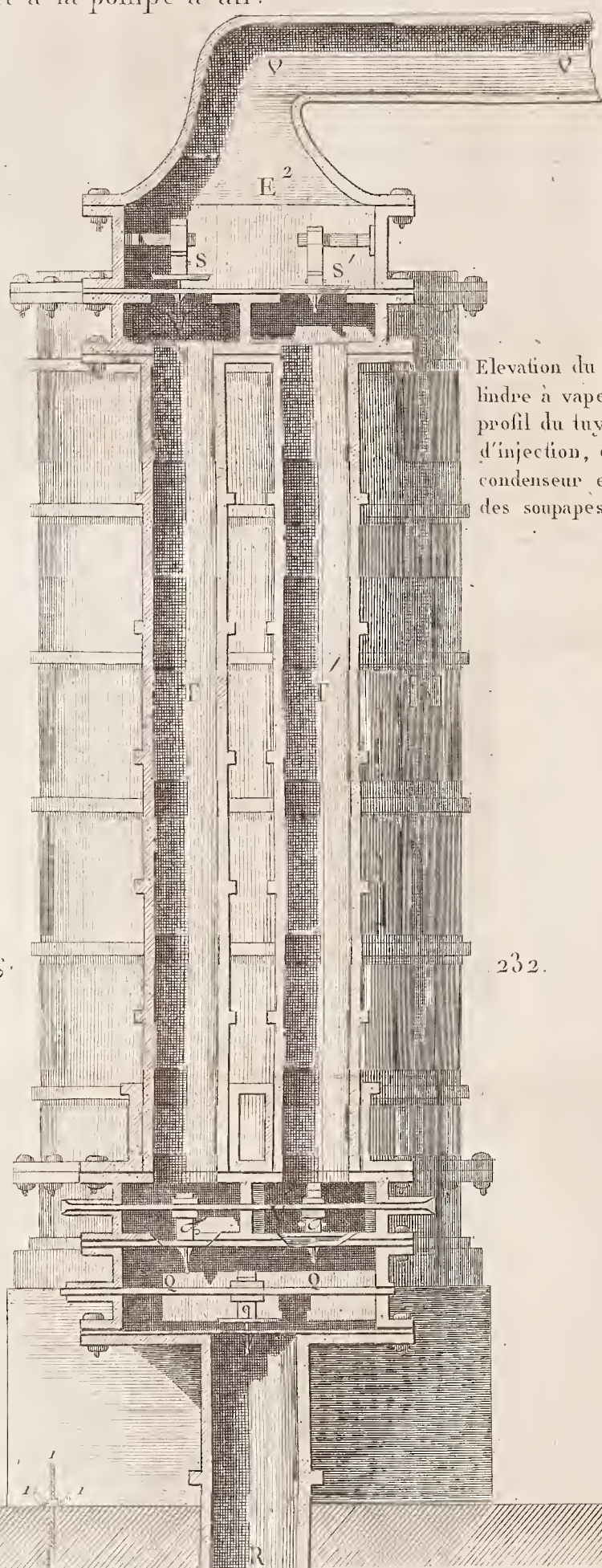
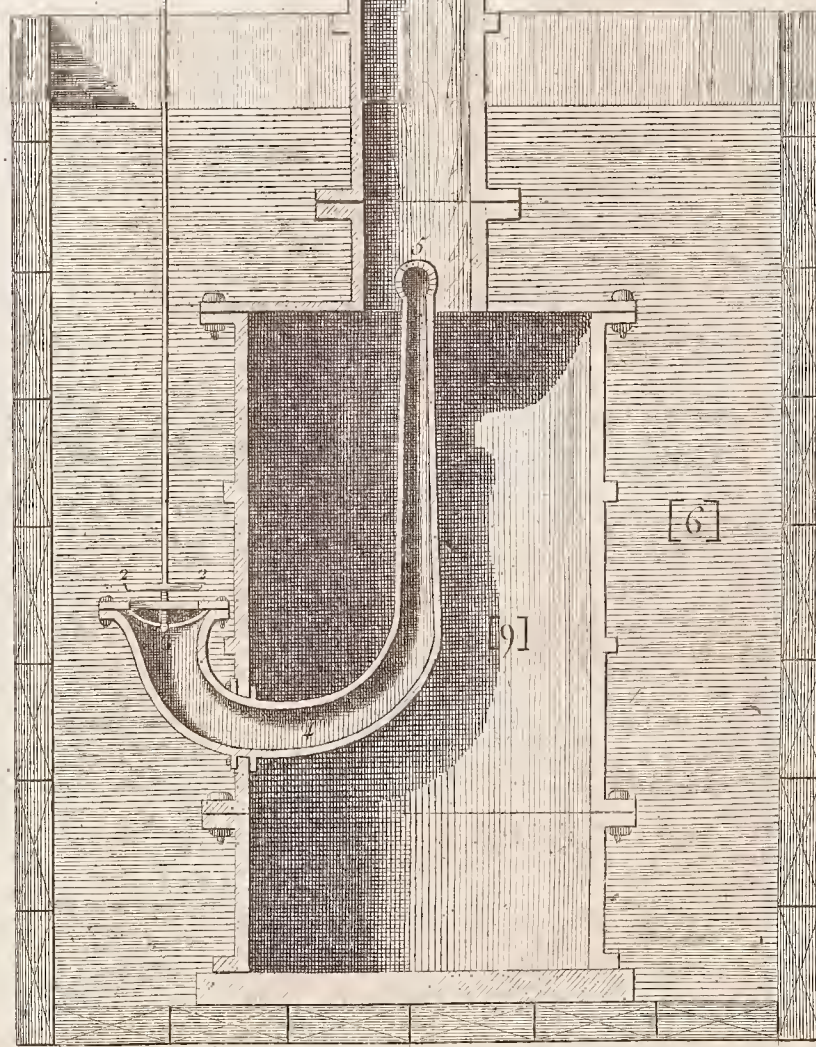
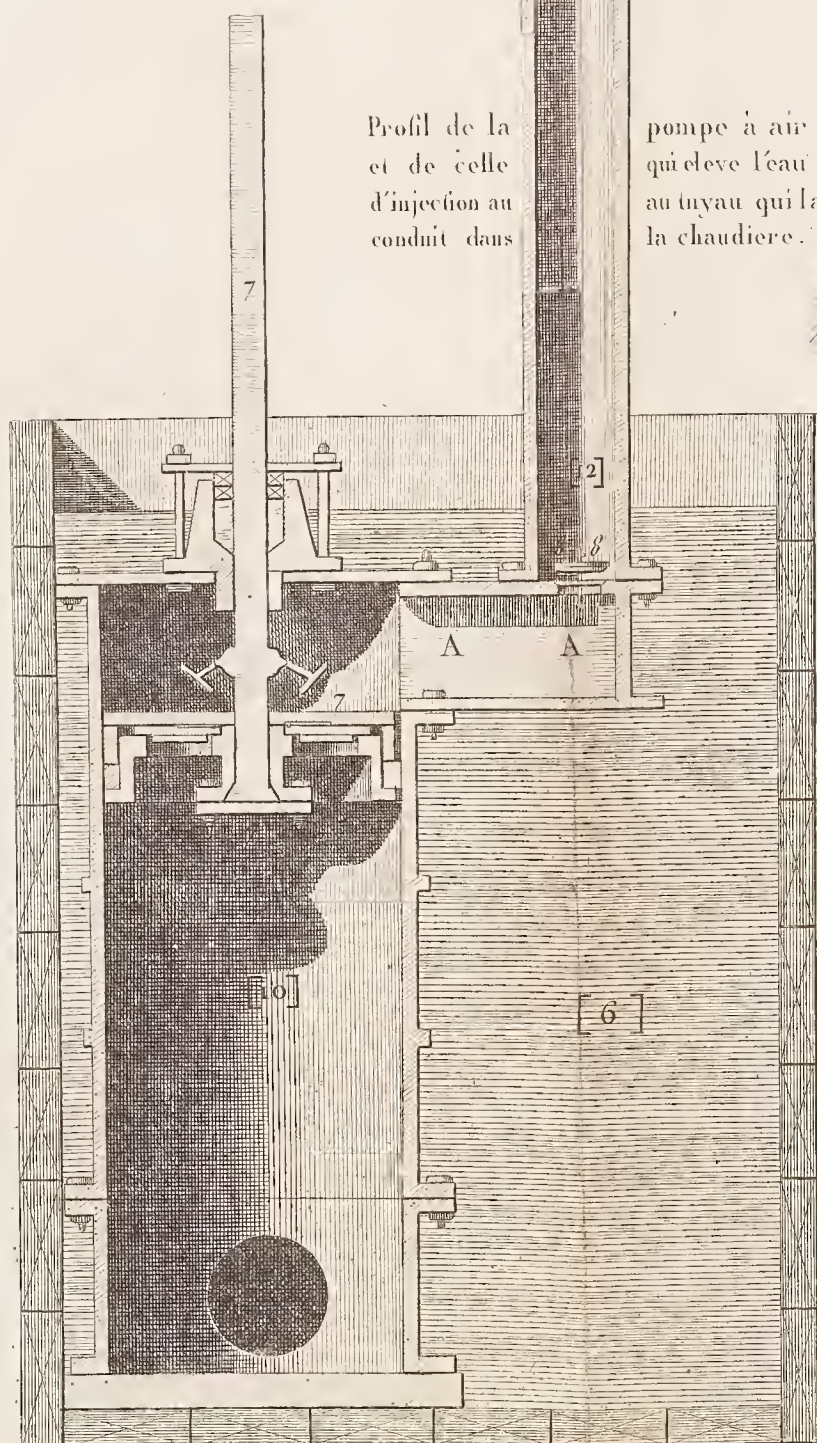


Fig. 232.

Elevation du cylindre à vapeur: profil du tuyau d'injection, du condenseur et des soupapes.

Profil de la  
et de celle  
d'injection au  
conduit dans

pompe à air  
qui eleve l'eau  
au tuyau qui la  
la chaudière.









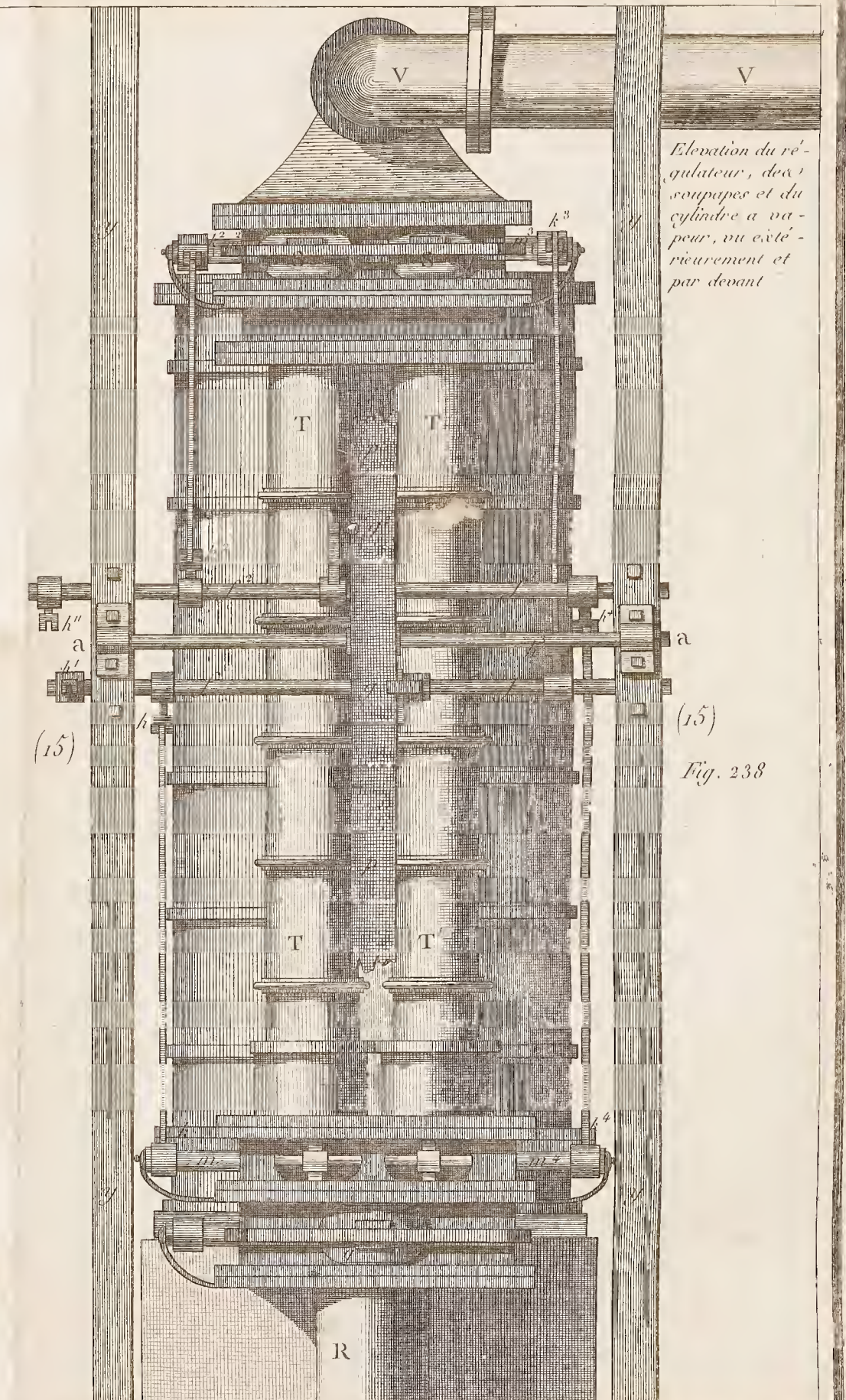
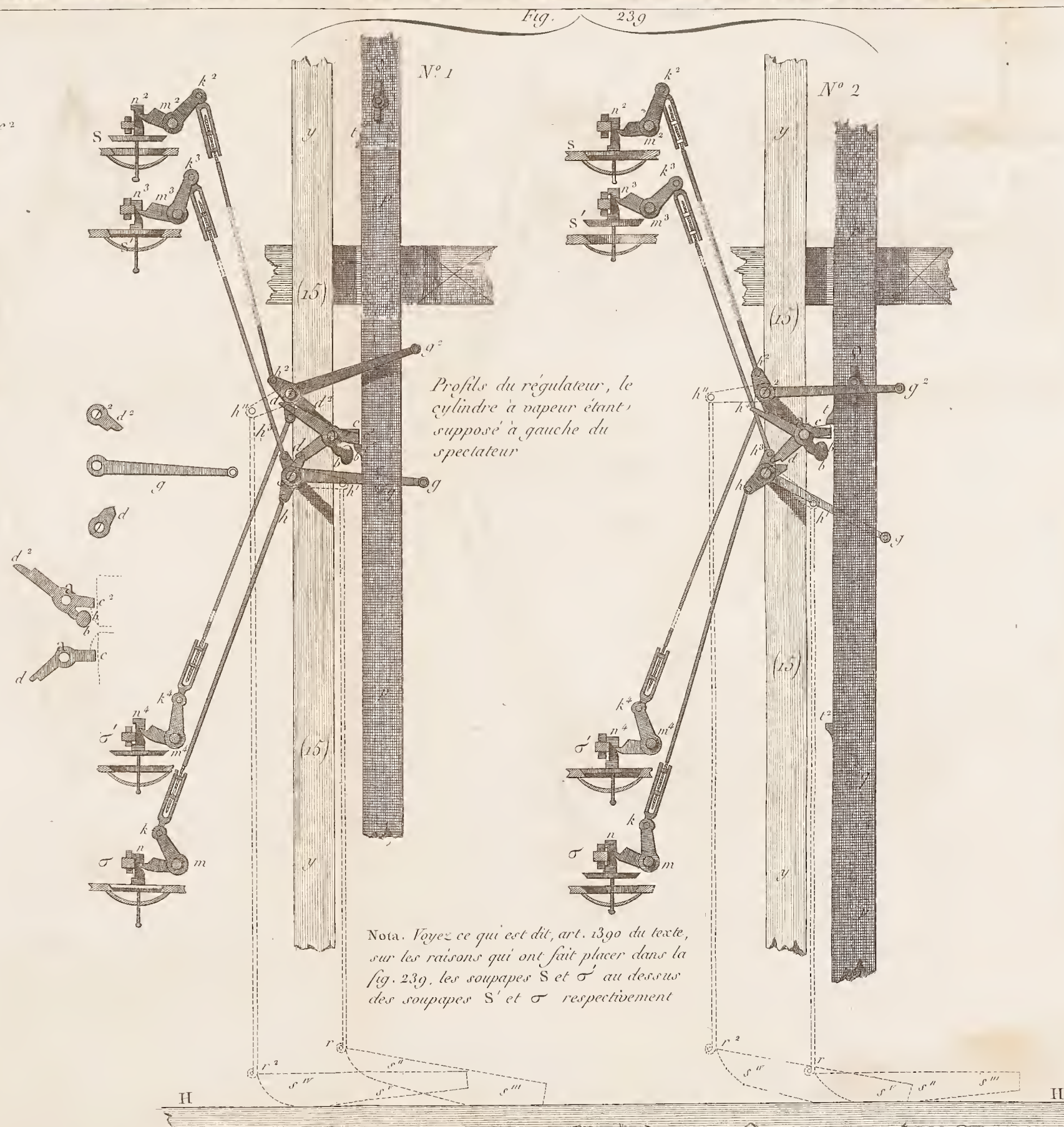
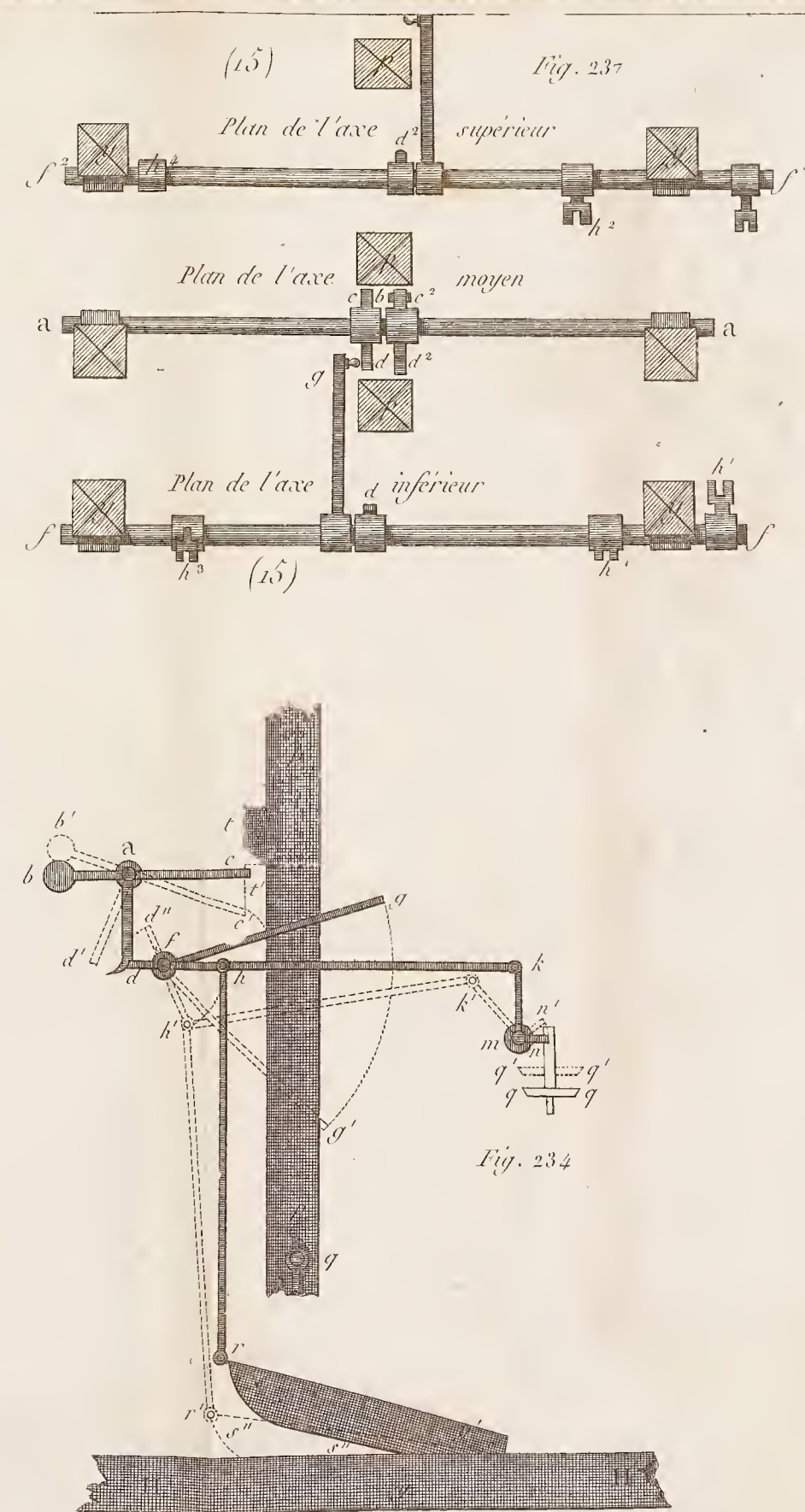
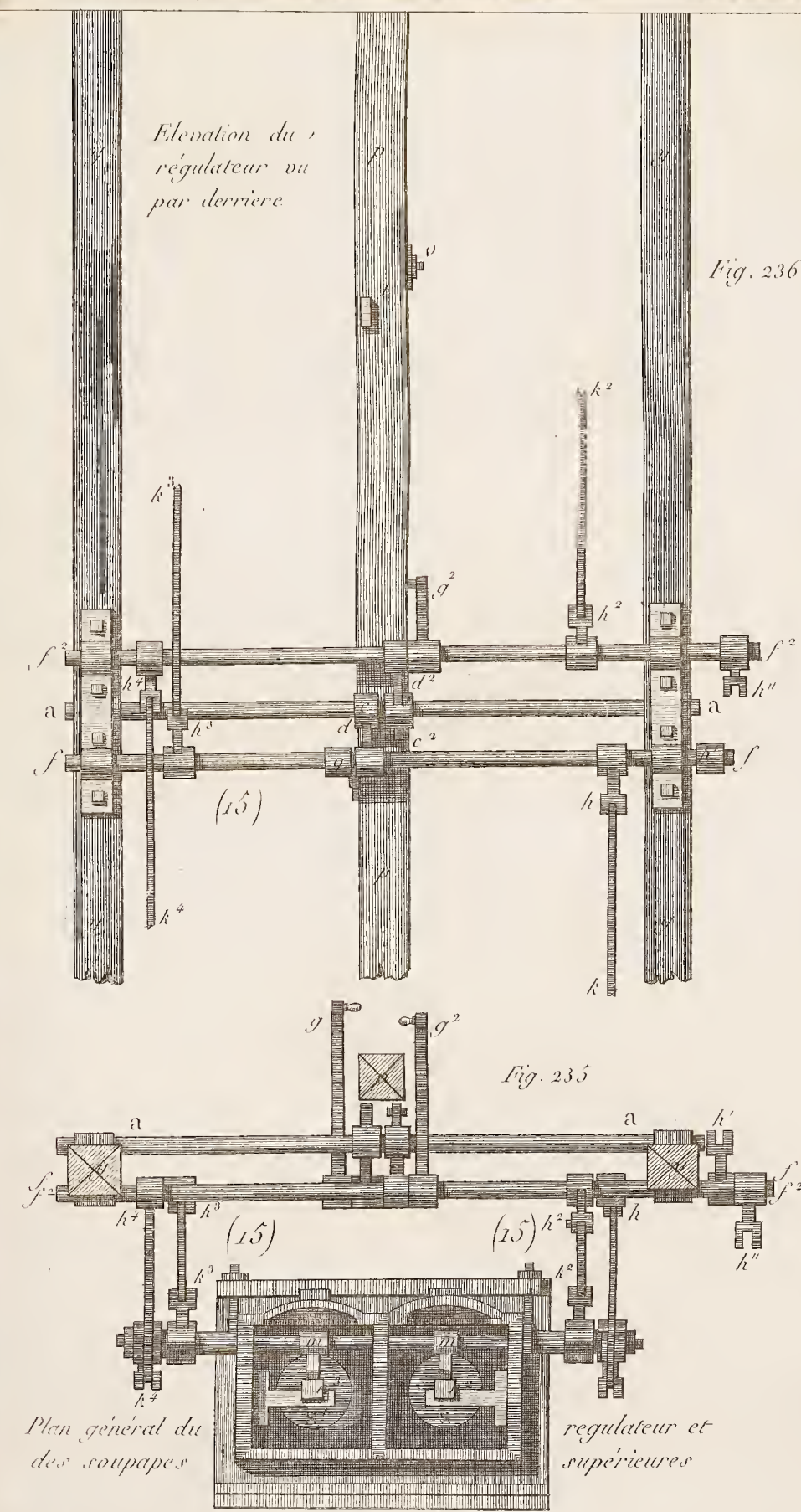
*Elevation du ré-  
gulateur, des  
soupapes et du  
cylindre à va-  
peur, vu exté-  
rieurement et  
par devant*

*Fig. 238*







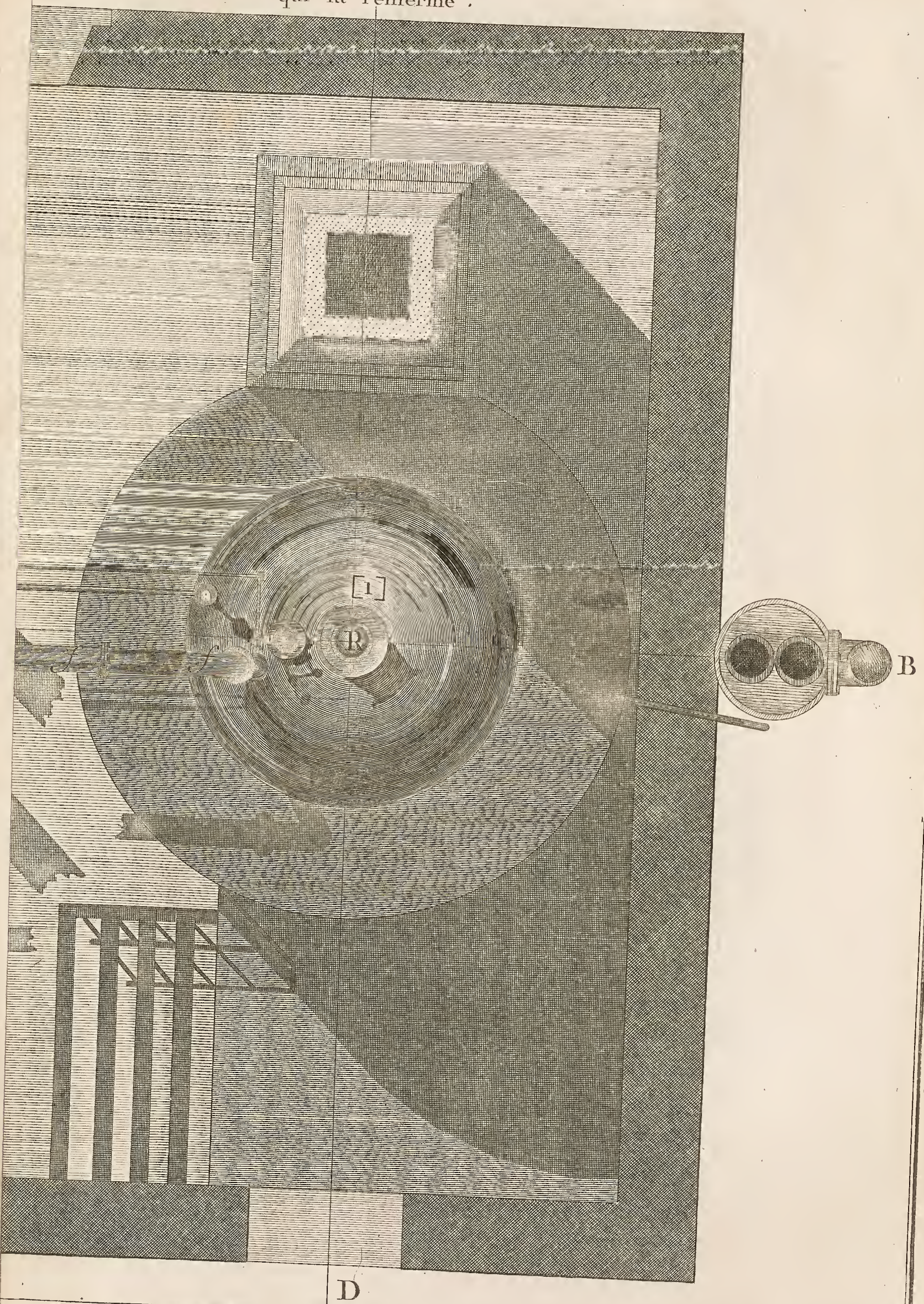








feu et du bâtiment qui la renferme .



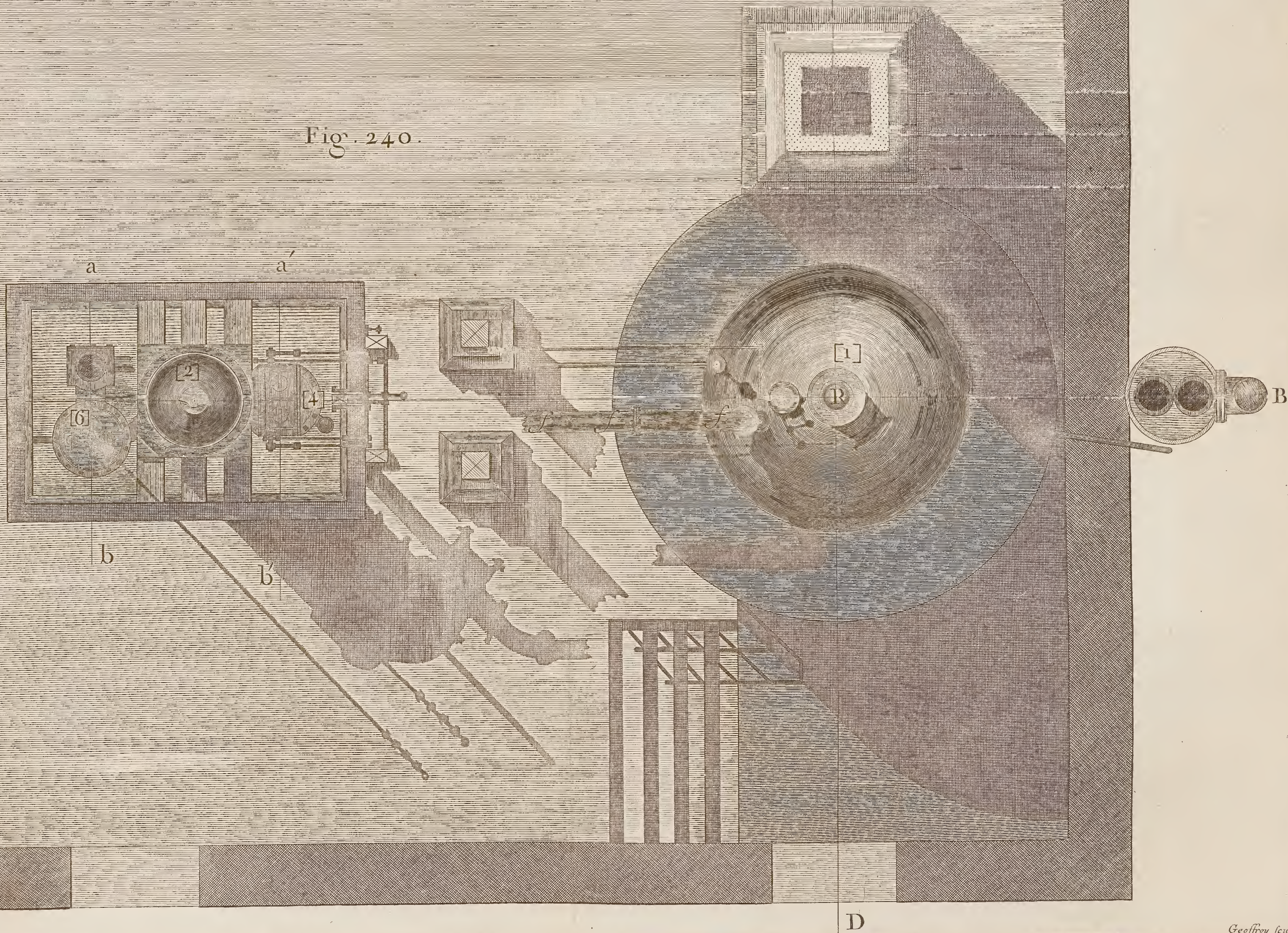






Plan général de la seconde machine à feu et du bâtiment qui la renferme.

Fig. 240.











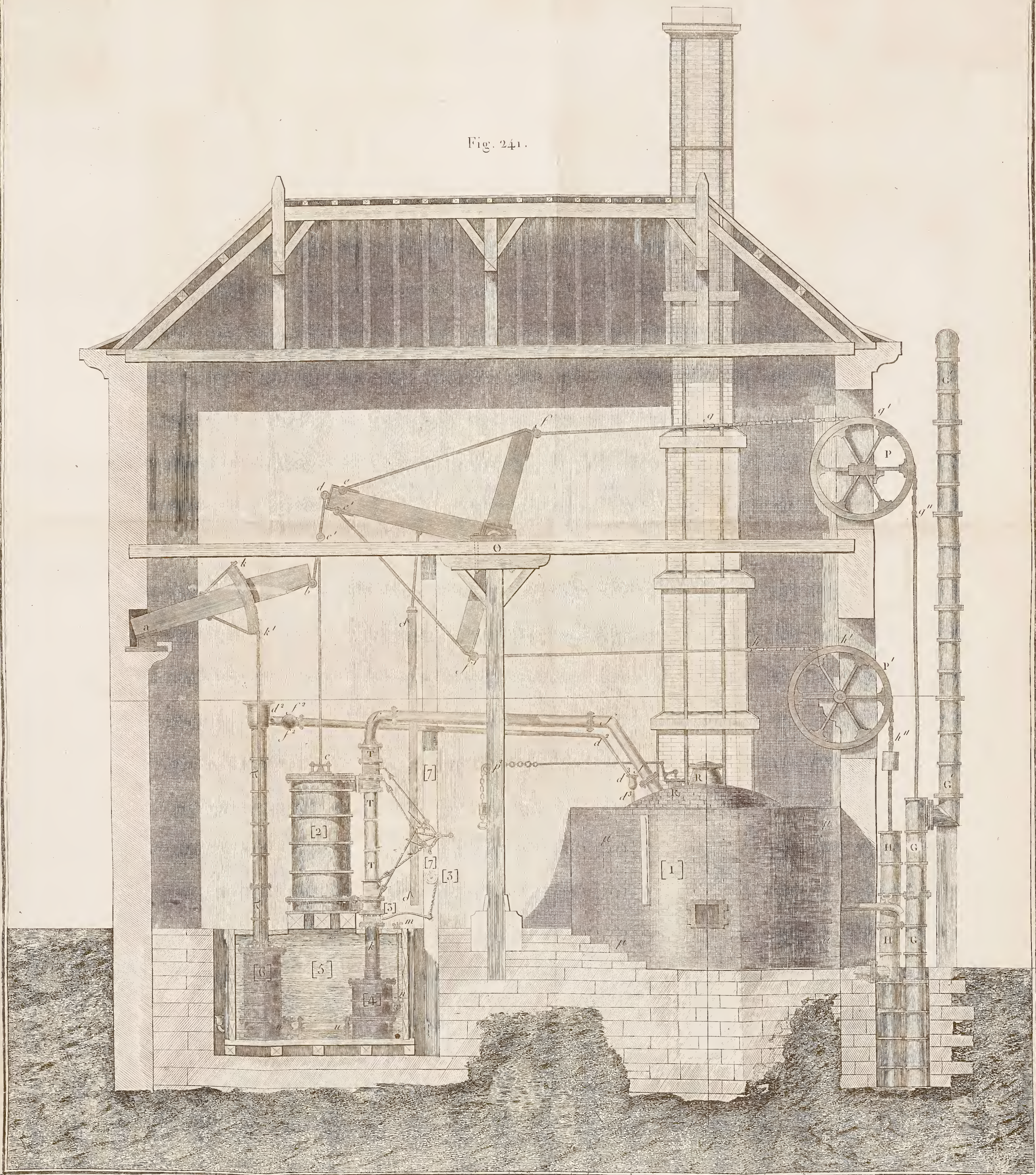






Coupe du Bâtimement où l'on voit, en élévation, toutes les parties de la Machine à feu, qui sert à faire concevoir comment ses parties sont mises en jeu par le piston du cylindre à vapeur.

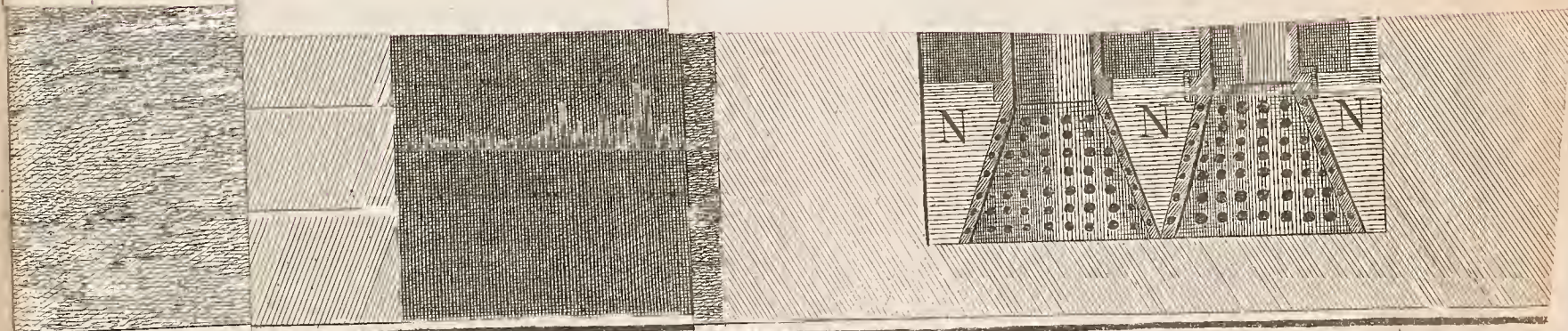
Fig. 241.













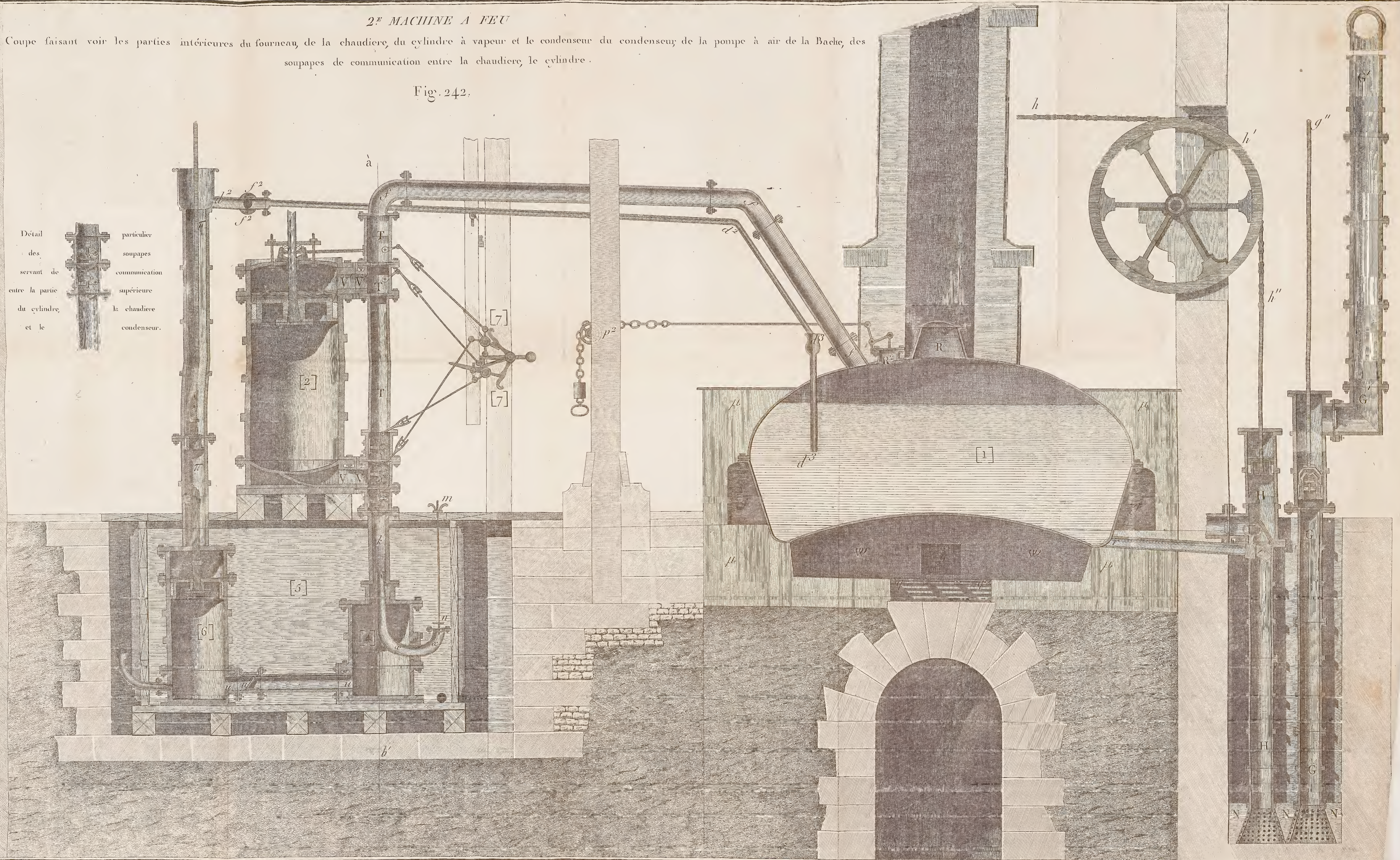




## 2.<sup>e</sup> MACHINE A FEU

Coupe faisant voir les parties intérieures du fourneau, de la chaudière, du cylindre à vapeur et le condenseur du condenseur de la pompe à air de la Bache, des soupapes de communication entre la chaudière, le cylindre.

Fig. 242.













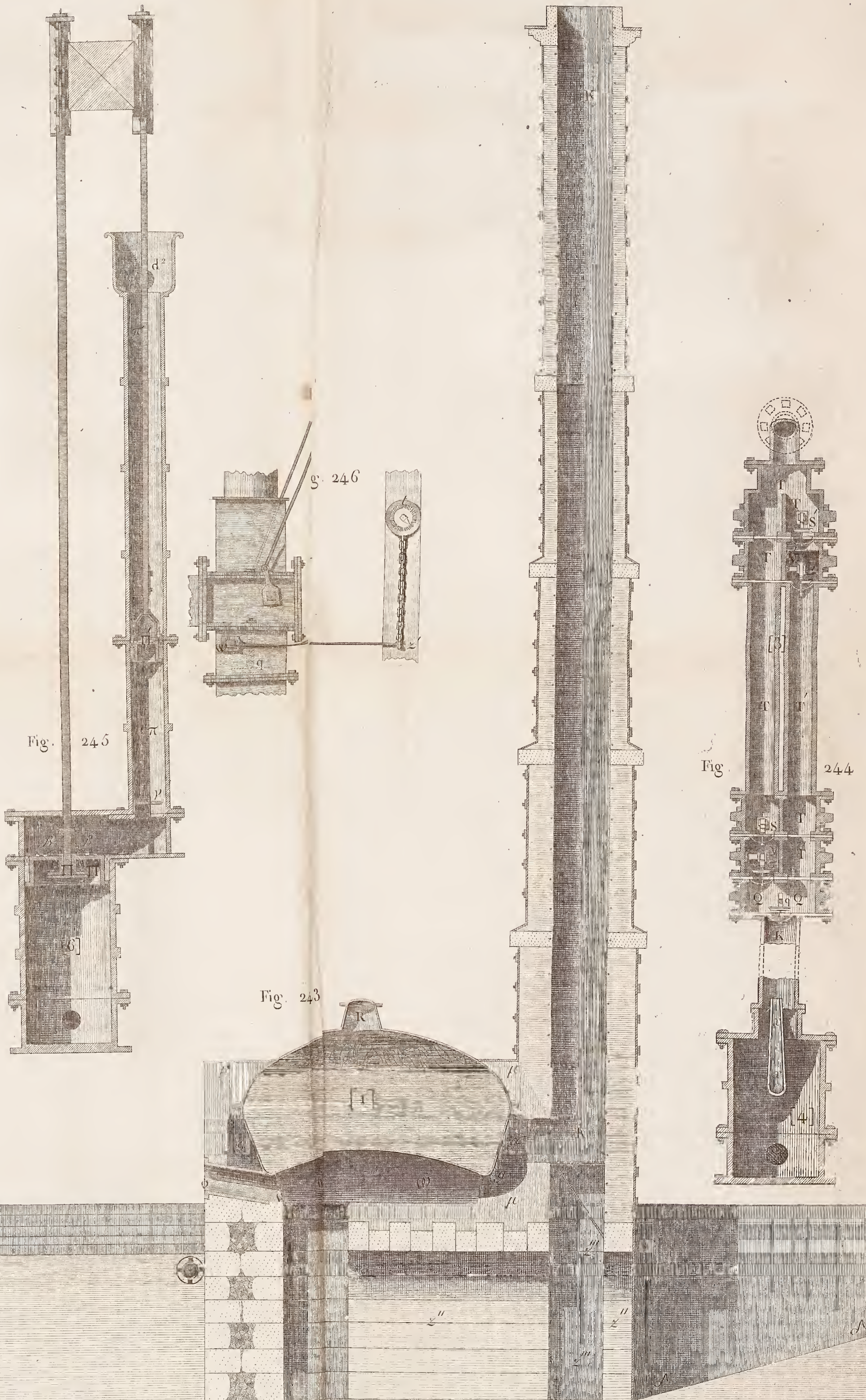




2<sup>me</sup> Machine

Profils de la chaudiere et de la pompe à air.

Détails relatifs à la communication de la vapeur  
de la chaudière au cylindre et à sa condensation.

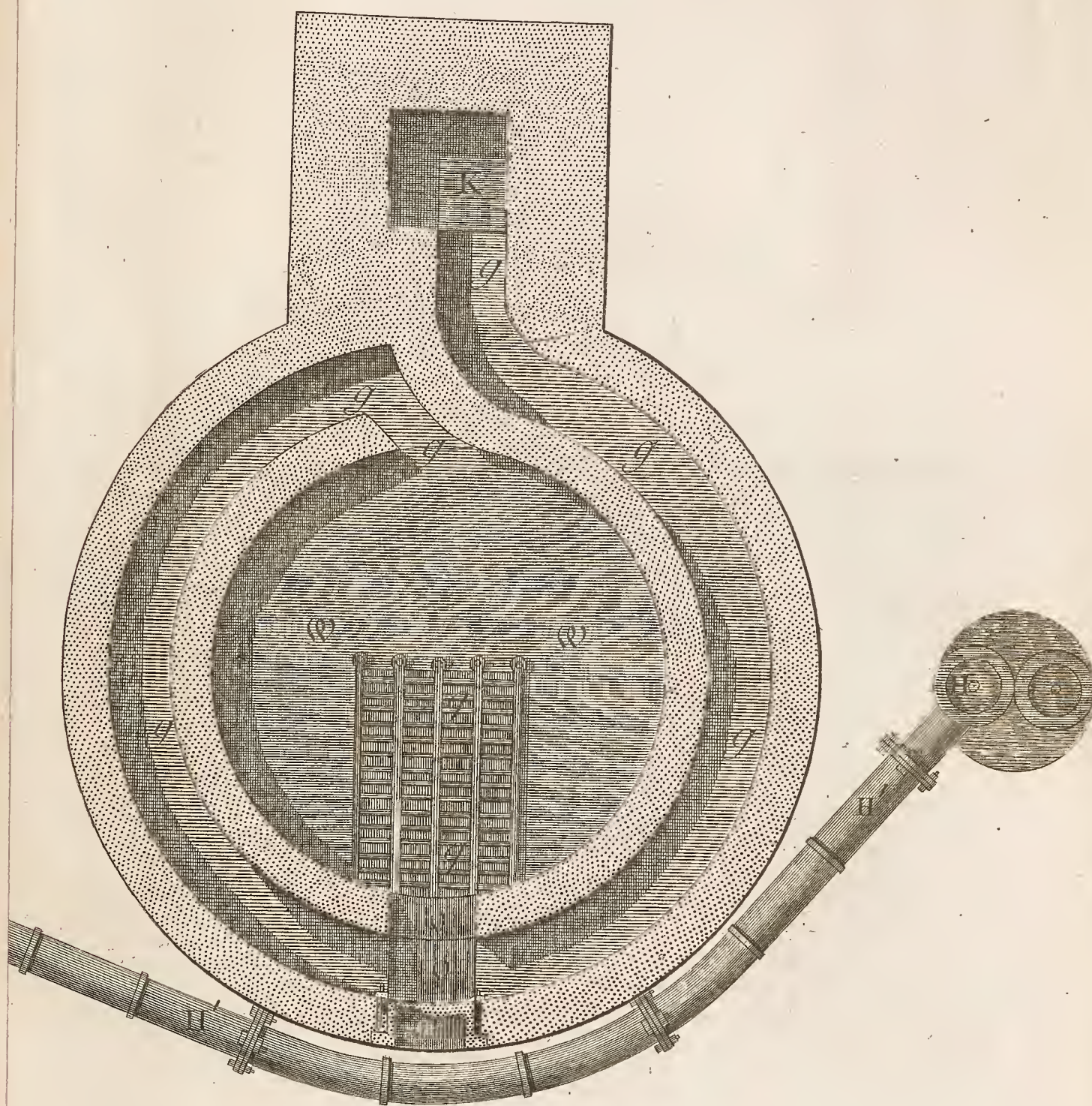








l'emplacement de la chaudière



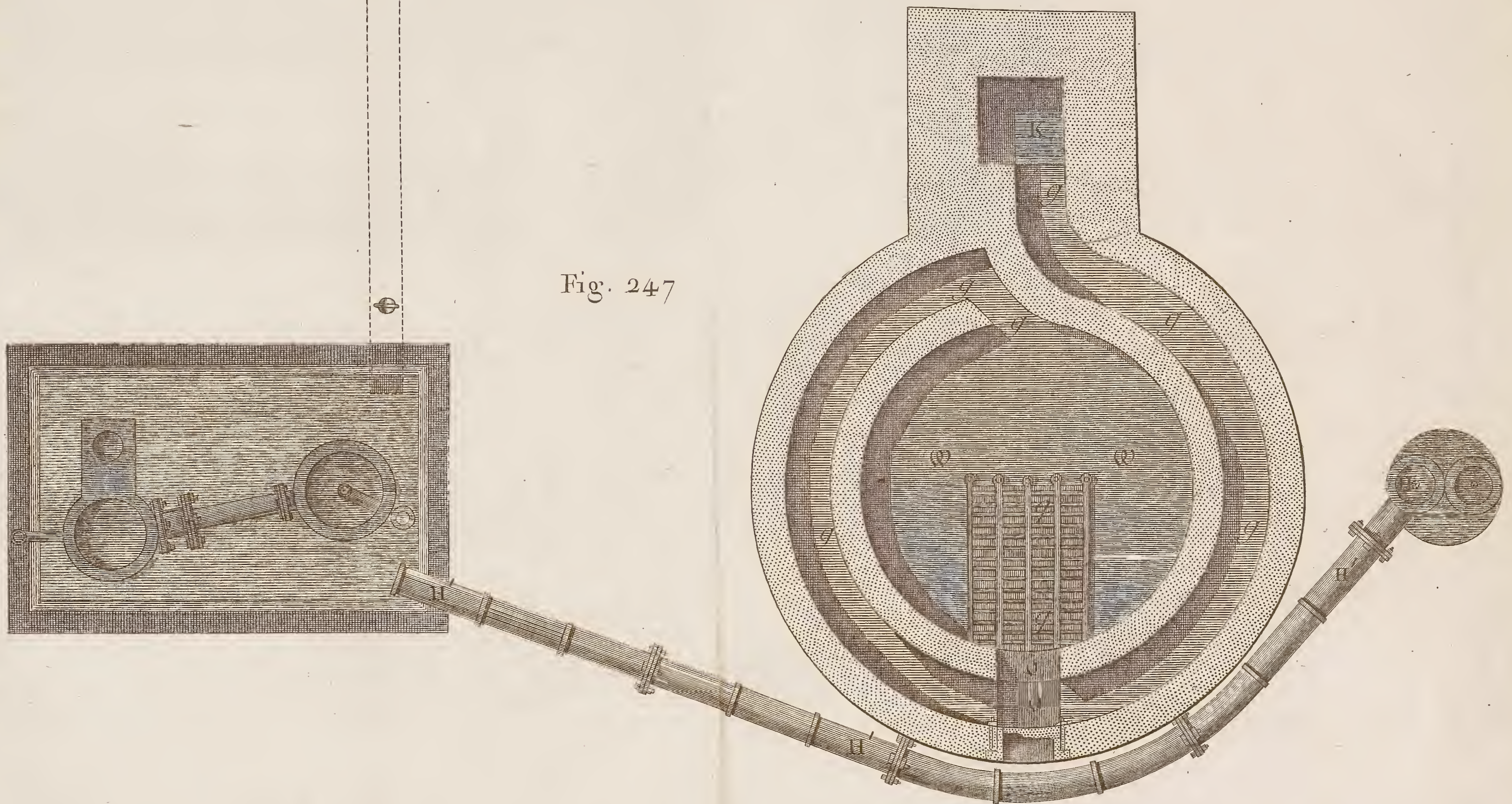






Plan de la Bache et de l'emplacement de la chaudière

Fig. 247









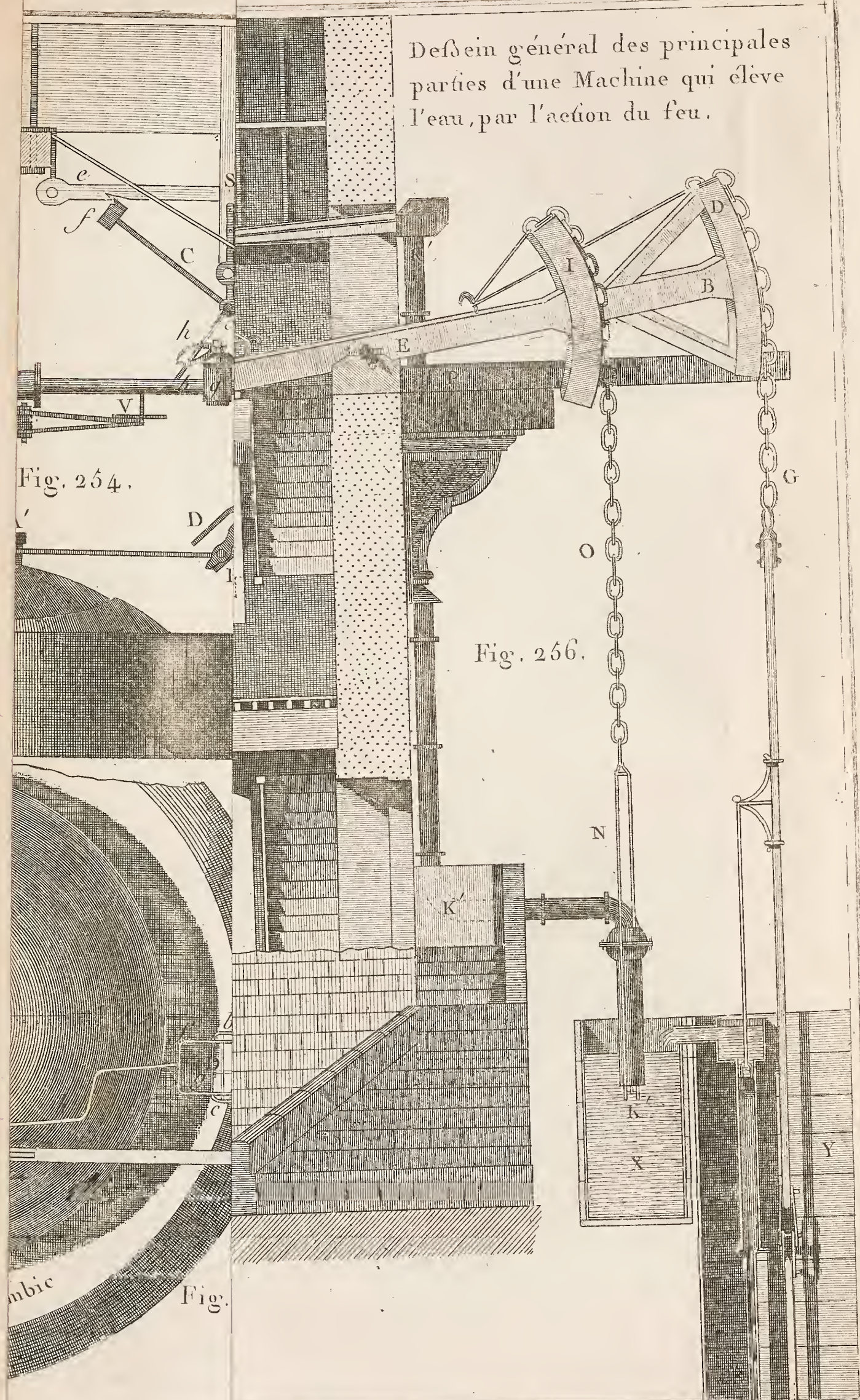








Dessein général des principales parties d'une Machine qui élève l'eau, par l'action du feu.









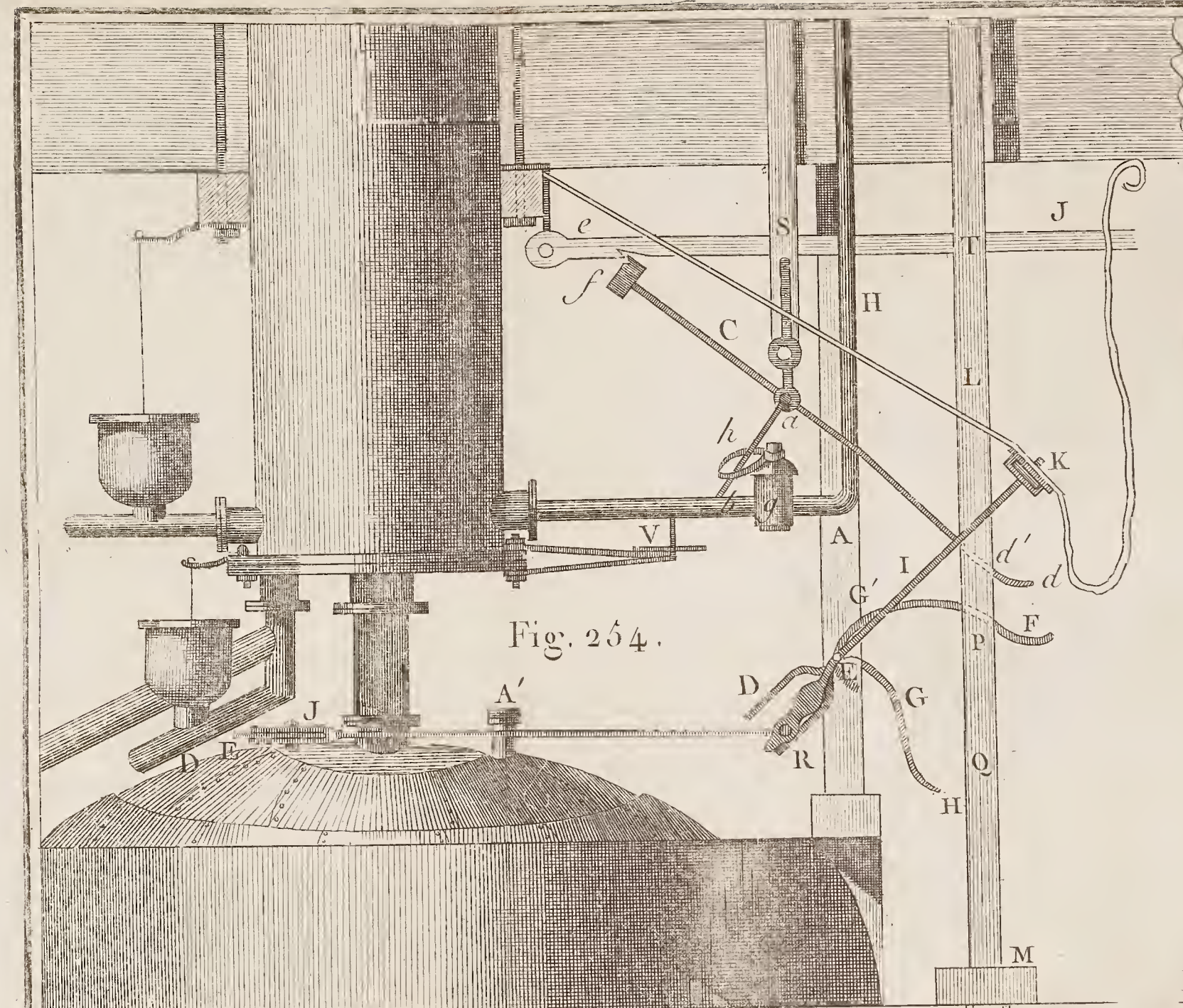
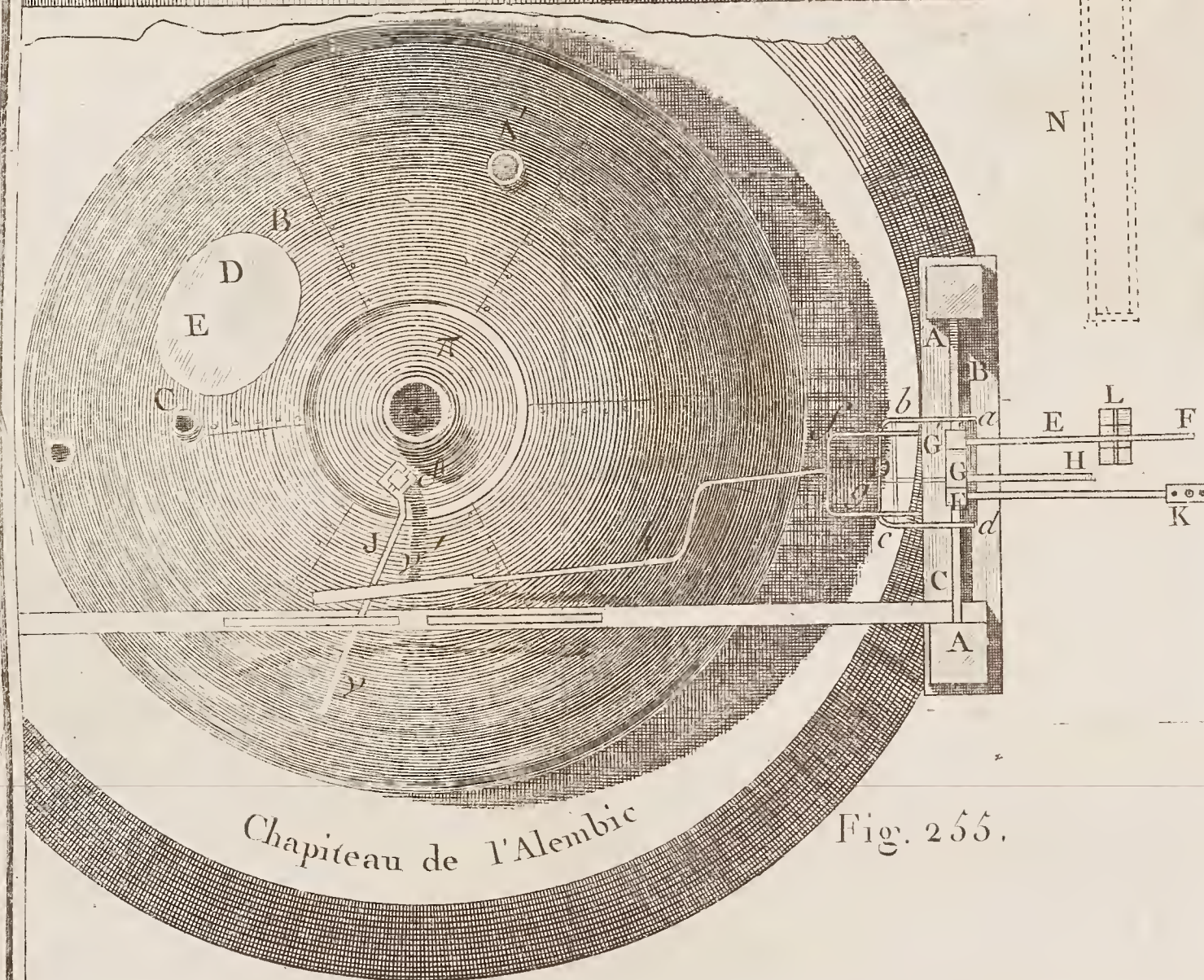


Fig. 254.



Chapiteau de l'Alembic

Fig. 255.

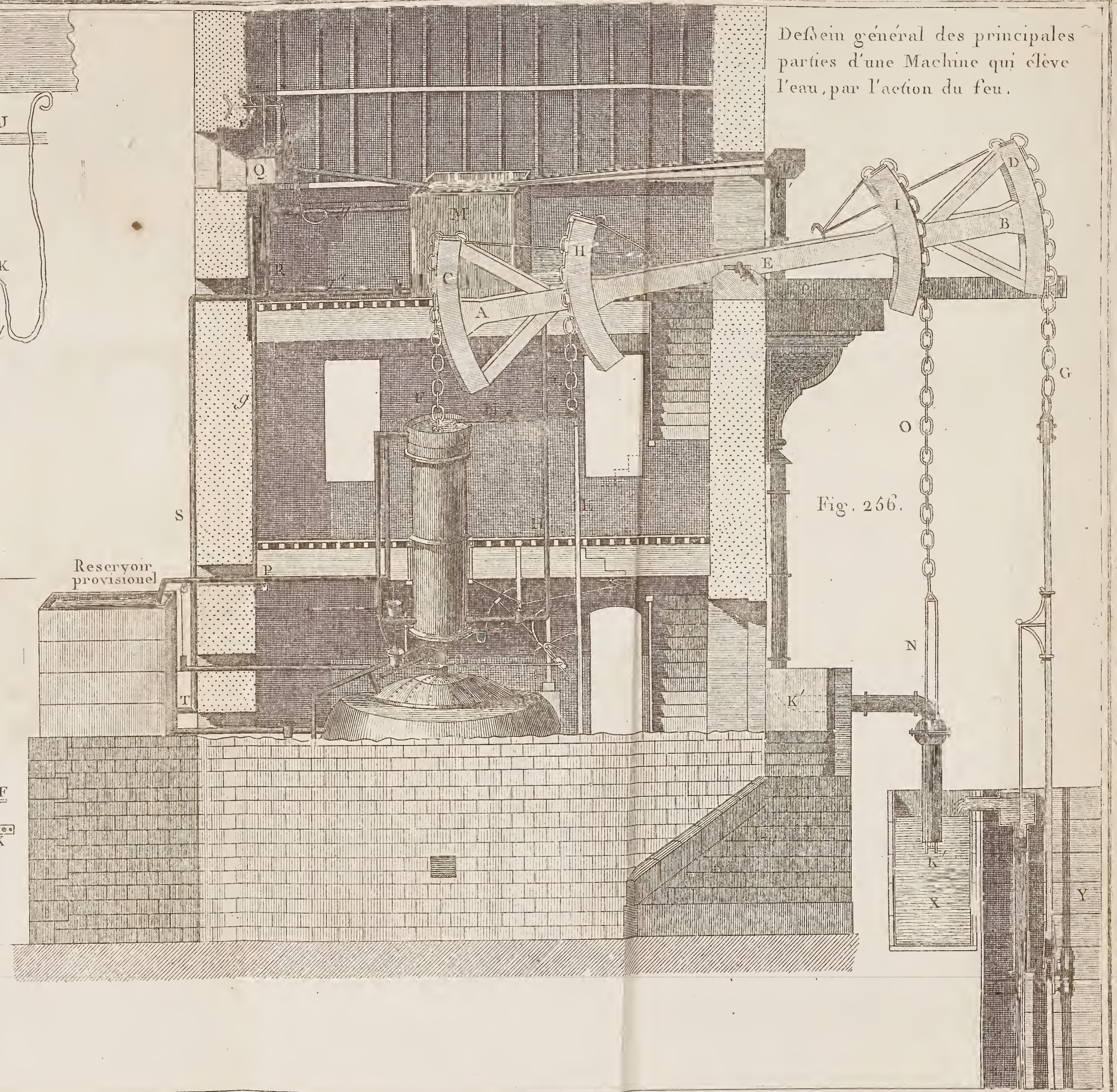


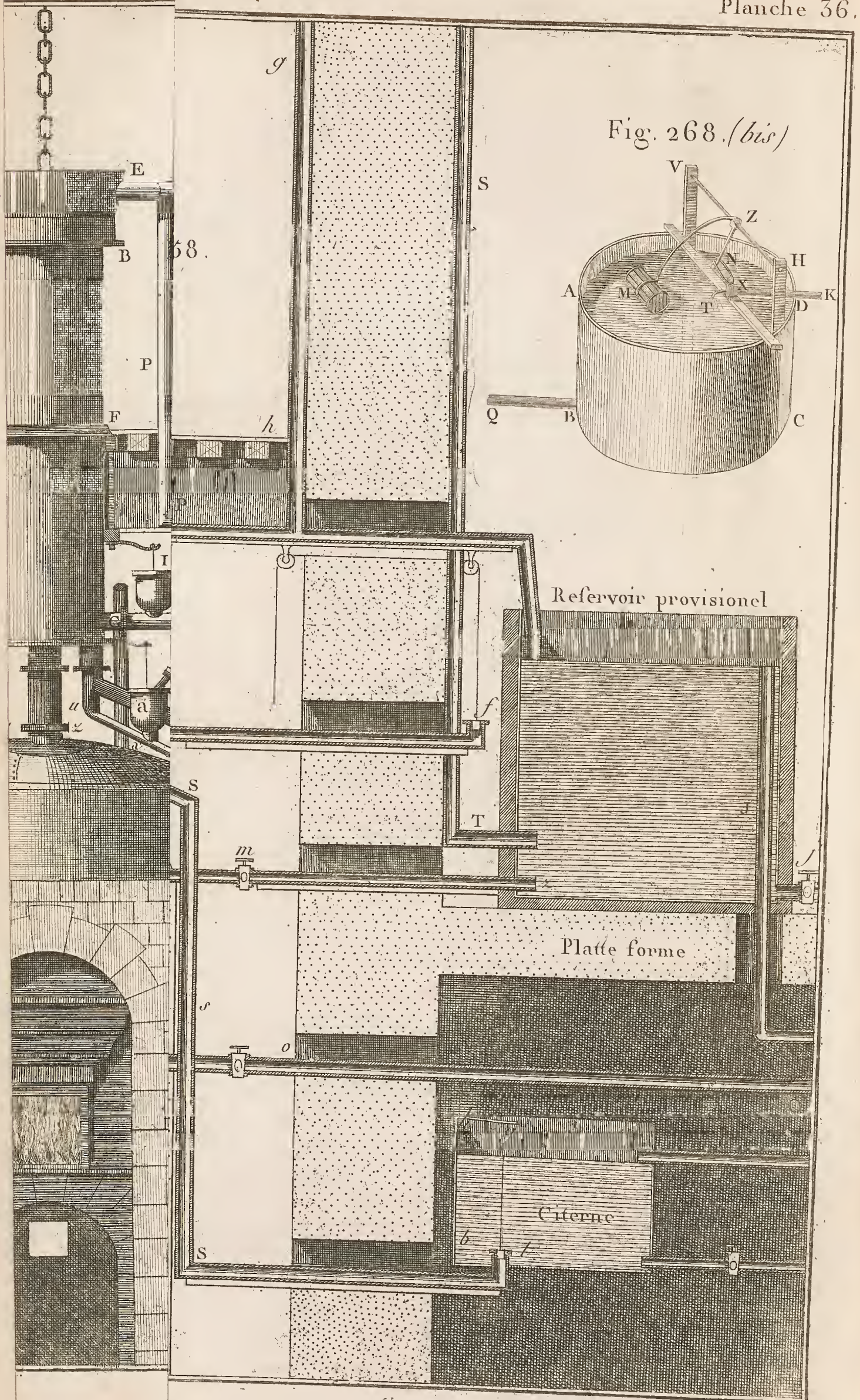
Fig. 256.

Dessein général des principales parties d'une Machine qui élève l'eau, par l'action du feu.





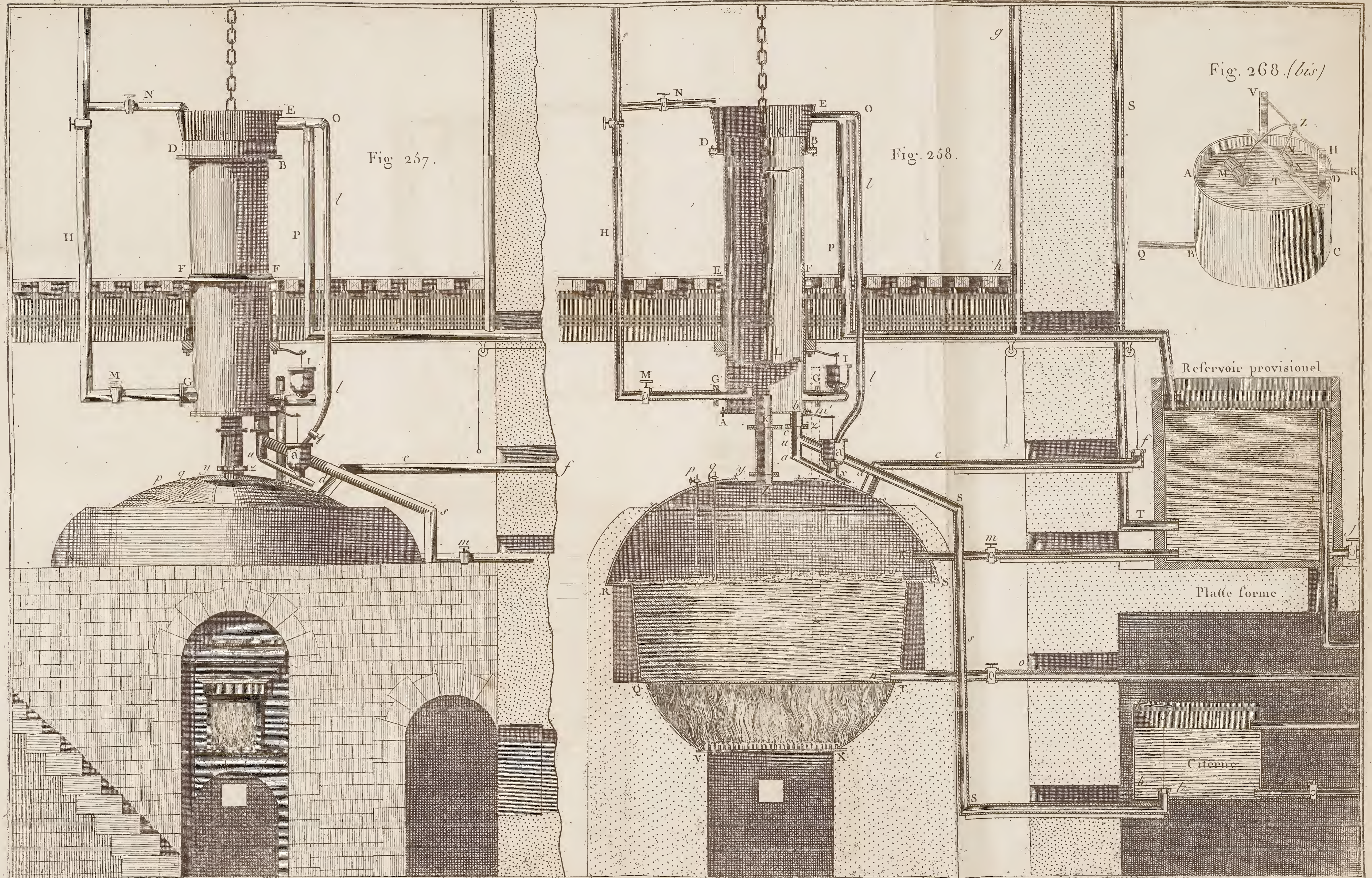


















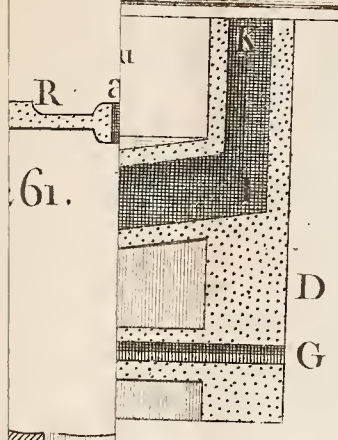
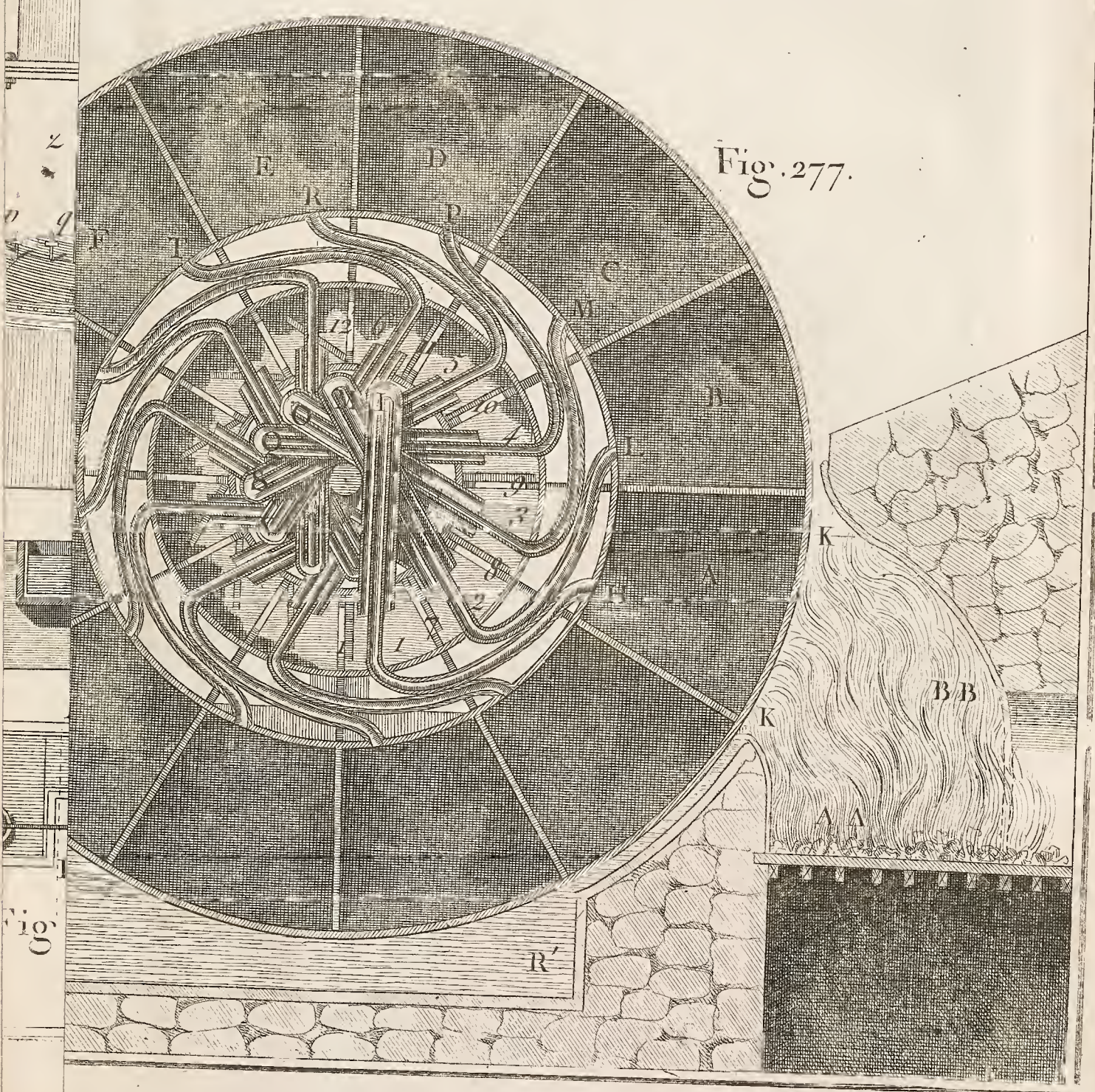
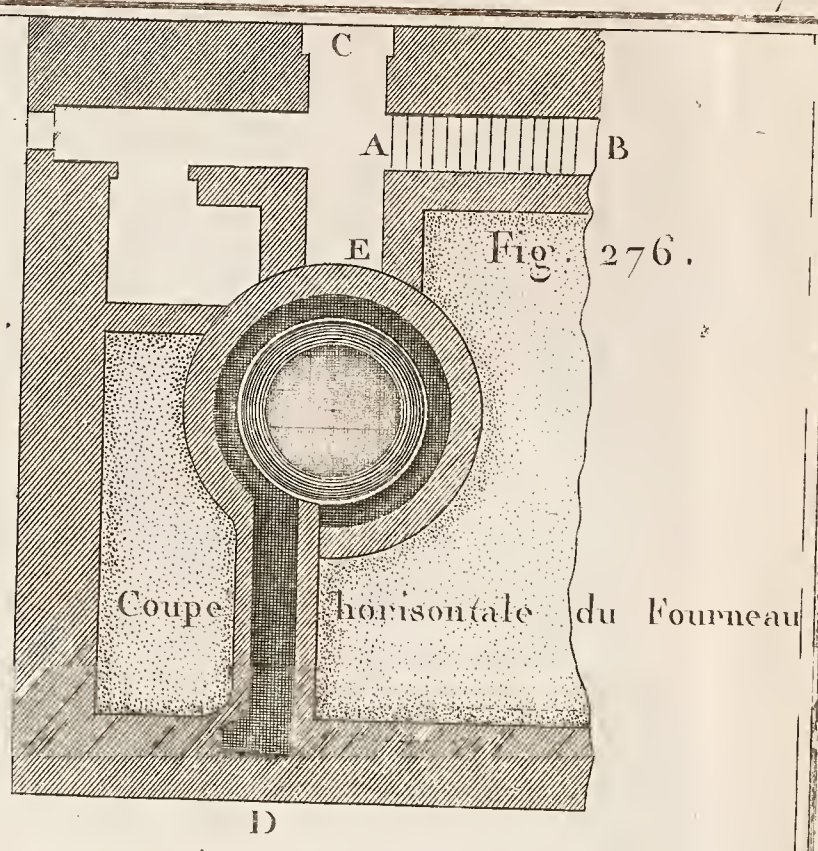


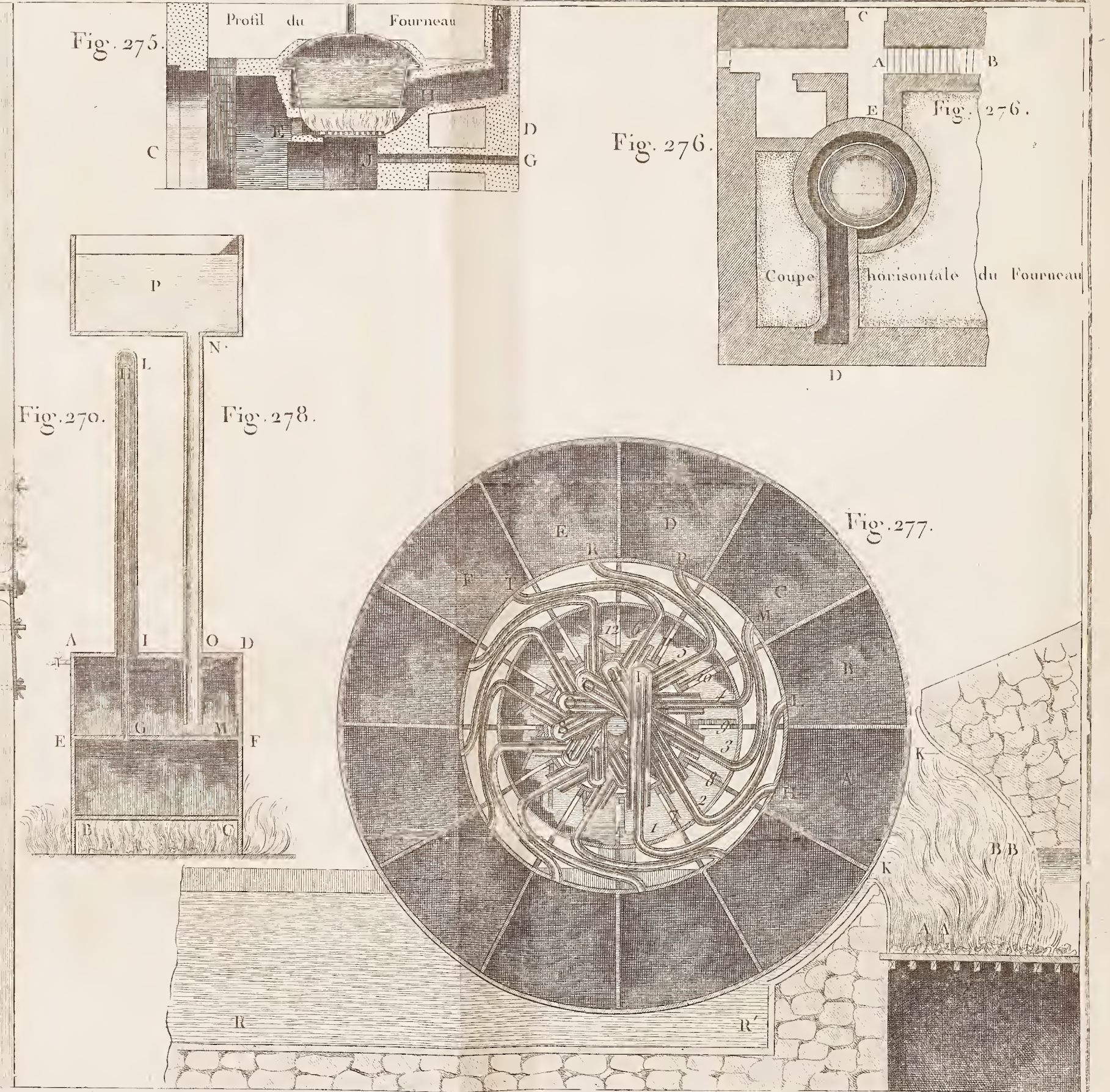
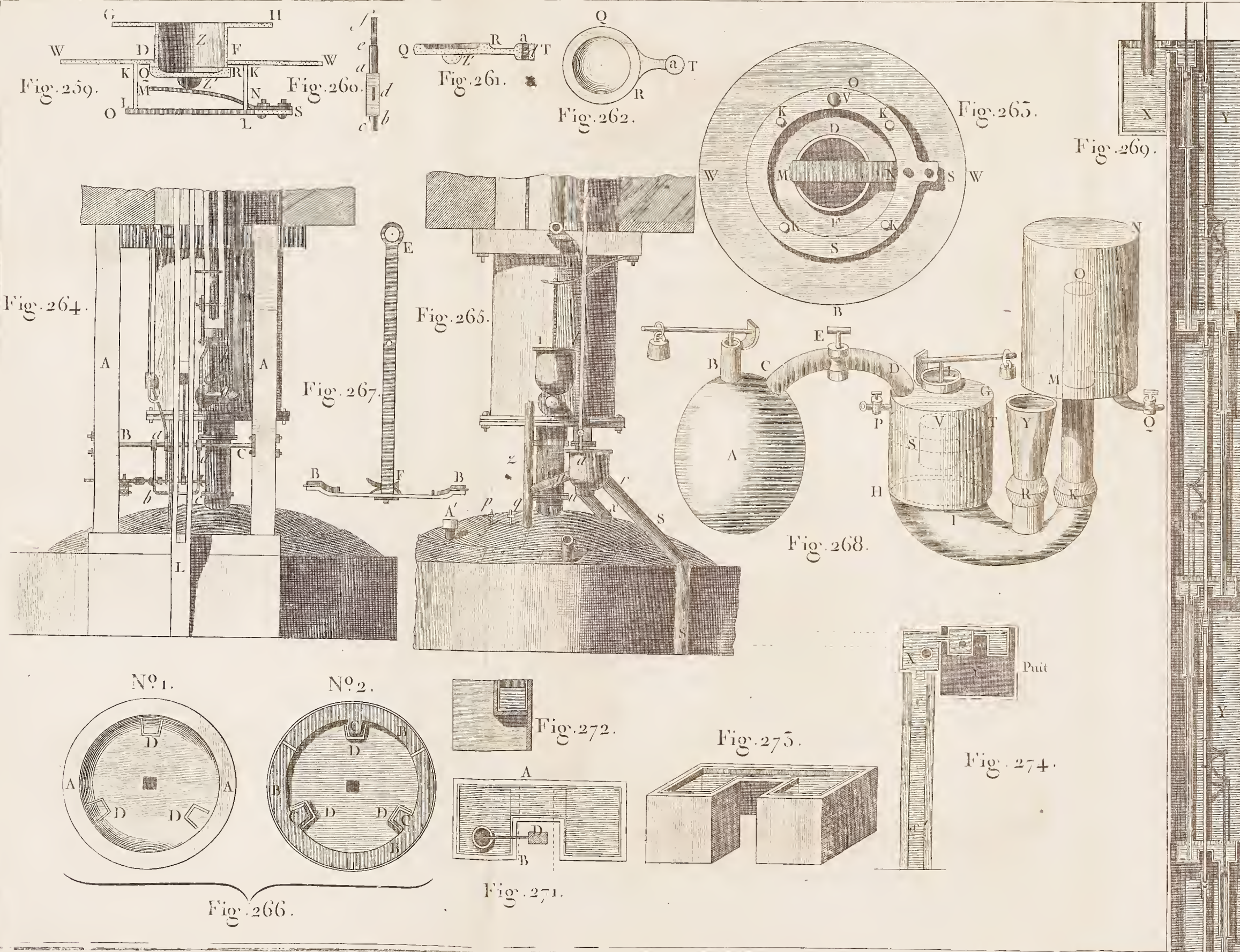
Fig. 276.



















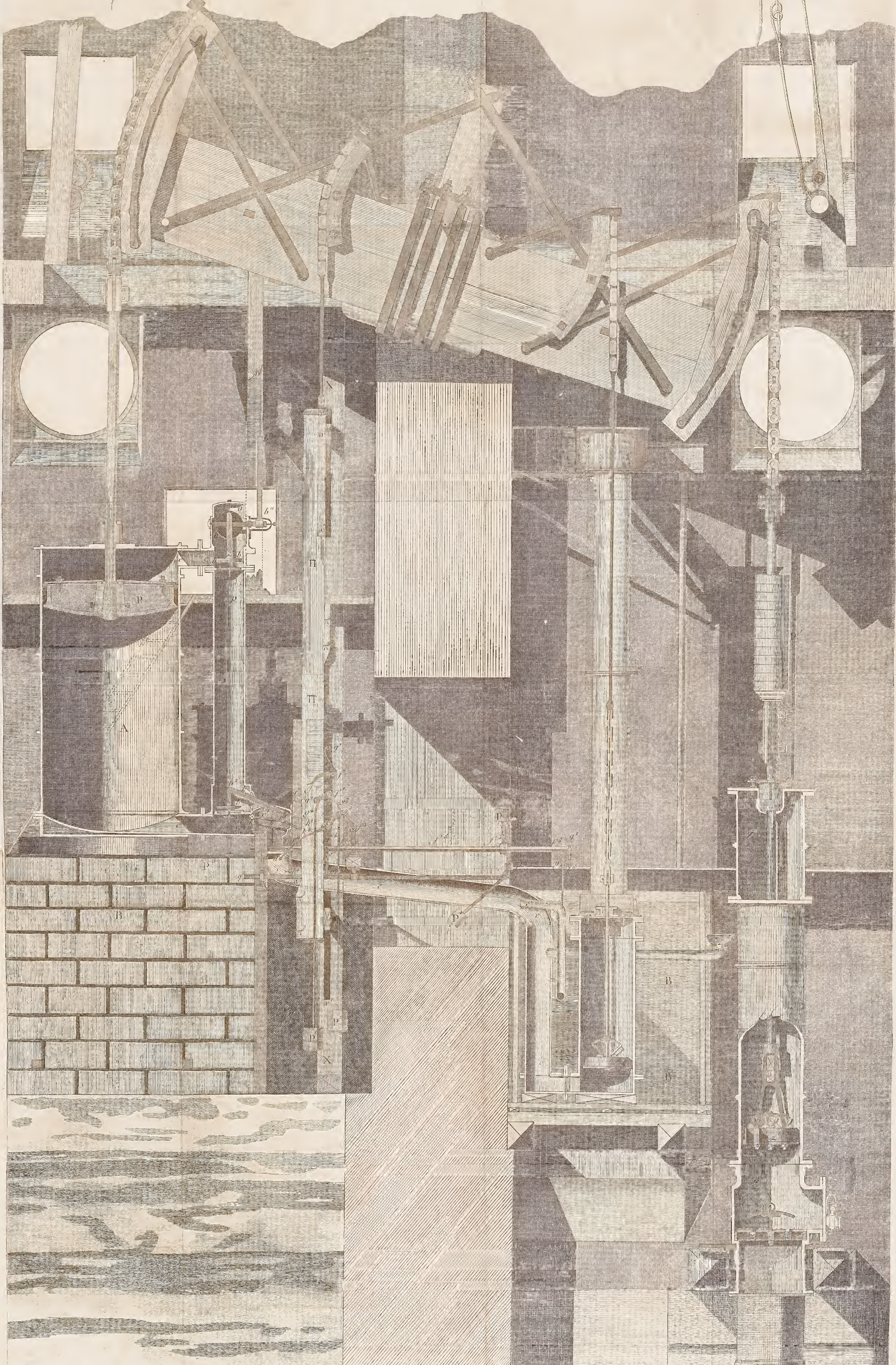






Profil général pour l'intelligence du mécanisme intérieur de diverses parties de la machine

Fig. 279



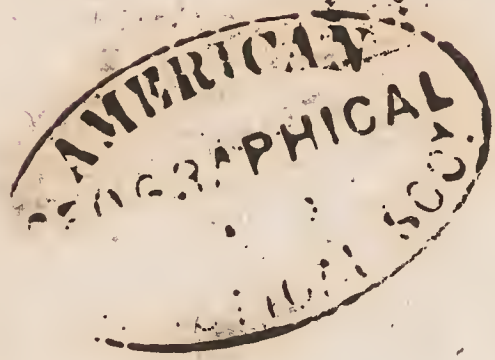










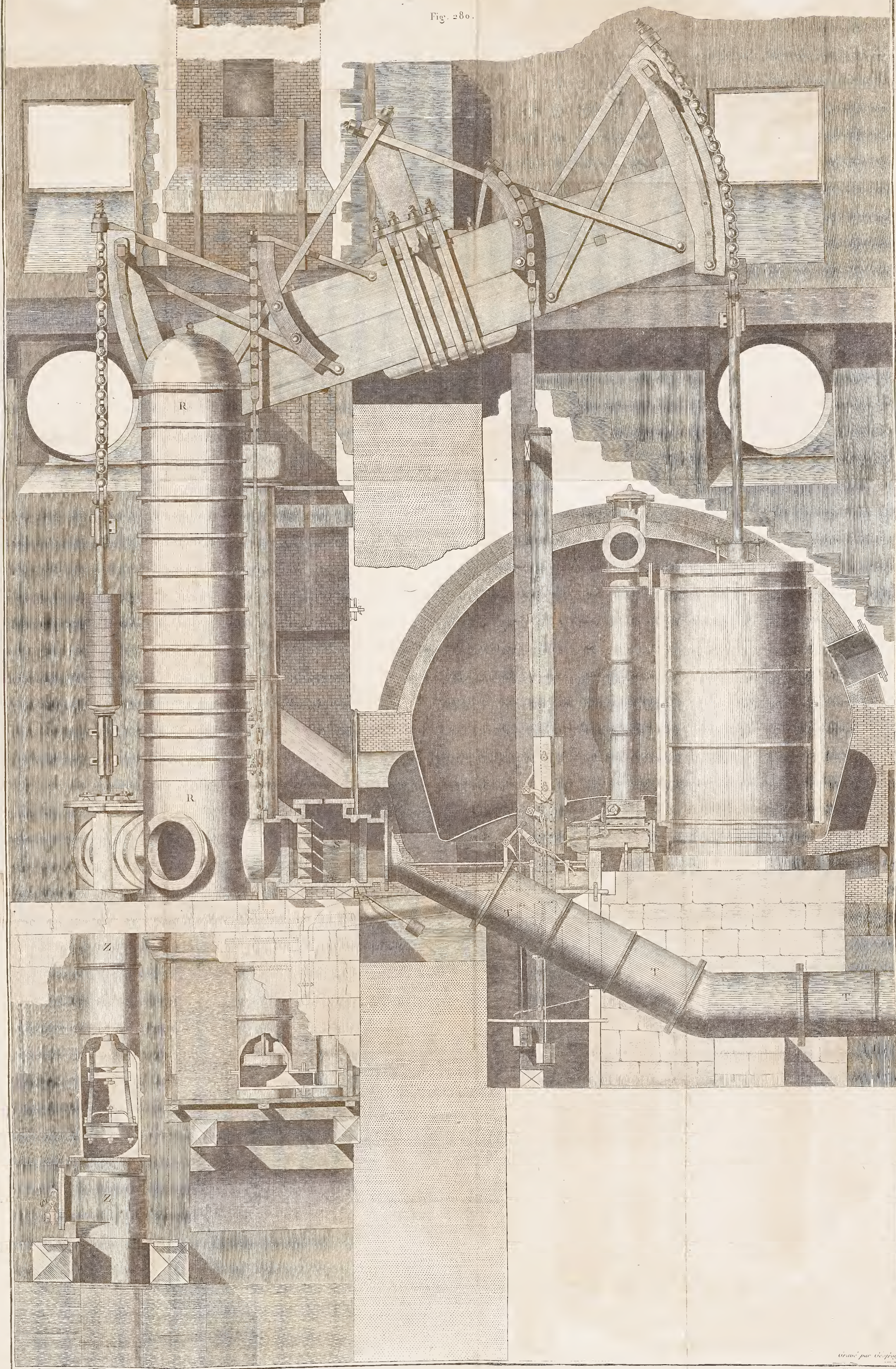




Machine de Chaillot.

Coupe de la chaudiere élévation du récipient d'air et vue  
extérieure de diverses autres parties de la machine.

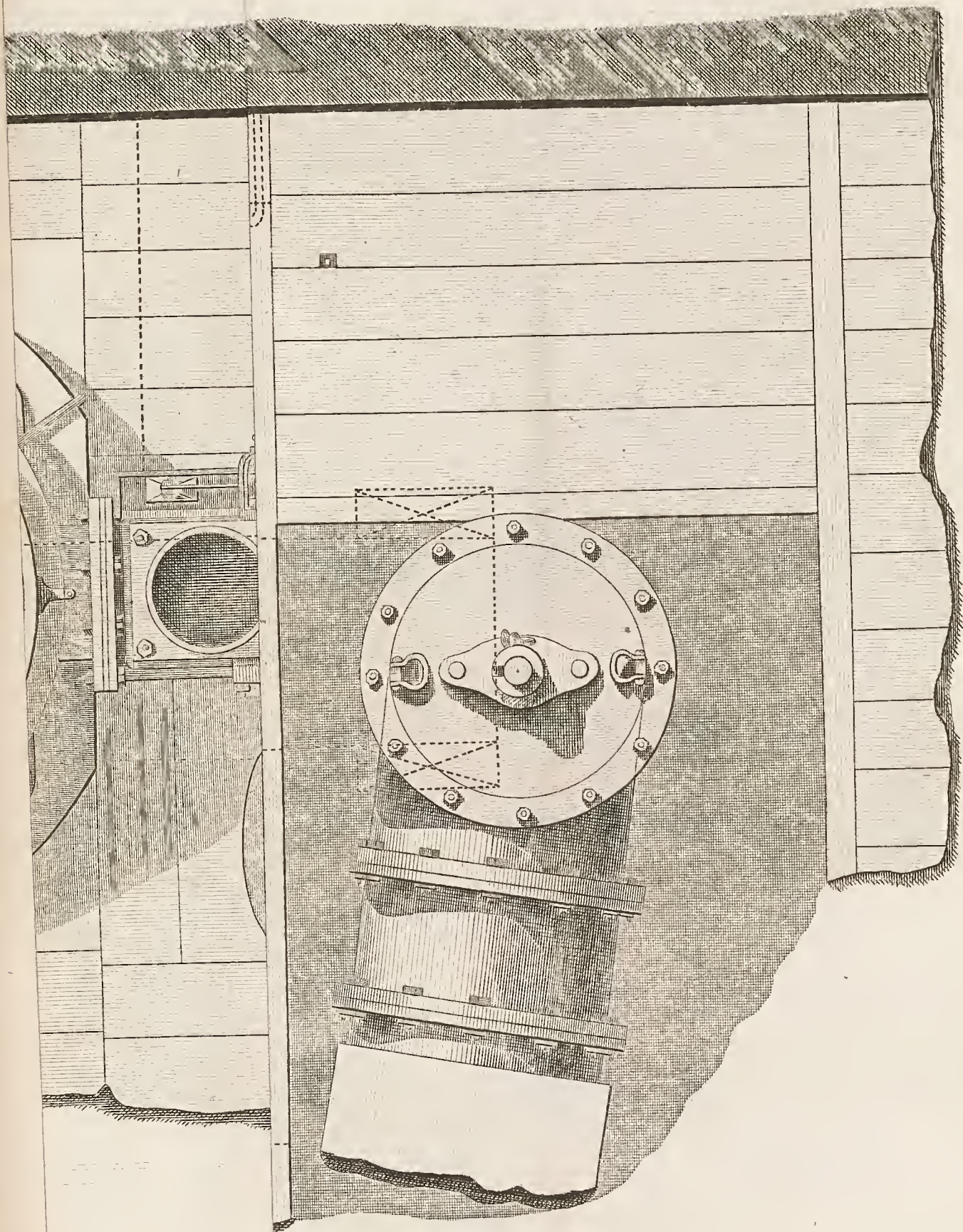
Fig. 280.











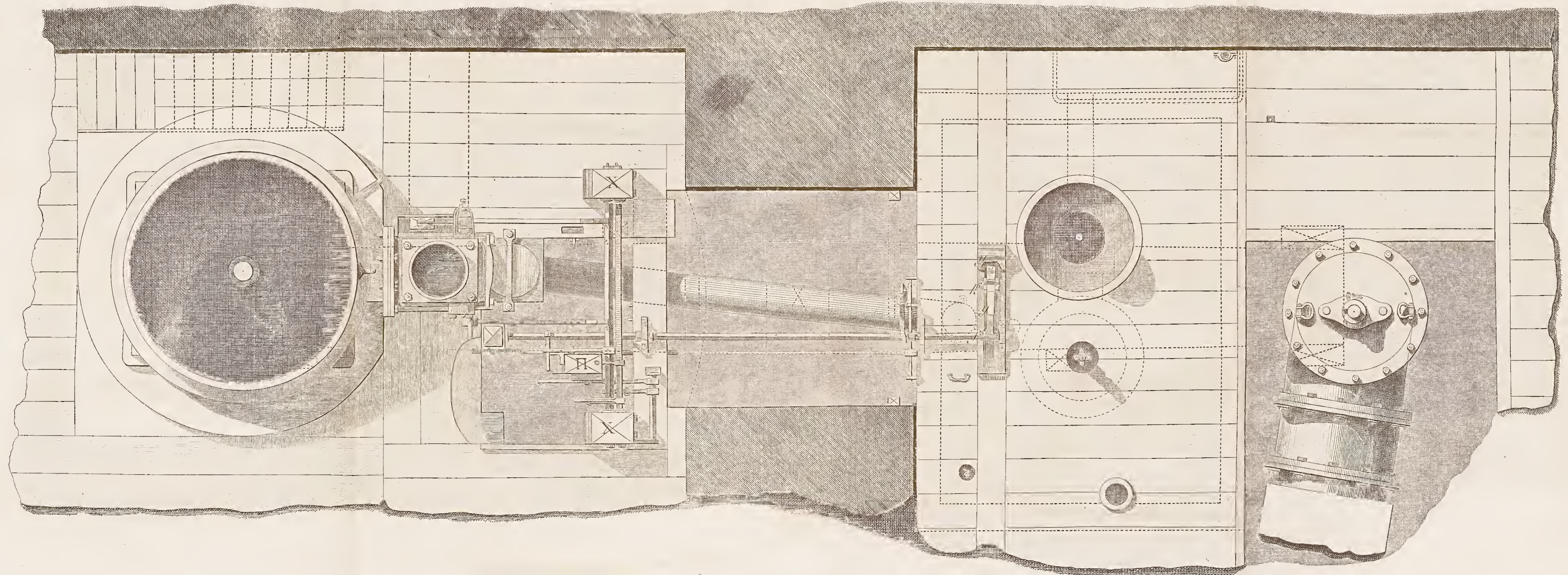






Plan du Cylindre à vapeur et du Régulateur.

Fig 281.













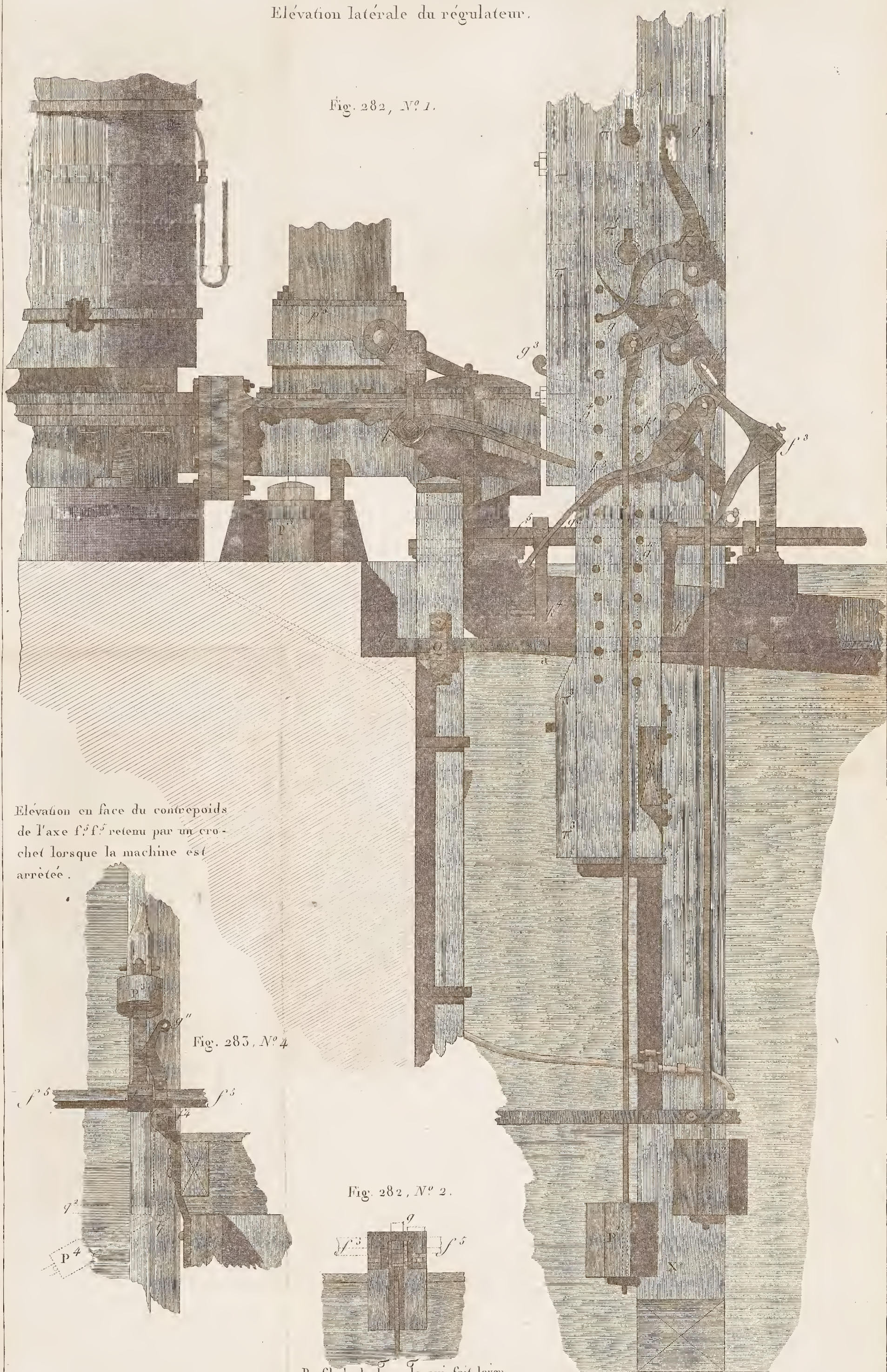




## Machine de Chaillot.

N<sup>a</sup>. Les figures 282, N<sup>o</sup> 1, 2 et 3 et 285 N<sup>o</sup> 2, 3 doivent être consultées pour la lecture de l'art. 1448 du Texte elles offrent les détails des petites pièces qui pourroient n'être pas assez sensibles dans la Fig. 279.

## Elévation latérale du régulateur.

Fig. 282, N<sup>o</sup> 1.

Elévation en face du contrepoids  
de l'axe  $f^2 f^2$  retenu par un cro-  
chet lorsque la machine est  
arrêtée.

Fig. 285, N<sup>o</sup> 4Fig. 282, N<sup>o</sup> 2.

Profil de la bascule qui fait lever  
et baisser la soupape  $\sigma\sigma$ ; Voyés  
l'élévation N<sup>o</sup> 3.















Machine de Chaillot.

Élévation du régulateur vu en face.

Fig. 283, N° 1.

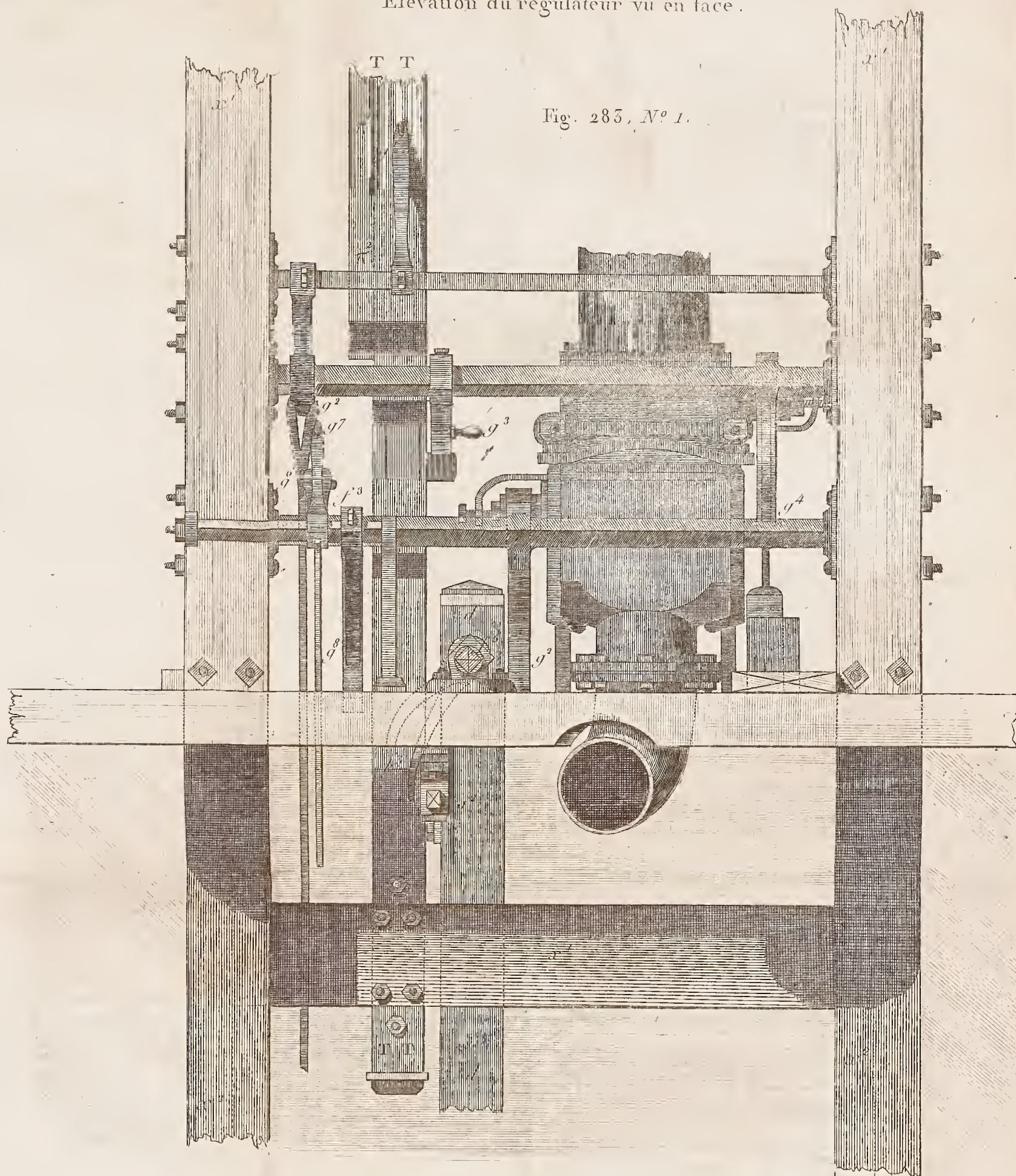


Fig. 283, N° 3.

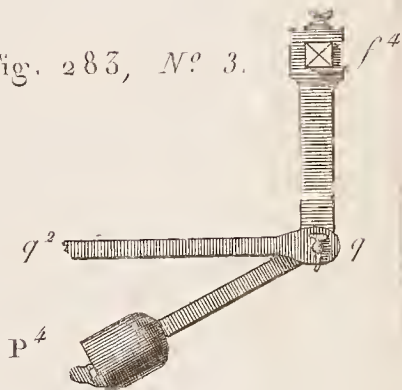
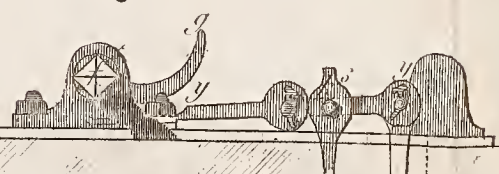
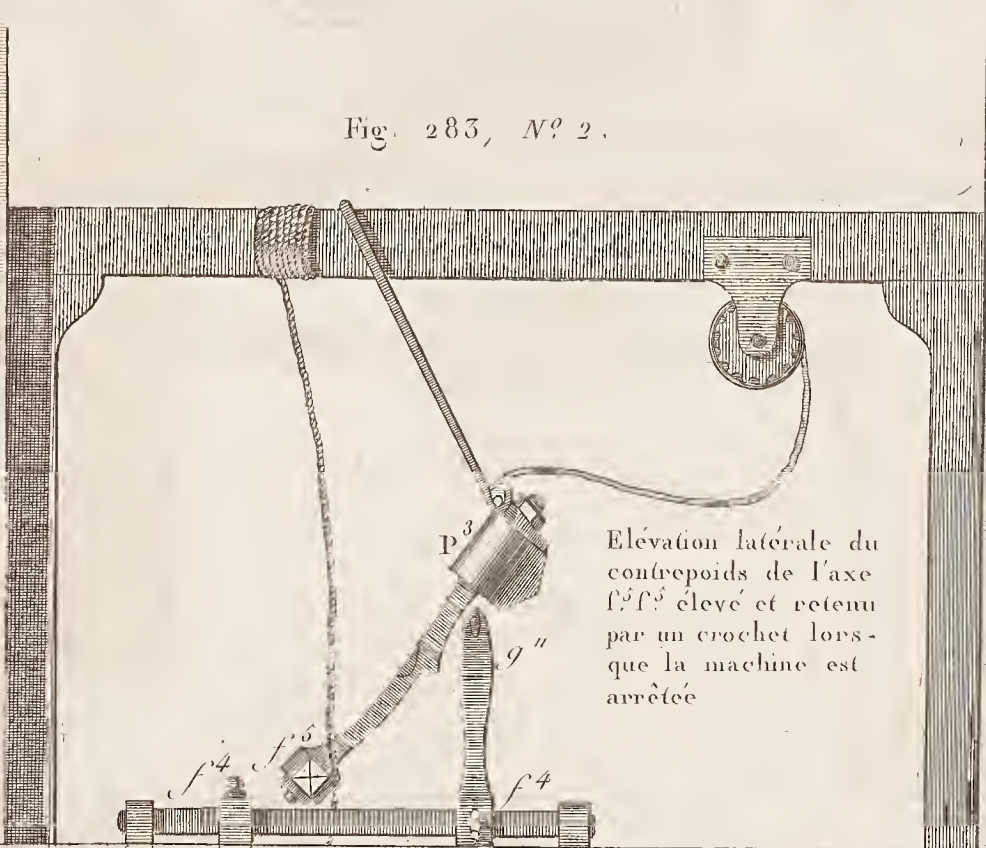


Fig. 282, N° 3.



Élévation du jeu de bascule qui fait lever et baisser la soupape  $\sigma\sigma$ .

Fig. 283, N° 2.



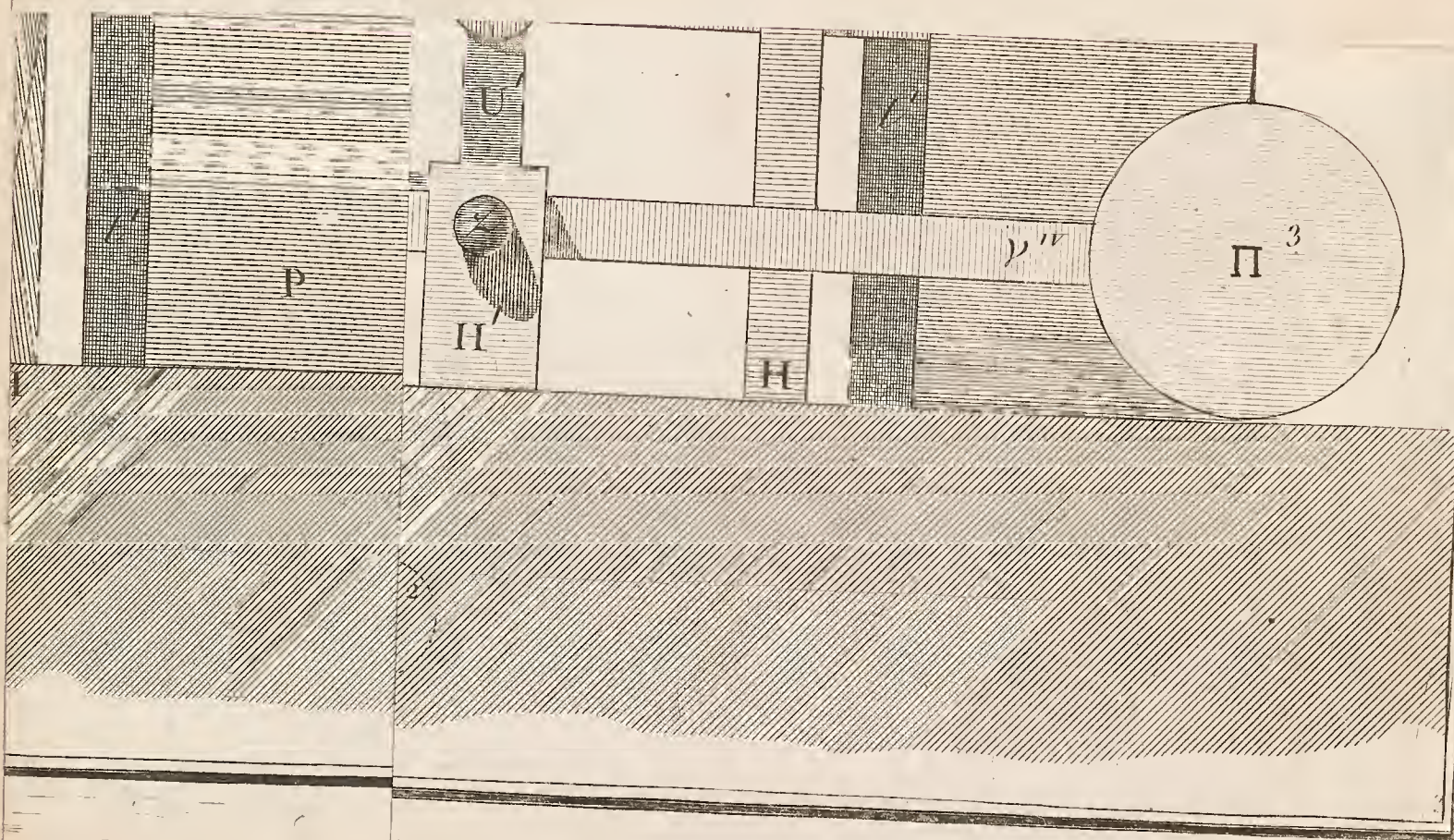
Élévation latérale du contrepoids de l'axe  $f^5 f^5$  élevé et retenu par un crochet lorsque la machine est arrêtée

Voyez N° 3 l'élevation du contrepoids  $P^4$















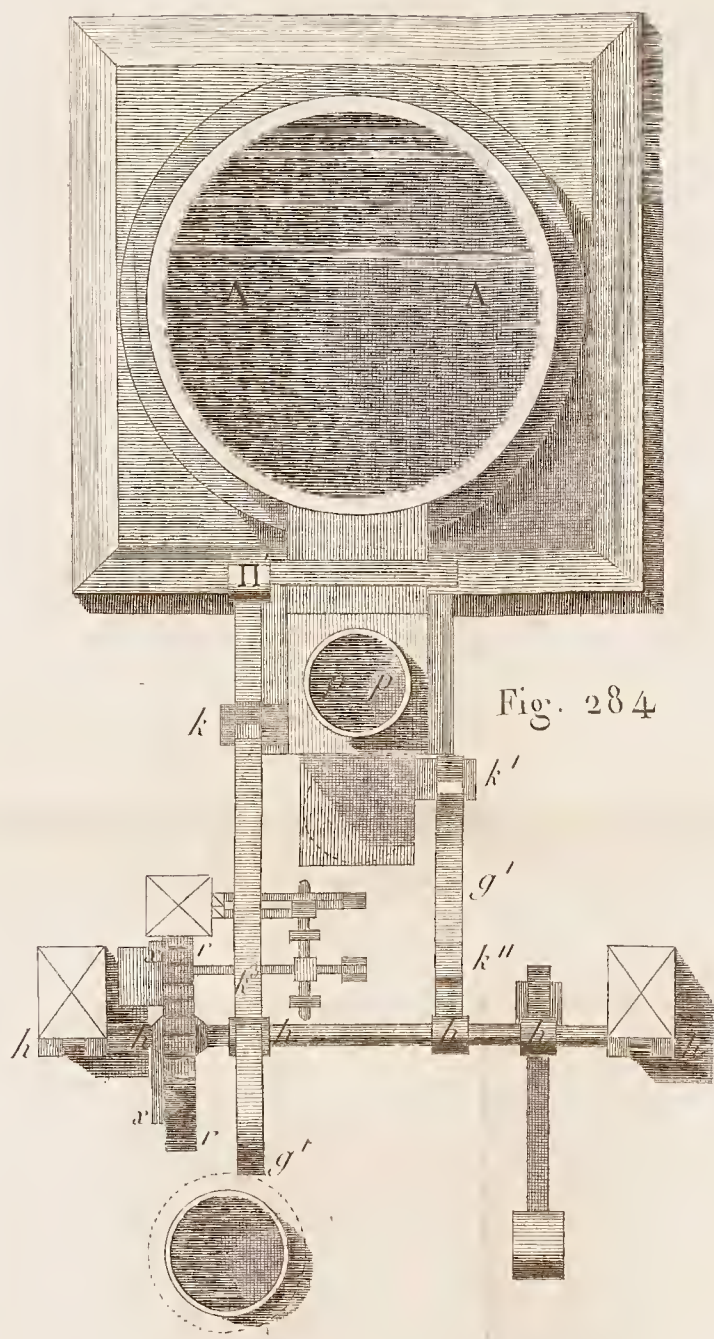


Fig. 284.

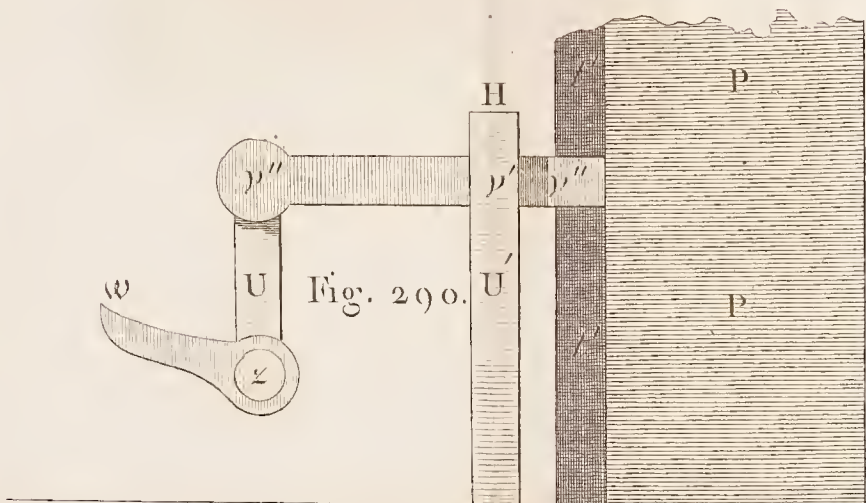


Fig. 290.

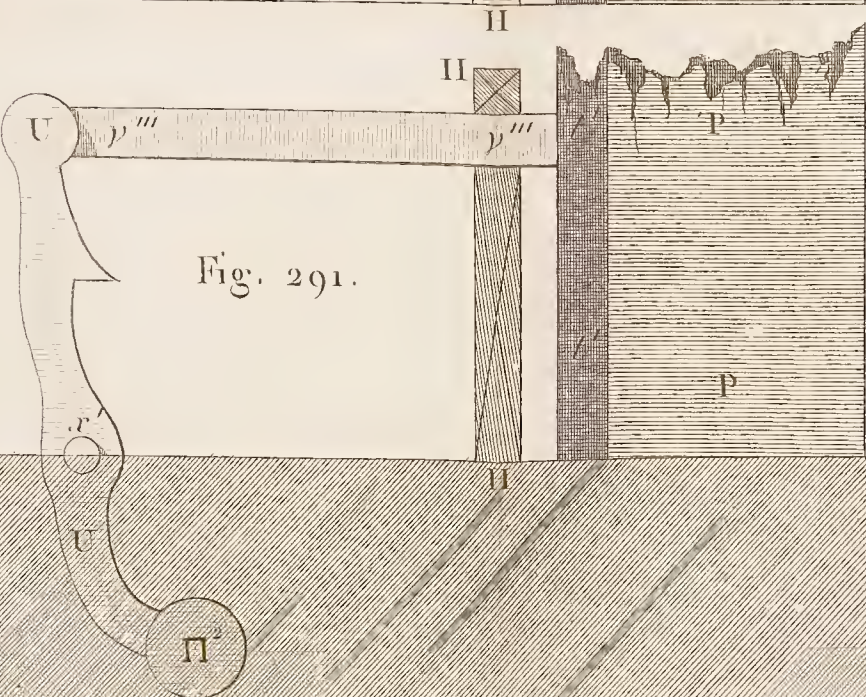


Fig. 291.

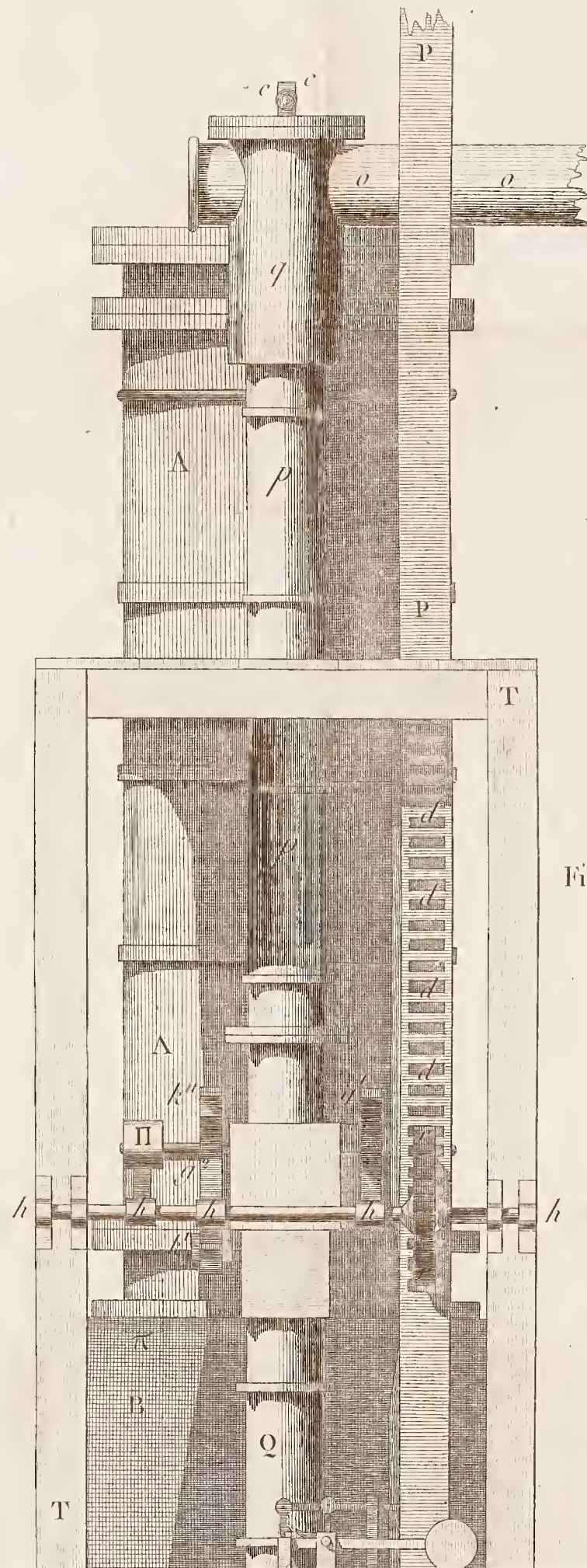


Fig. 286.

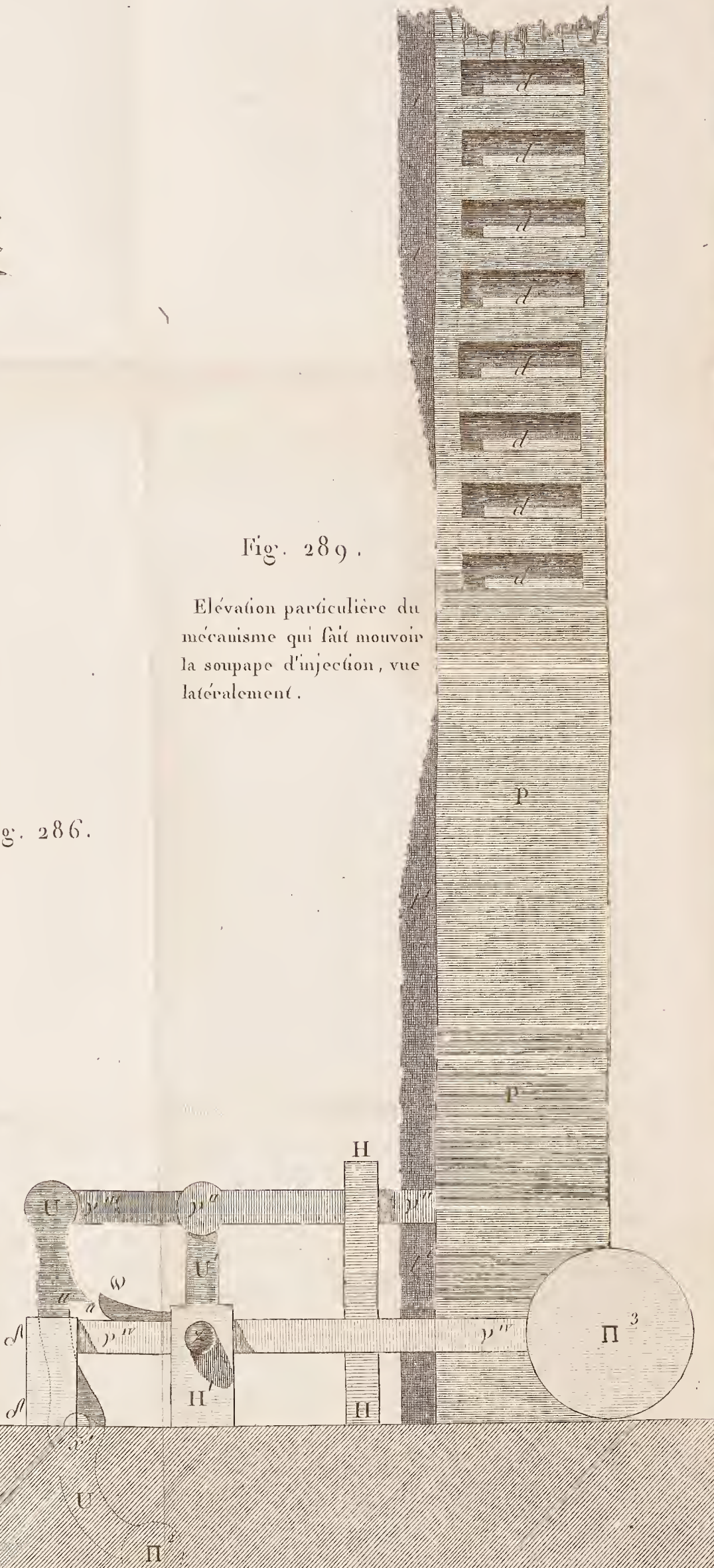


Fig. 289.

Elévation particulière du mécanisme qui fait mouvoir la soupape d'injection, vue latéralement.







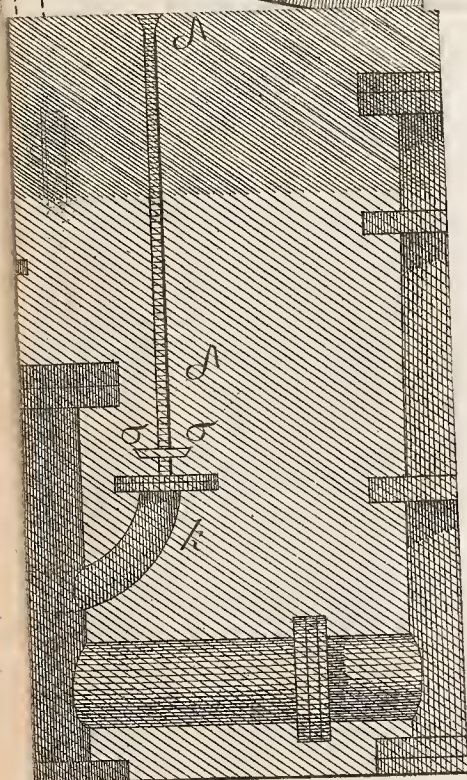
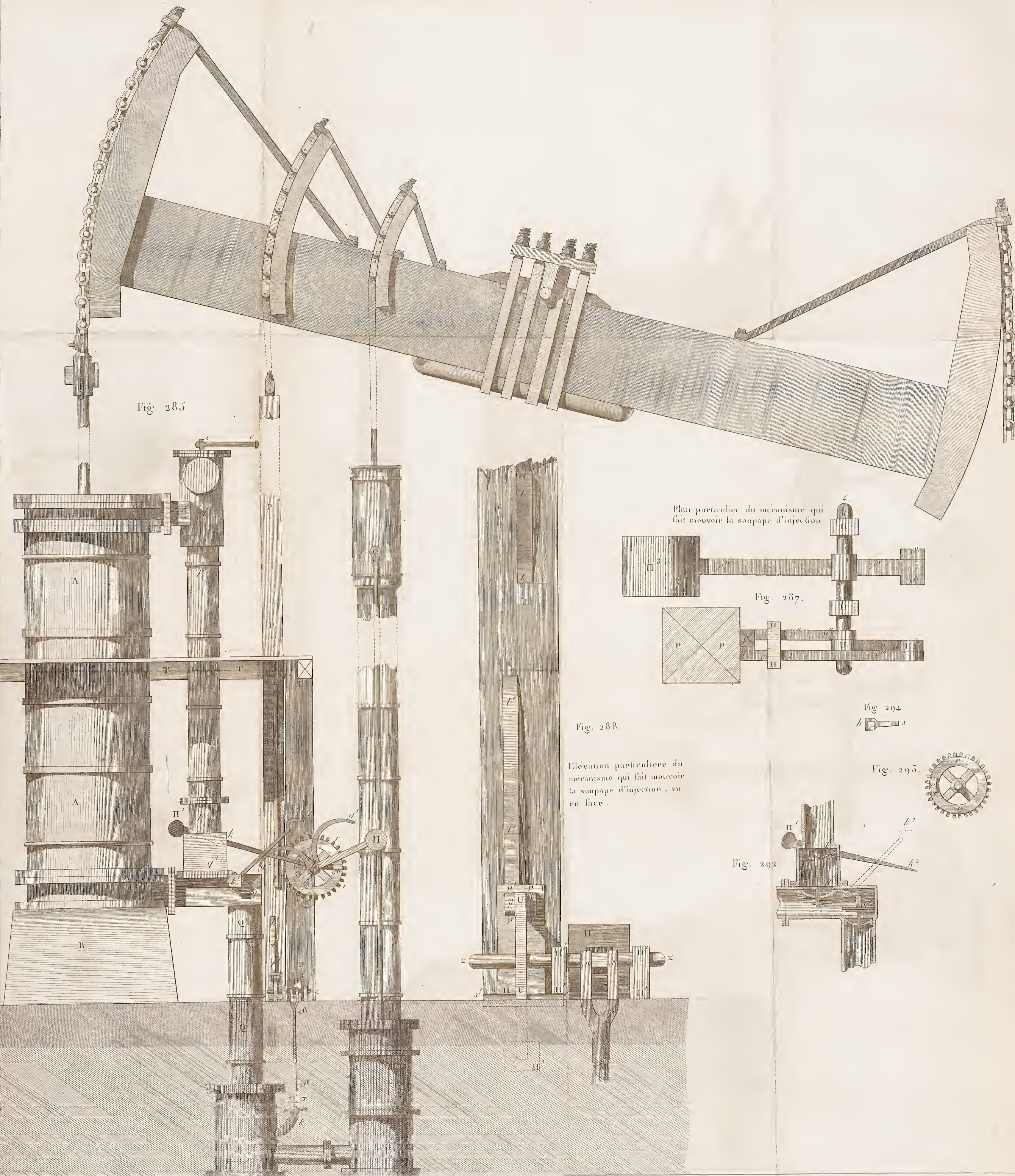








Fig. 285.



Plan particulier du mécanisme qui fait mouvoir la soupape d'injection

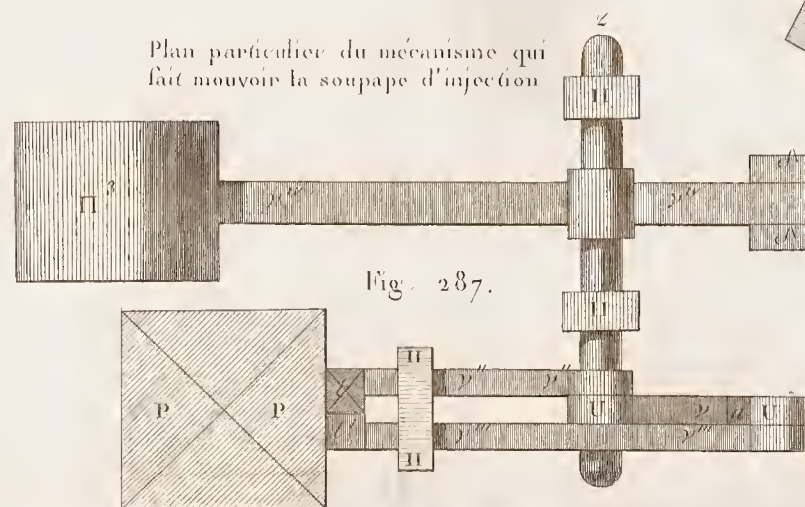


Fig. 287.

Fig. 288.

Elevation particulière du mécanisme qui fait mouvoir la soupape d'injection, vu en face.

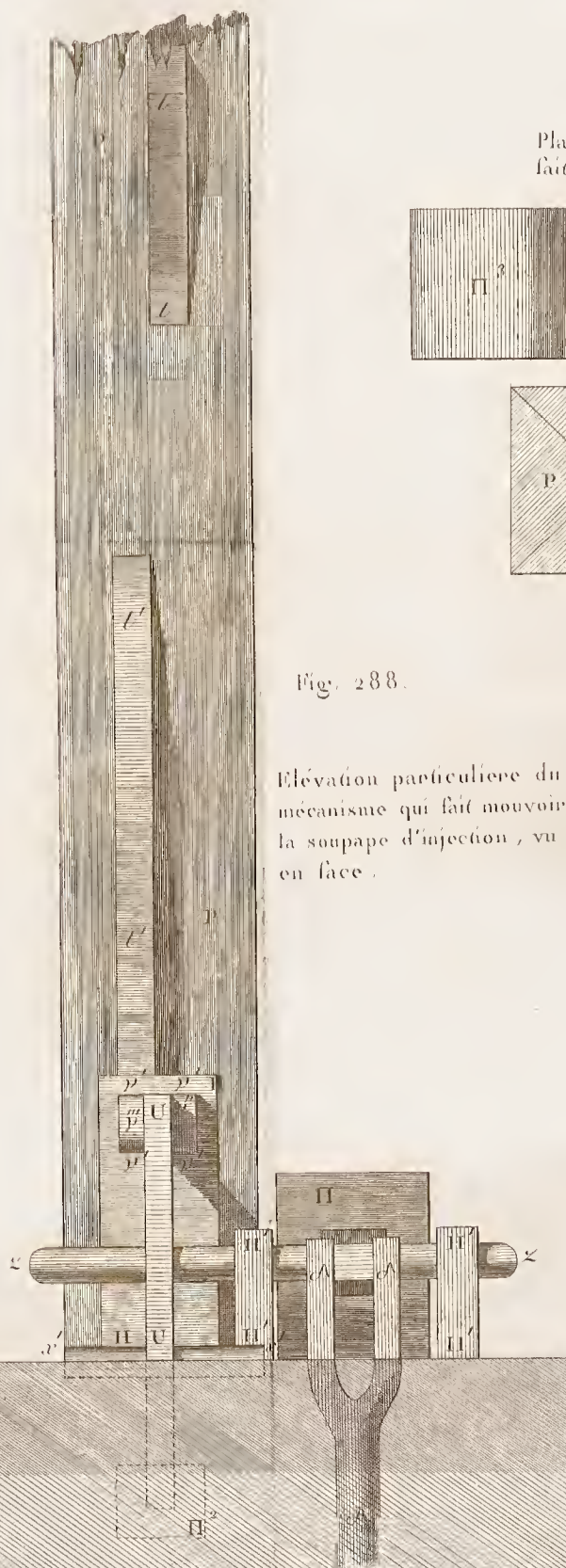


Fig. 294.



Fig. 295.

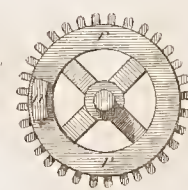


Fig. 292.

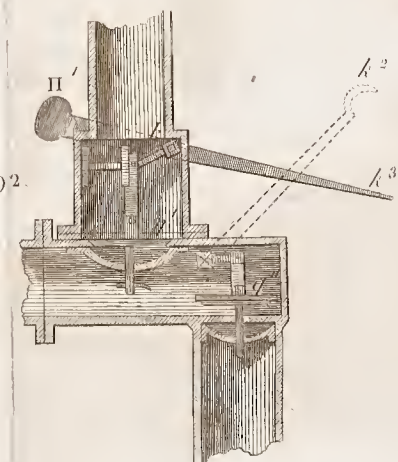
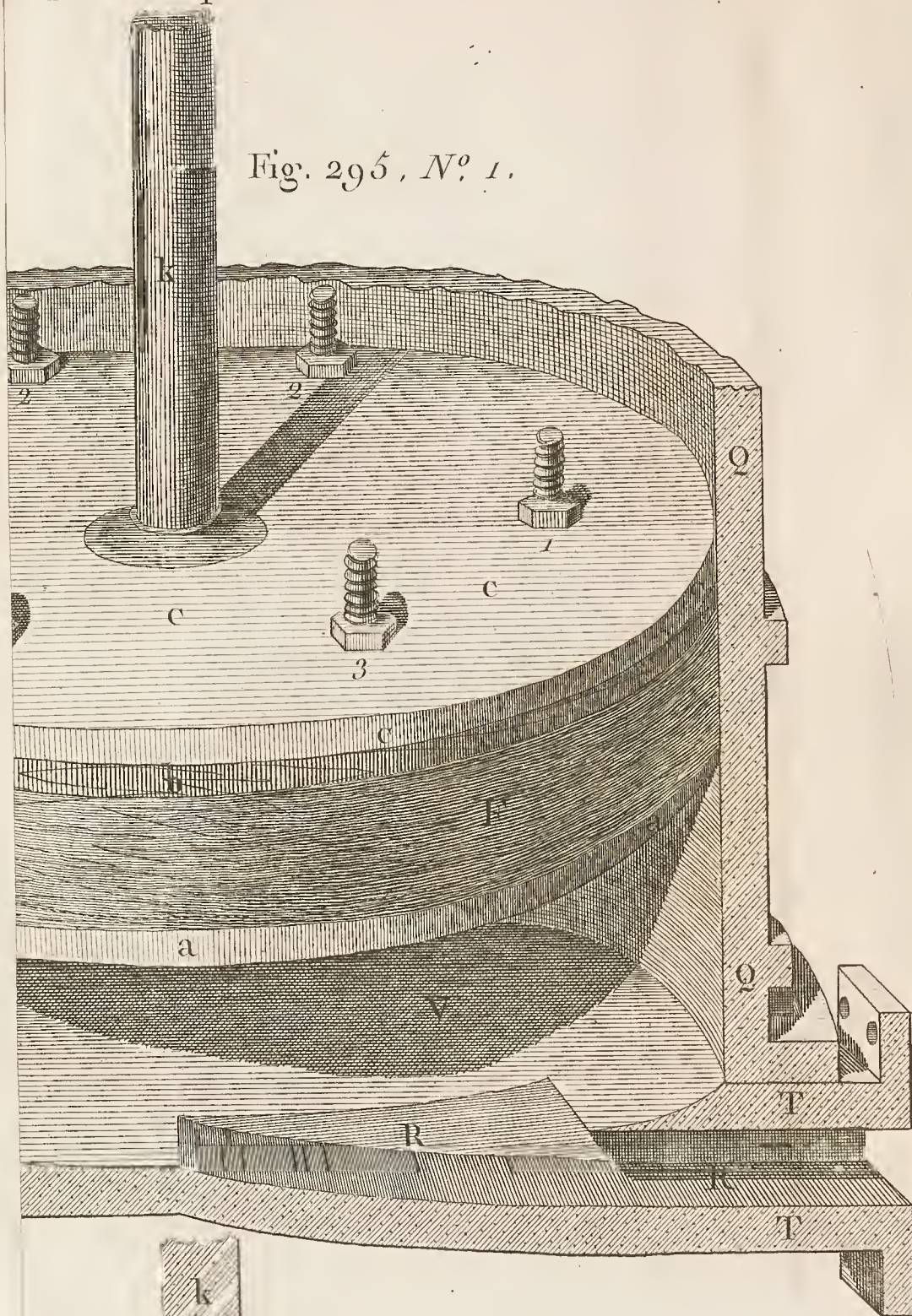




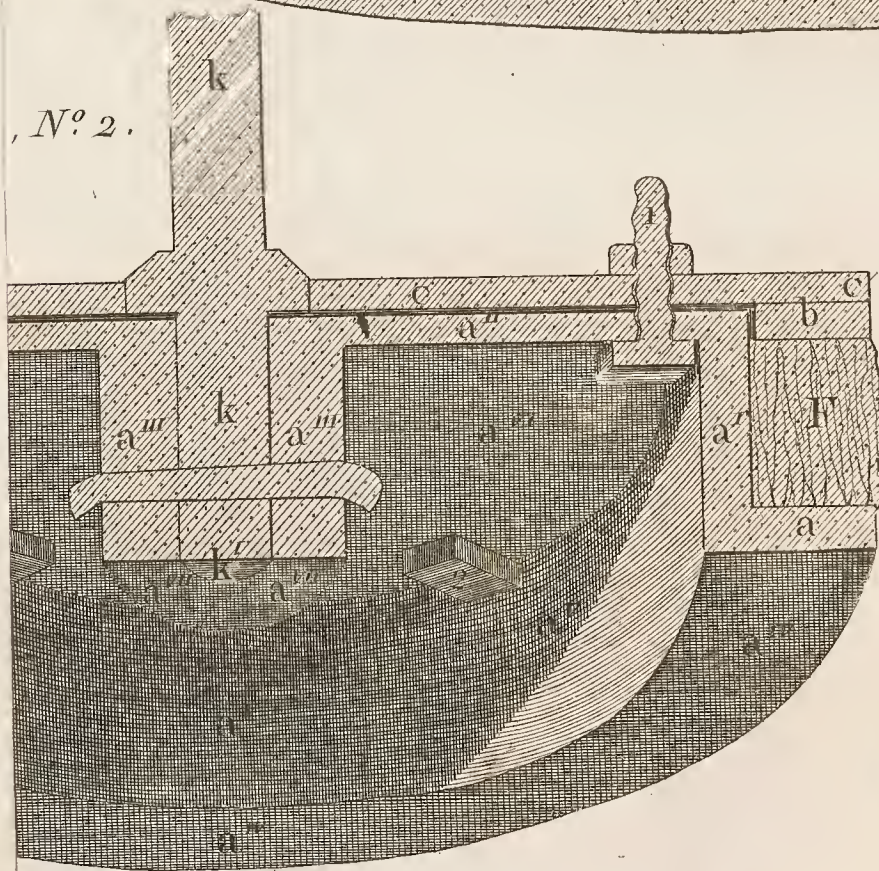




Fig. 295, *N<sup>o</sup> 1.*



, N<sup>o</sup> 2.









Vue perspective et coupe du piston du Cilindre à vapeur . Pl. 45

Fig. 295, N° 1.

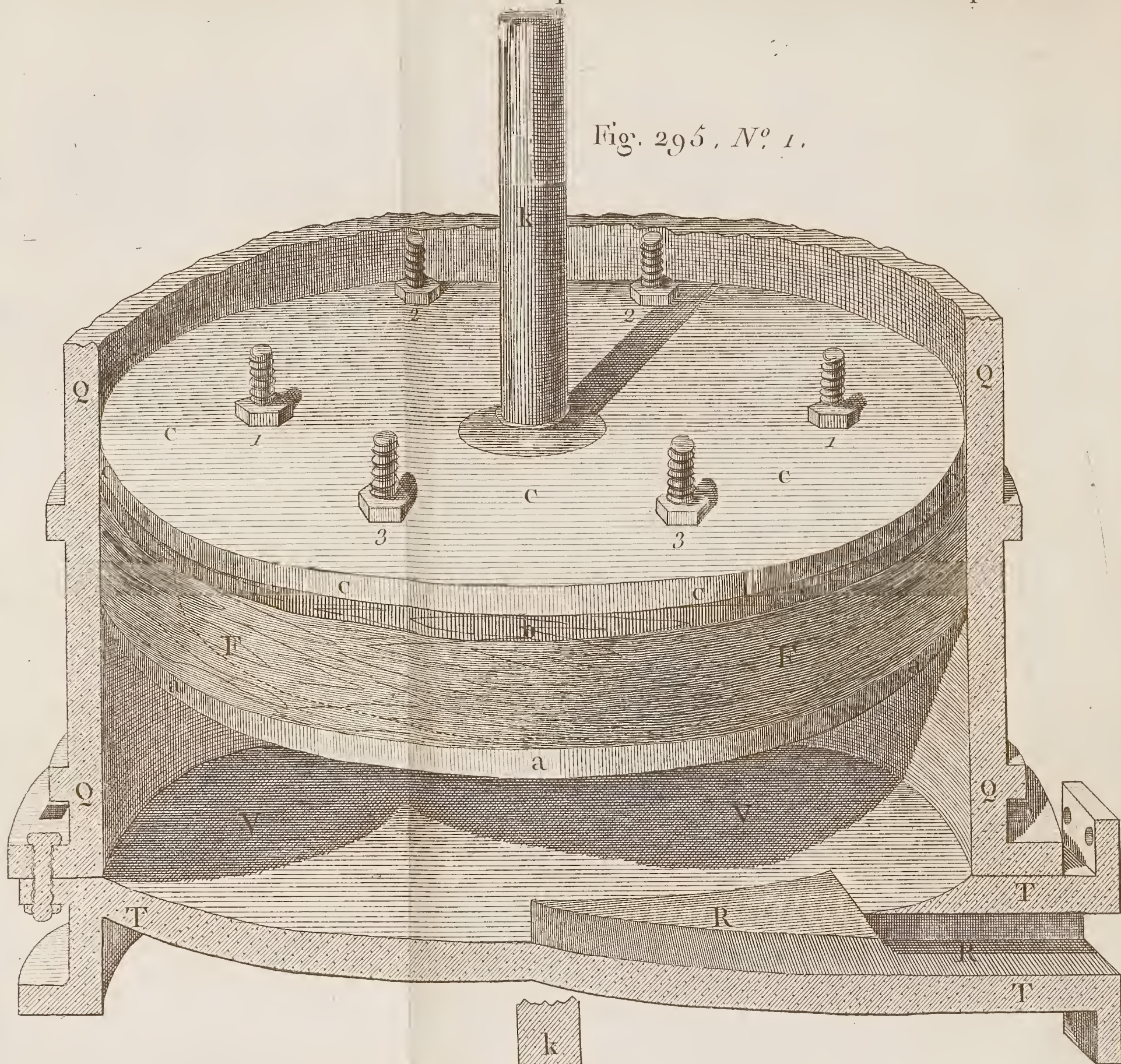
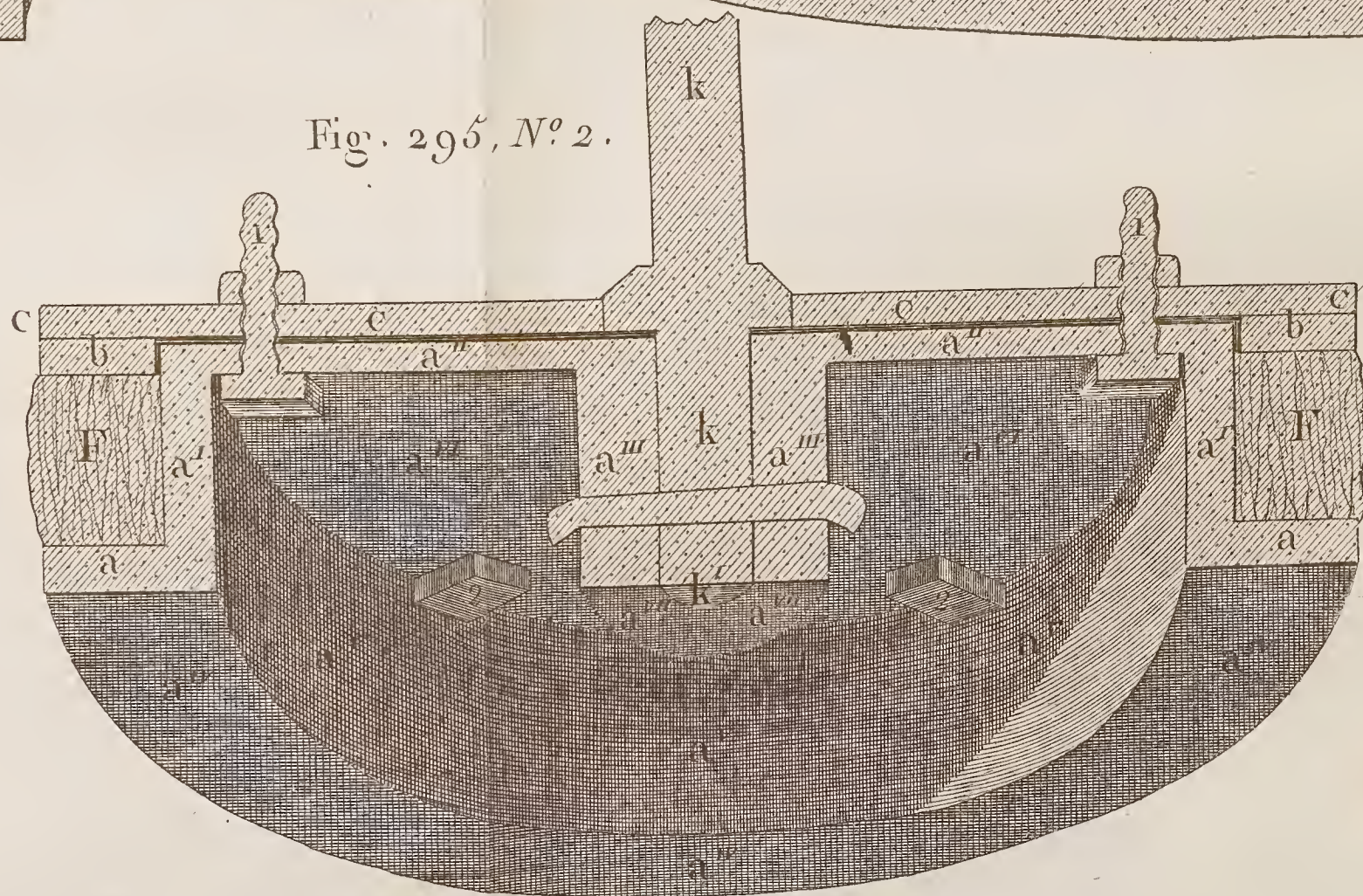


Fig. 295, N° 2.





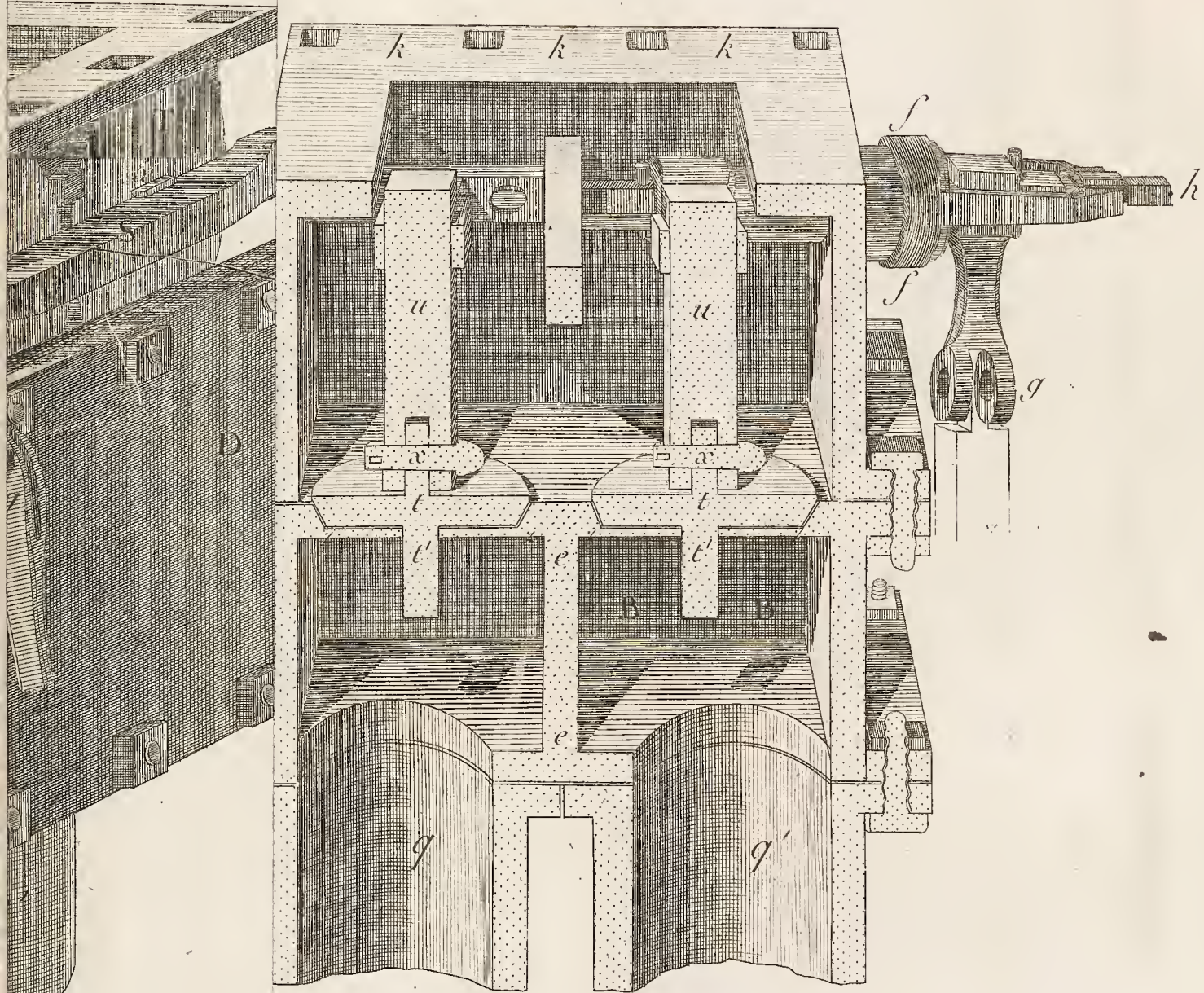




des parties sup<sup>re</sup>ondenseur.

501.

Fig 297.



Geoffroy Sculp.

Tom. II. N° 31.







Vues perspectives des parties supérieures de la machine, au moyen desquelles la vapeur communique de la chaudière au cylindre à vapeur et au condenseur.

Fig. 501.

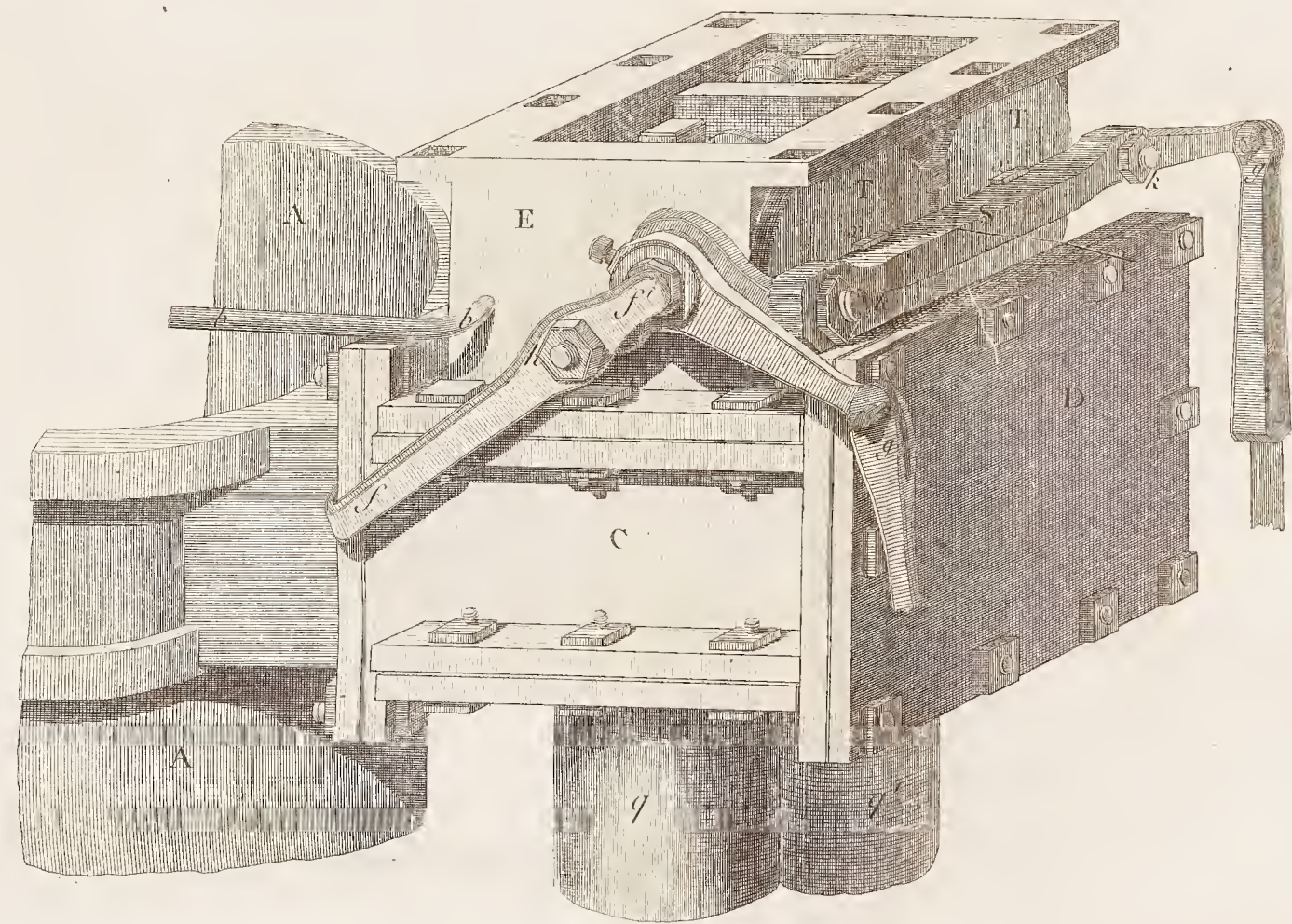


Fig. 296.

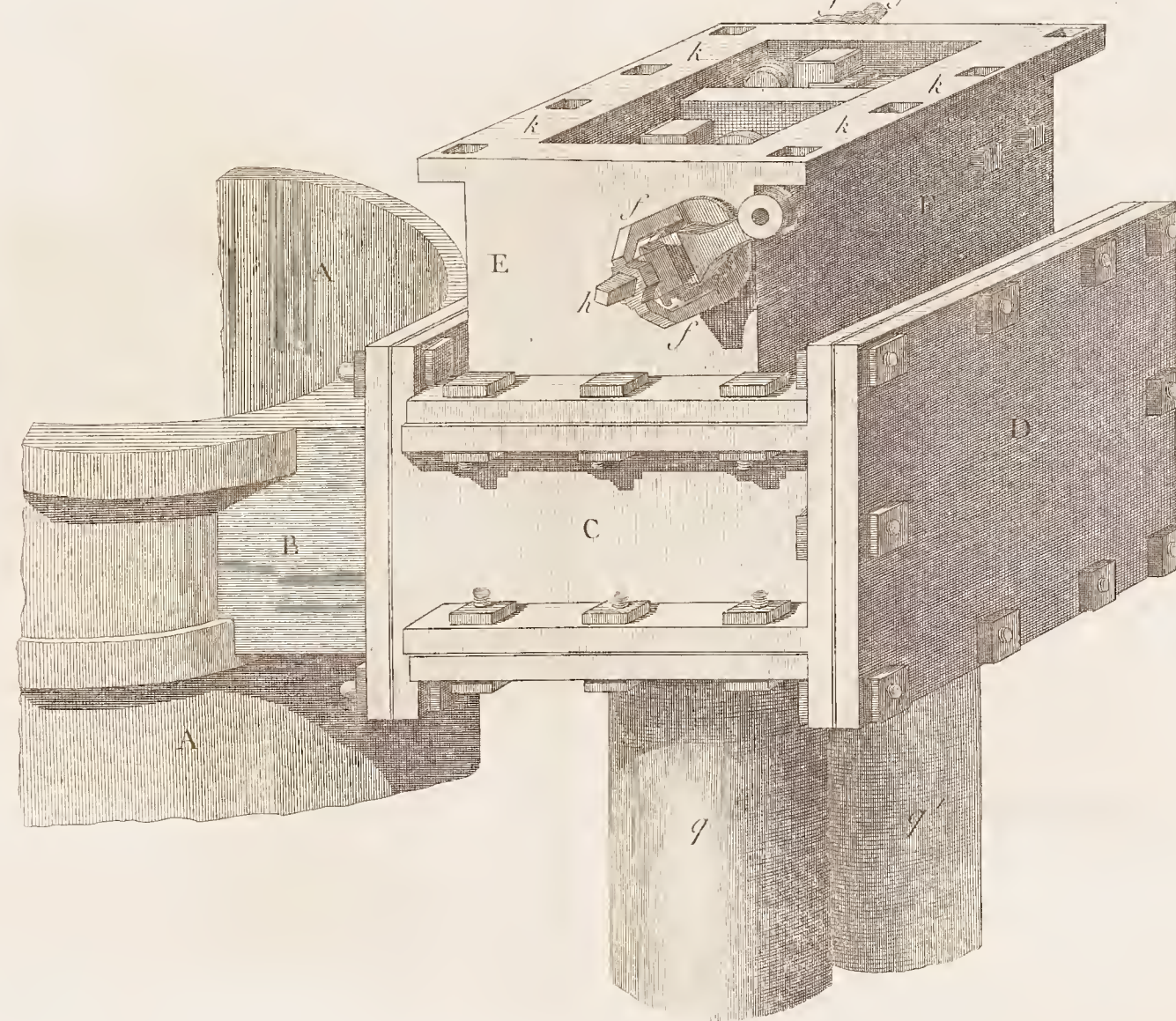


Fig. 297.

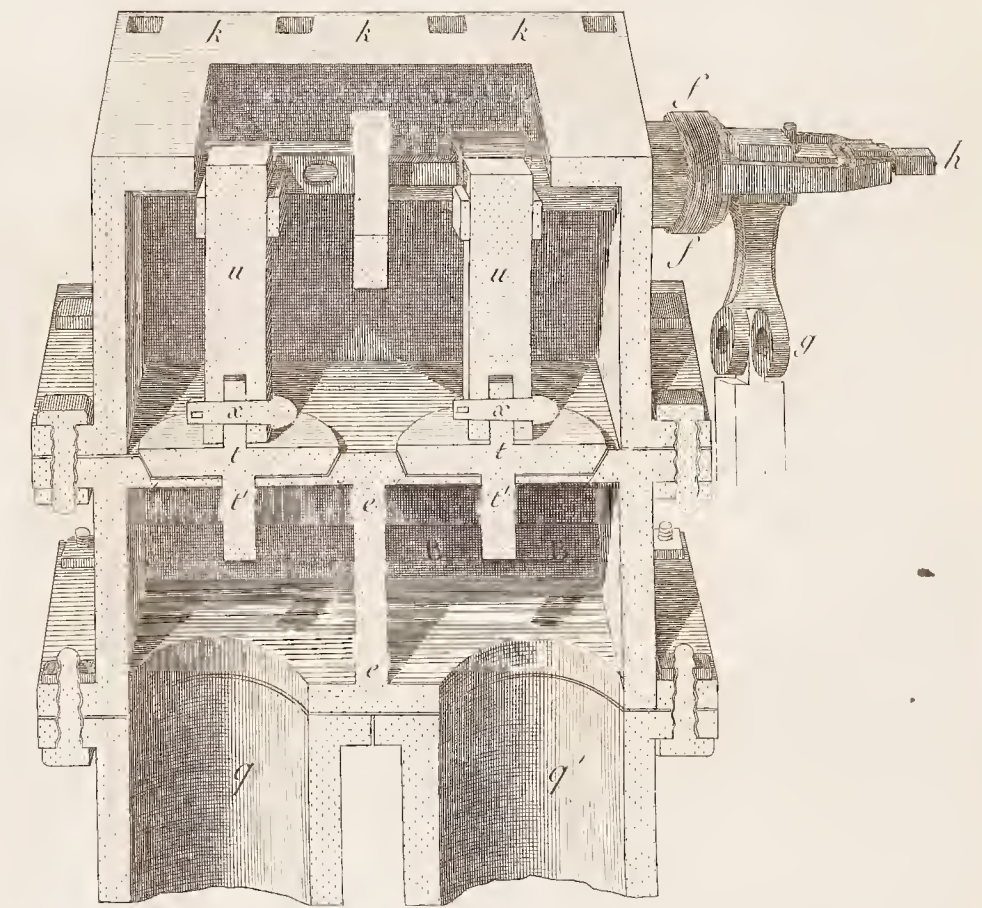
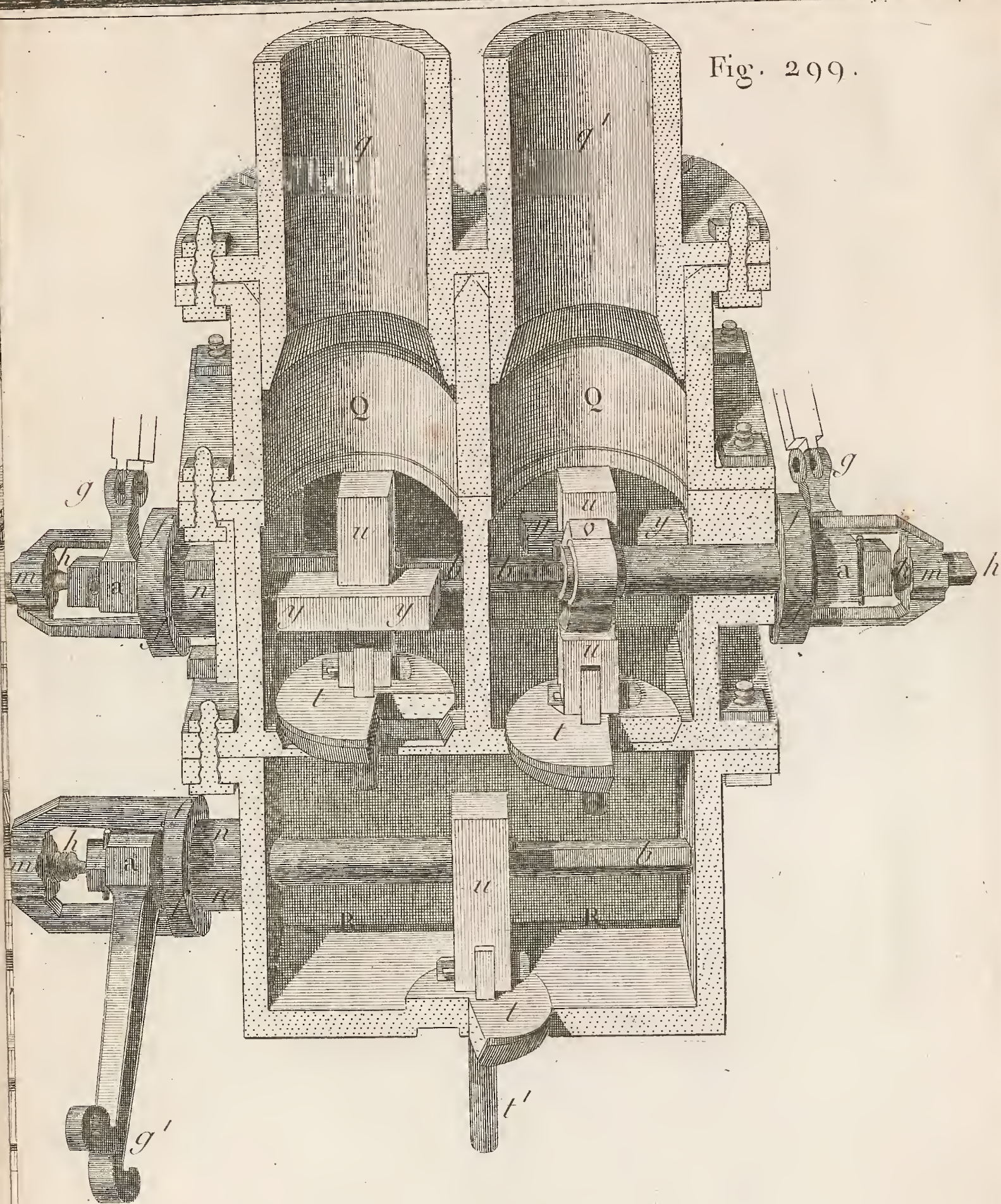








Fig. 299.



re à vapeur et au condenseur .







Fig. 302 .

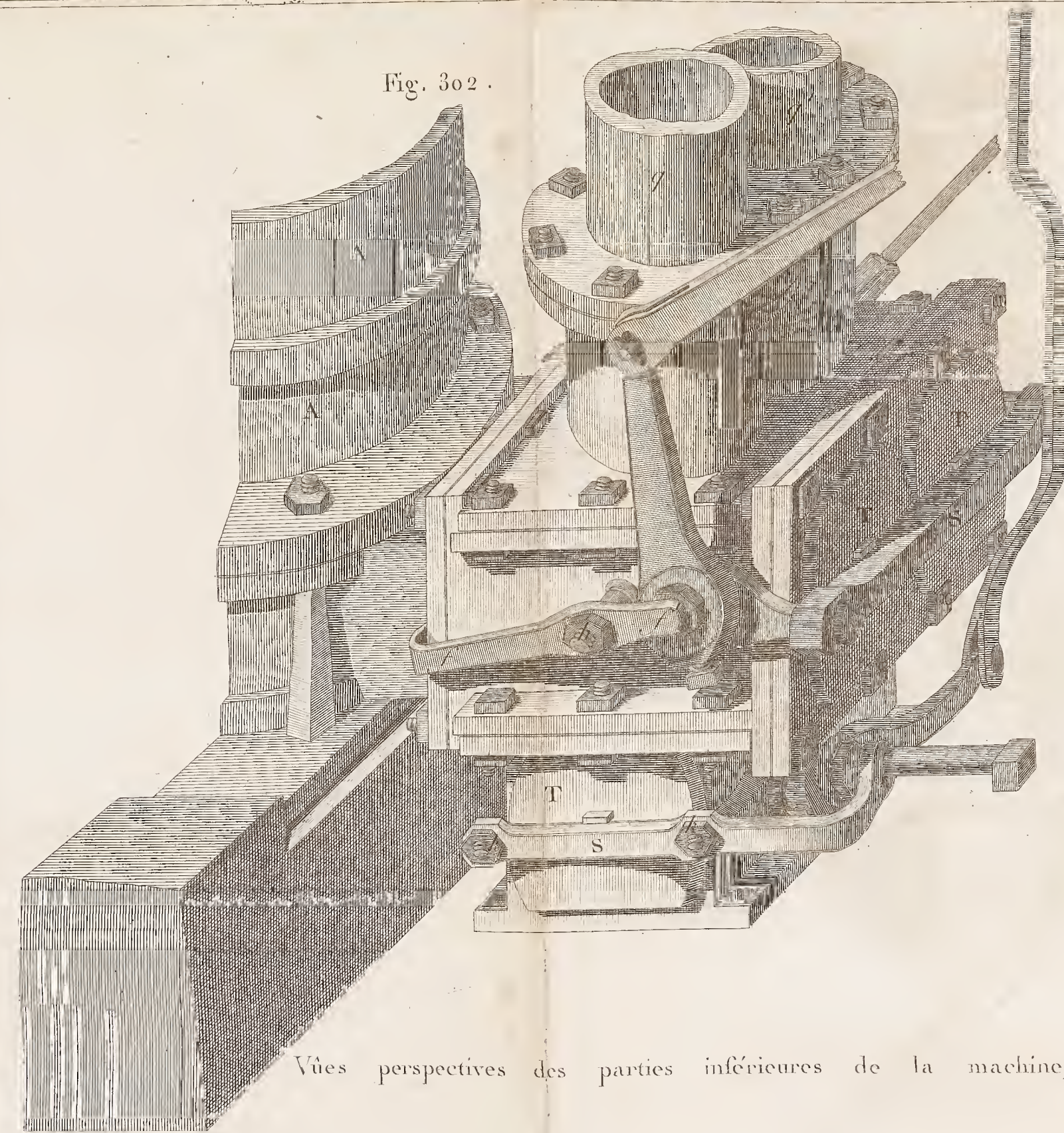


Fig. 298 .

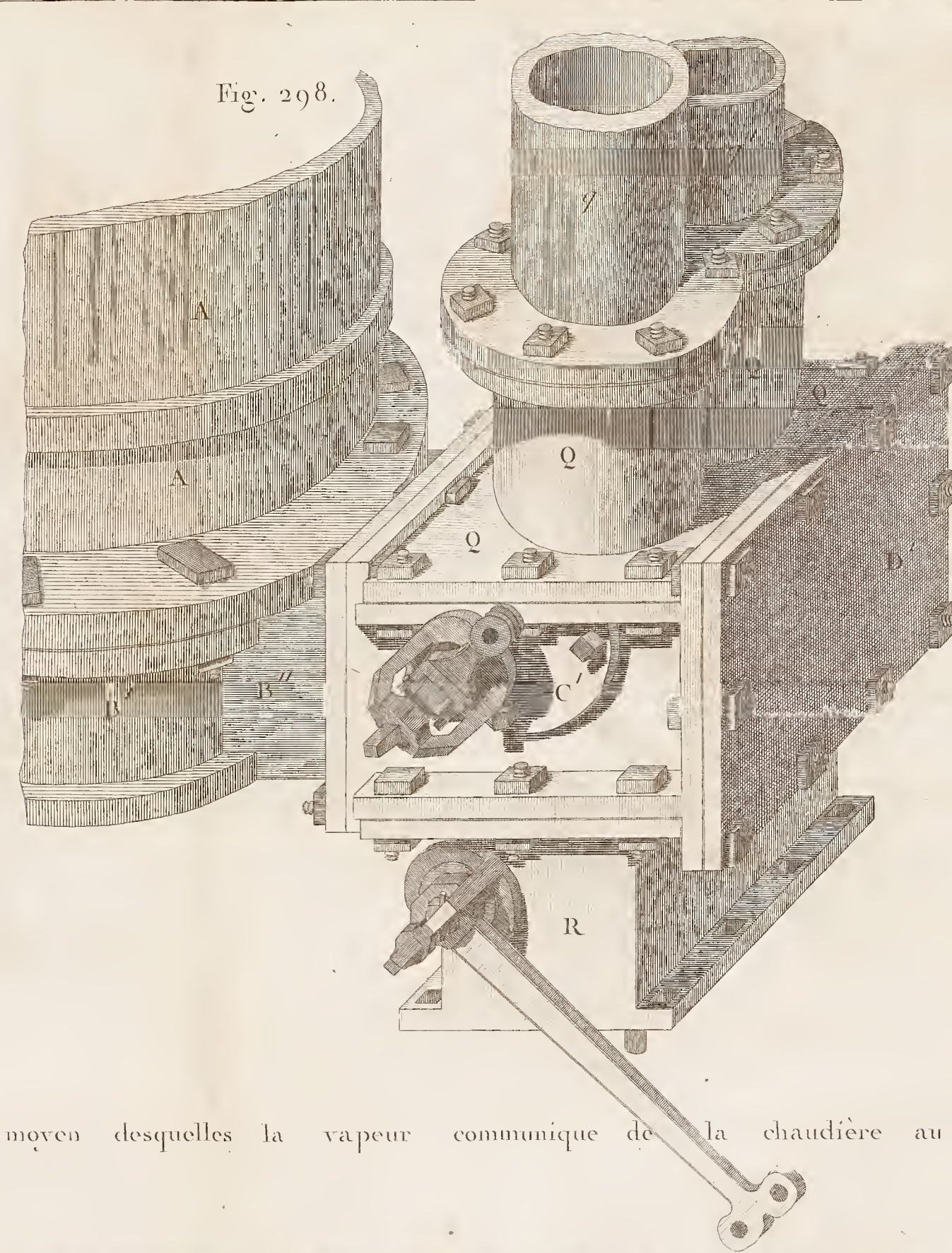
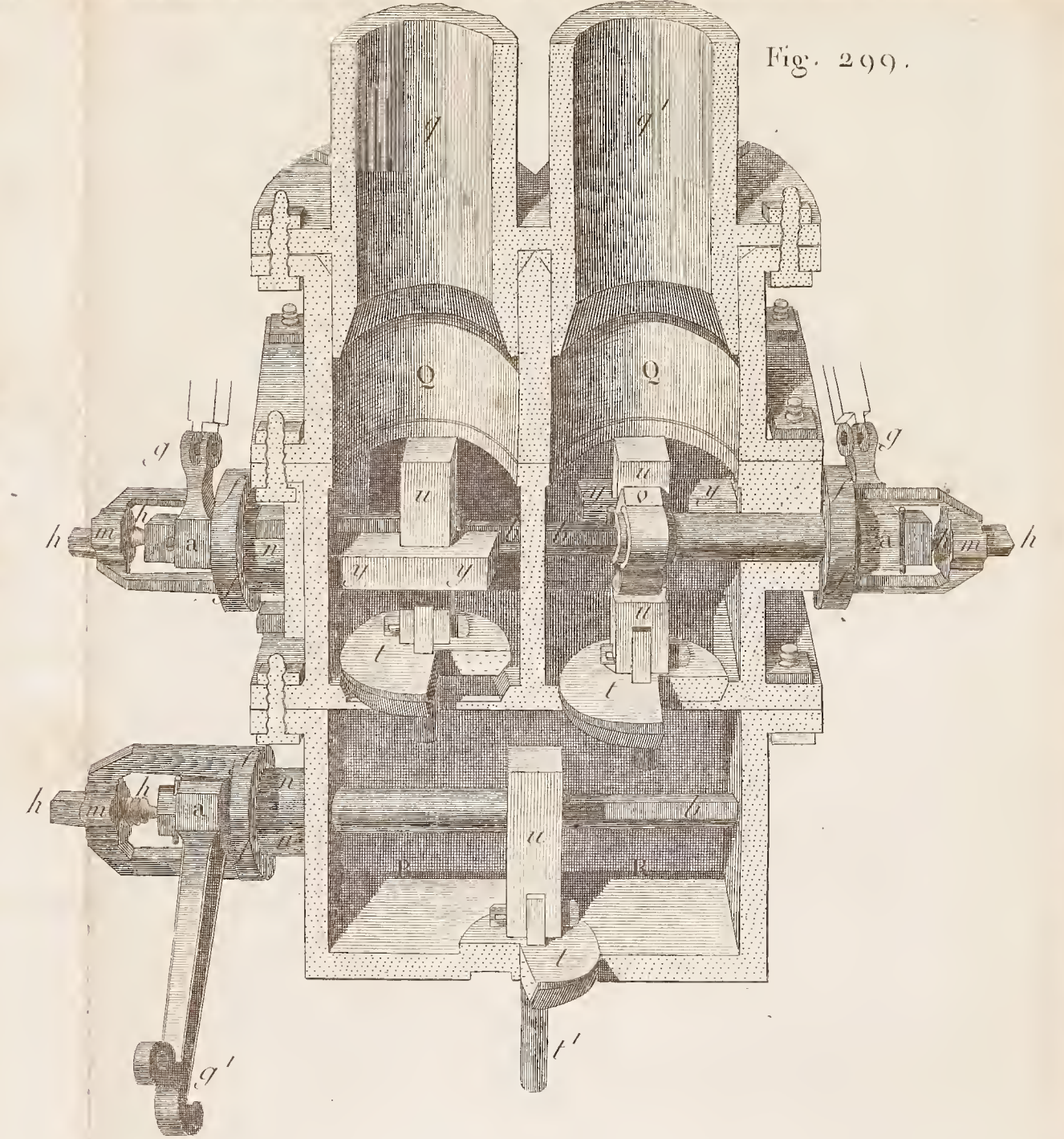


Fig. 299 .



Vues perspectives des parties inférieures de la machine, au moyen desquelles la vapeur communique de la chaudière au cylindre à vapeur et au condenseur .







00.

04

Coupe de la partie  
inférieure de la  
pompe à air.

*Gravé par Geoffroy.*

Tom. II. N° 33.







Fig. 500.

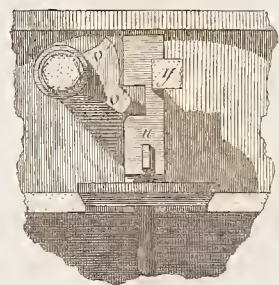


Fig. 505.

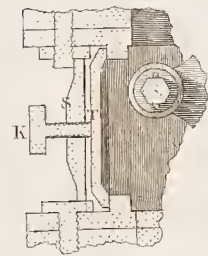
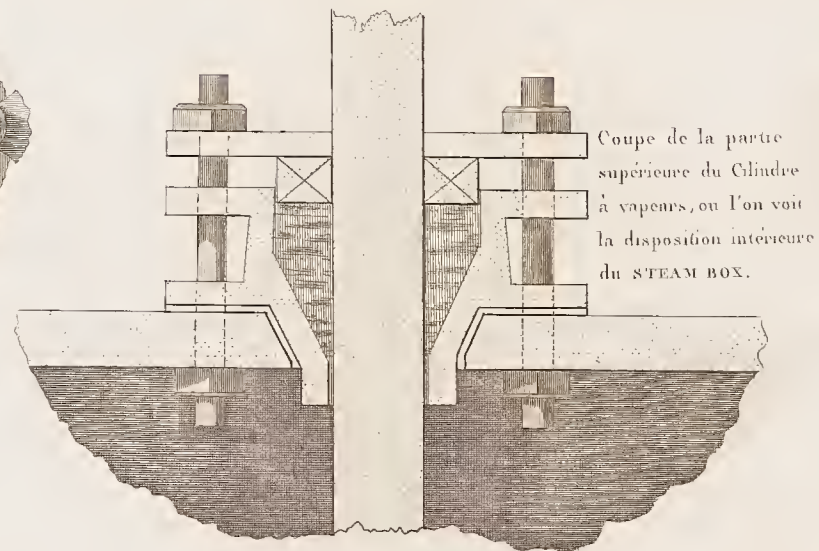


Fig. 506.



Coupe de la partie supérieure du Cilindre à vapeurs, on l'on voit la disposition intérieure du STEAM BOX.

Fig. 504.

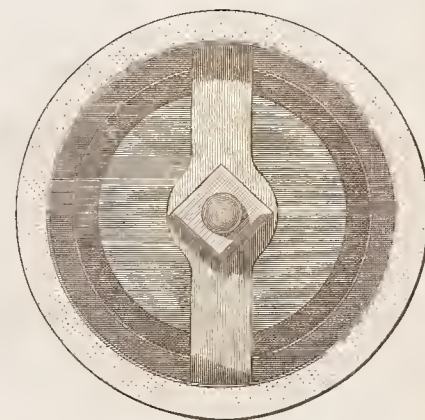
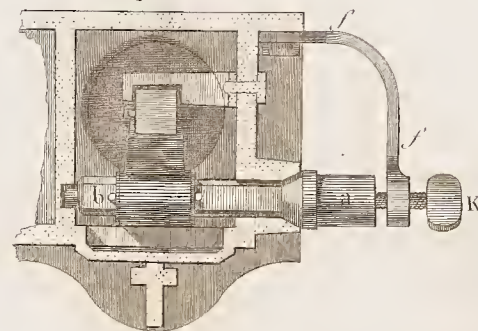
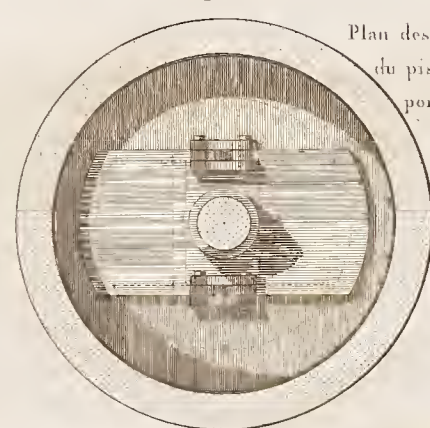


Fig. 508.



Plan des soupapes du piston de la pompe à air.

Coupe du piston et de la partie inférieure du Cilindre à vapeur.

Fig. 503.

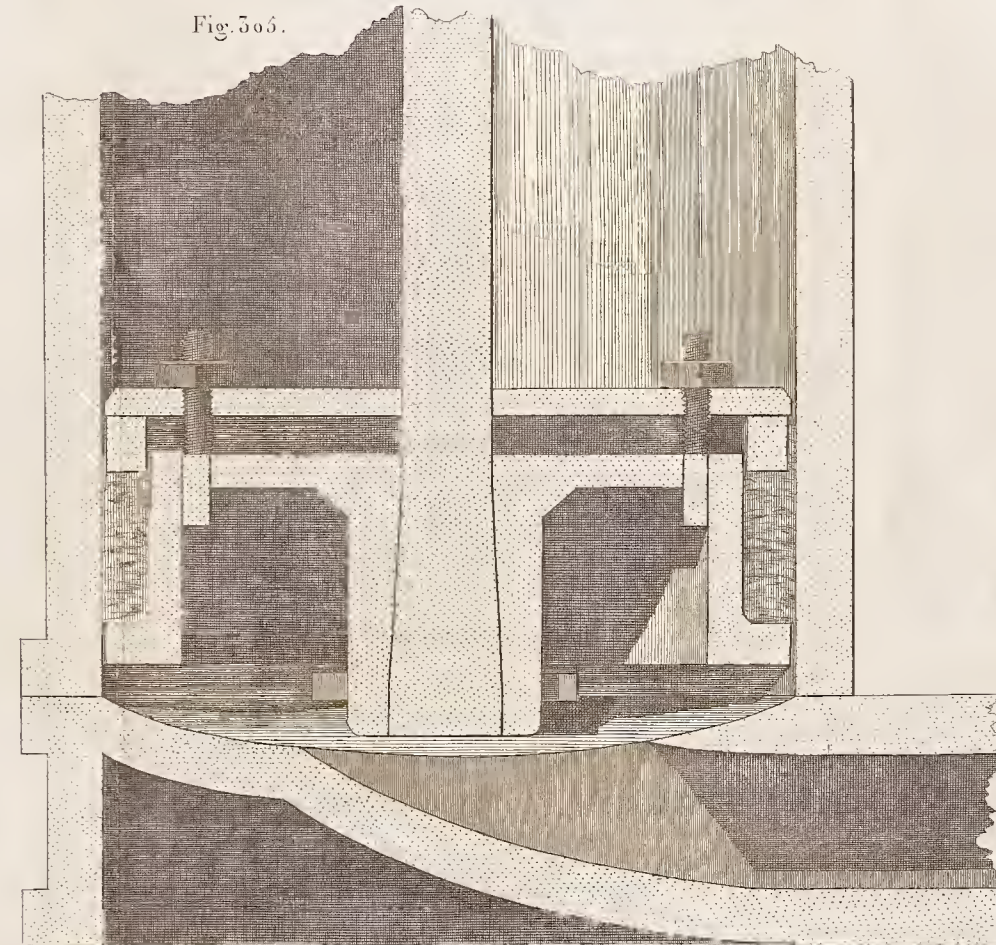
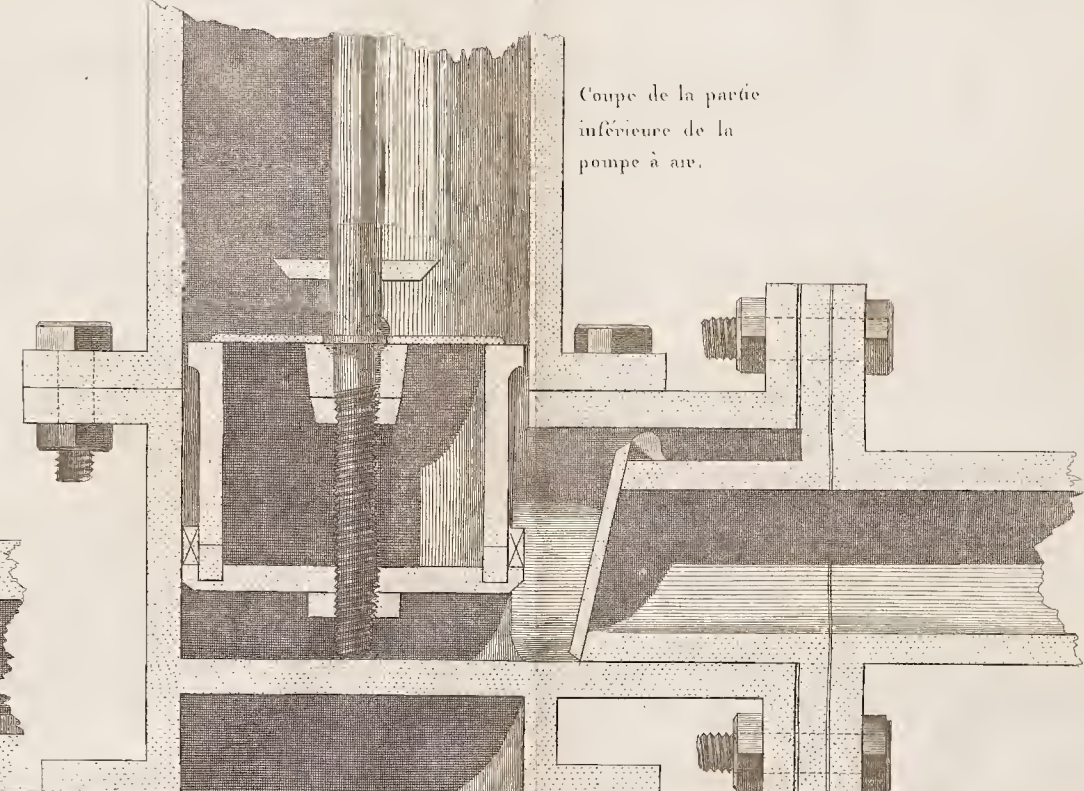


Fig. 507.



Coupe de la partie inférieure de la pompe à air.







Fig. 310 .

Fig. 309 .

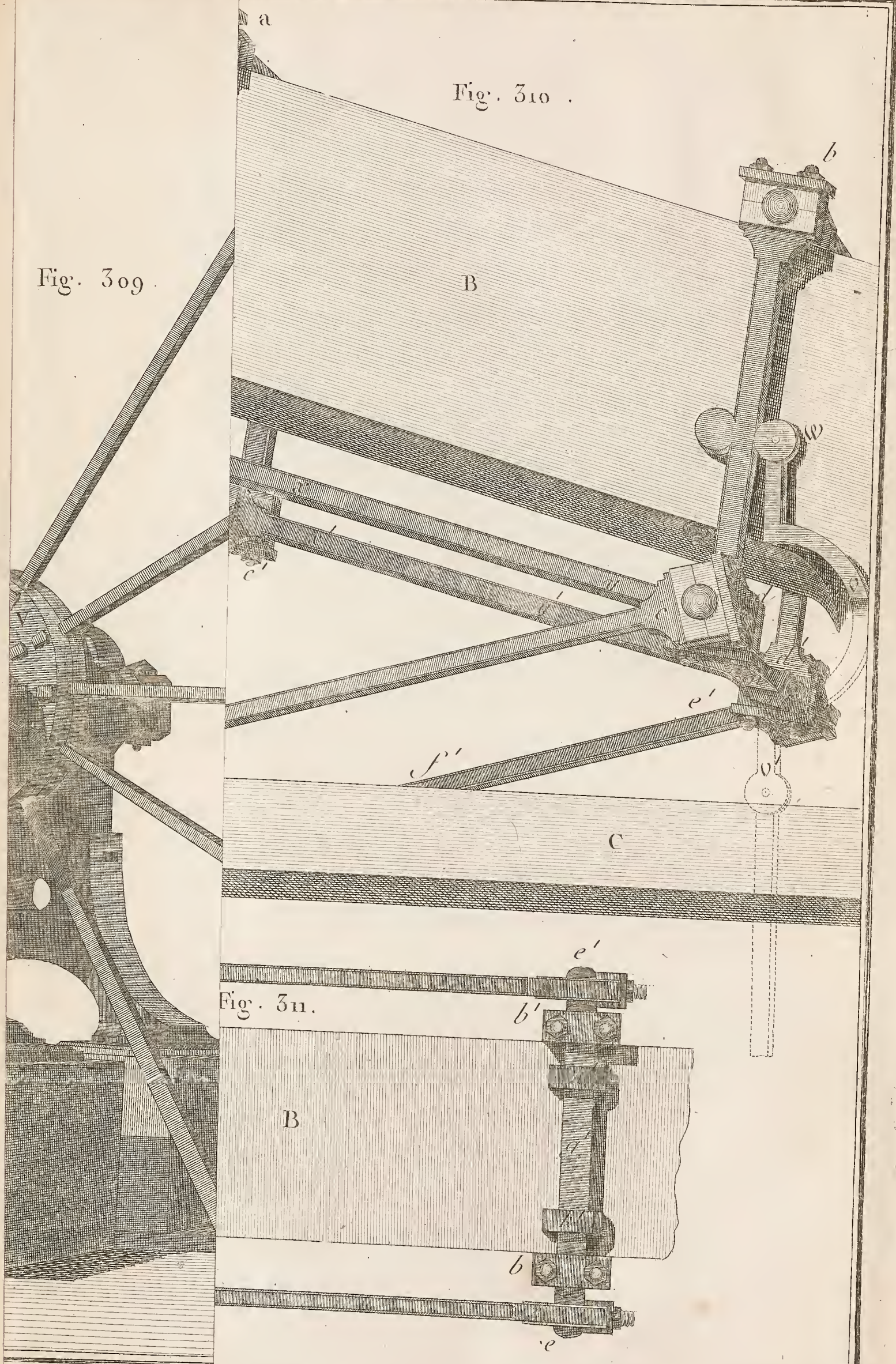
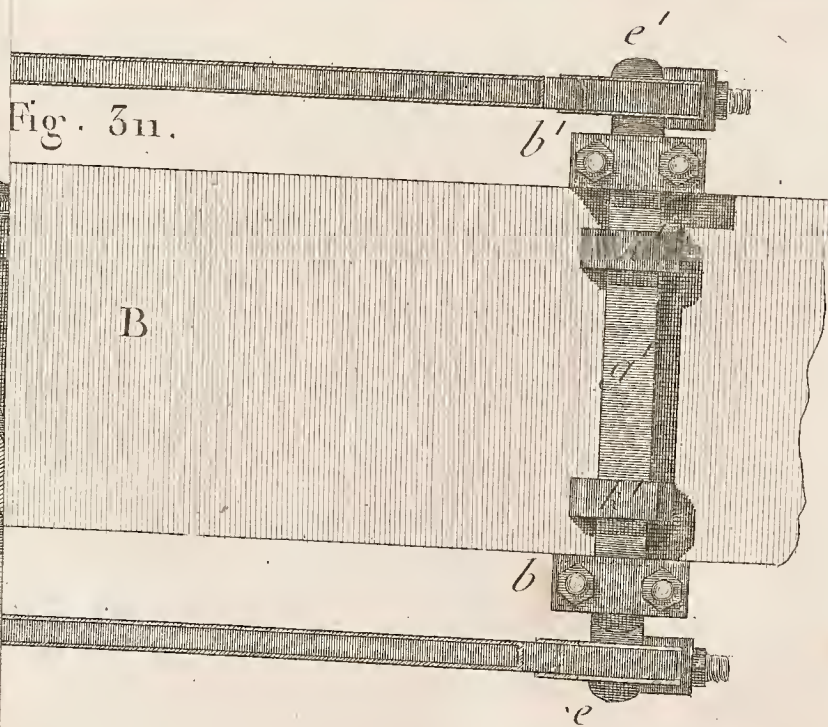


Fig. 311 .



Gegney sculp







Vues perspectives des détails relatifs à la Mouche à la suspension du balancier, et au mécanisme qui sert à assurer les verticabilités du mouvement de la tige du piston &c.

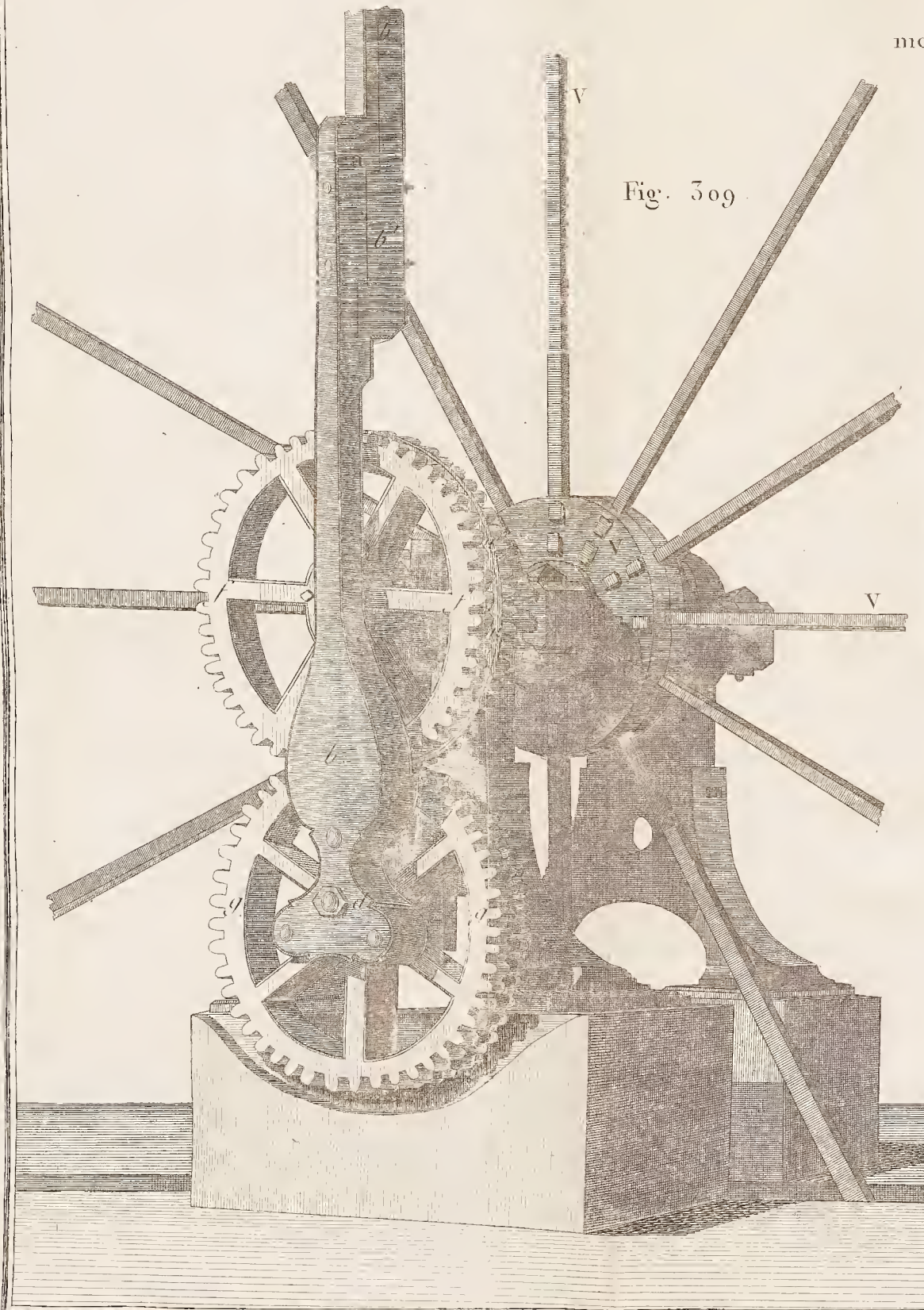


Fig. 309.

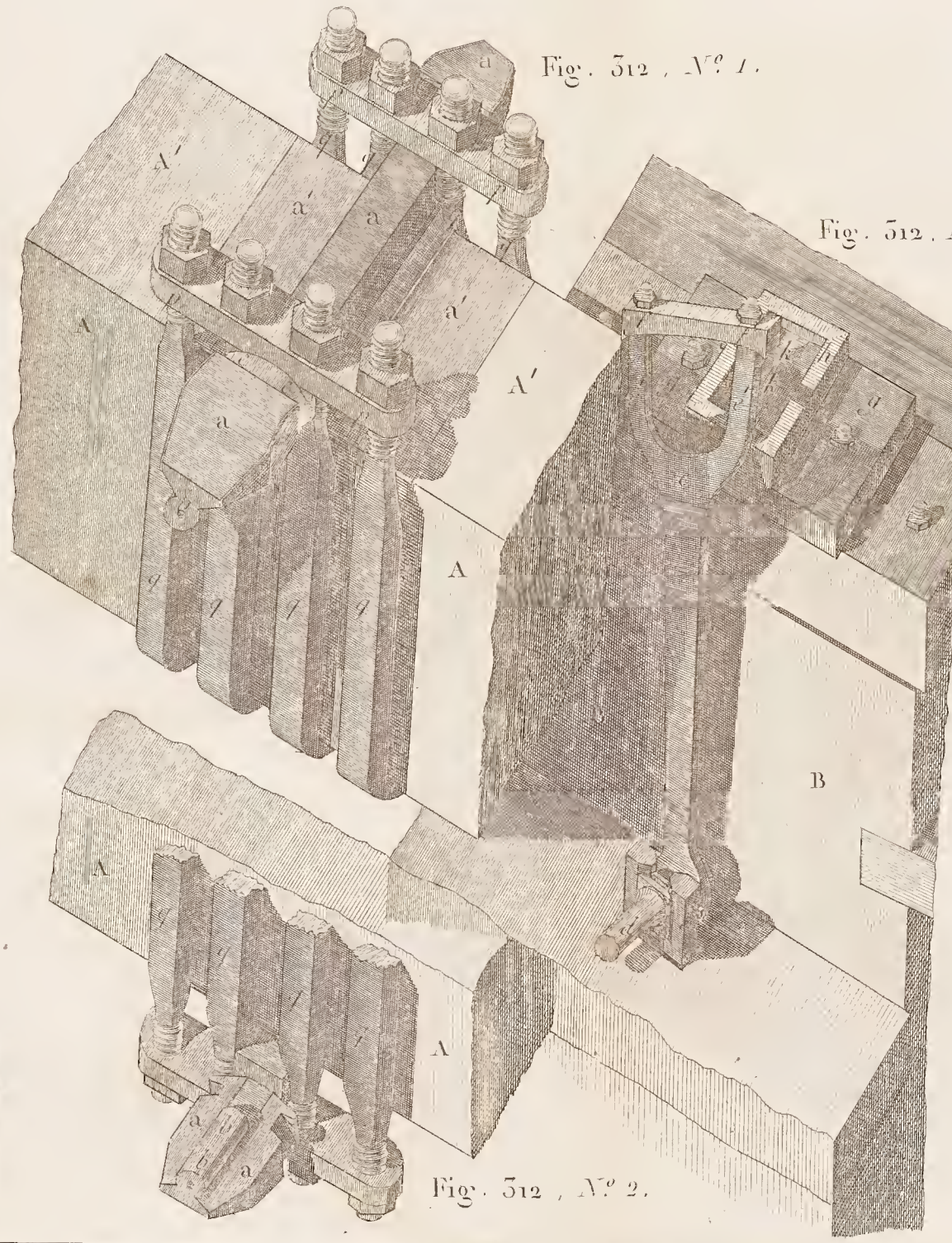


Fig. 512, N° 1.

Fig. 512, N° 3.

Fig. 512, N° 2.

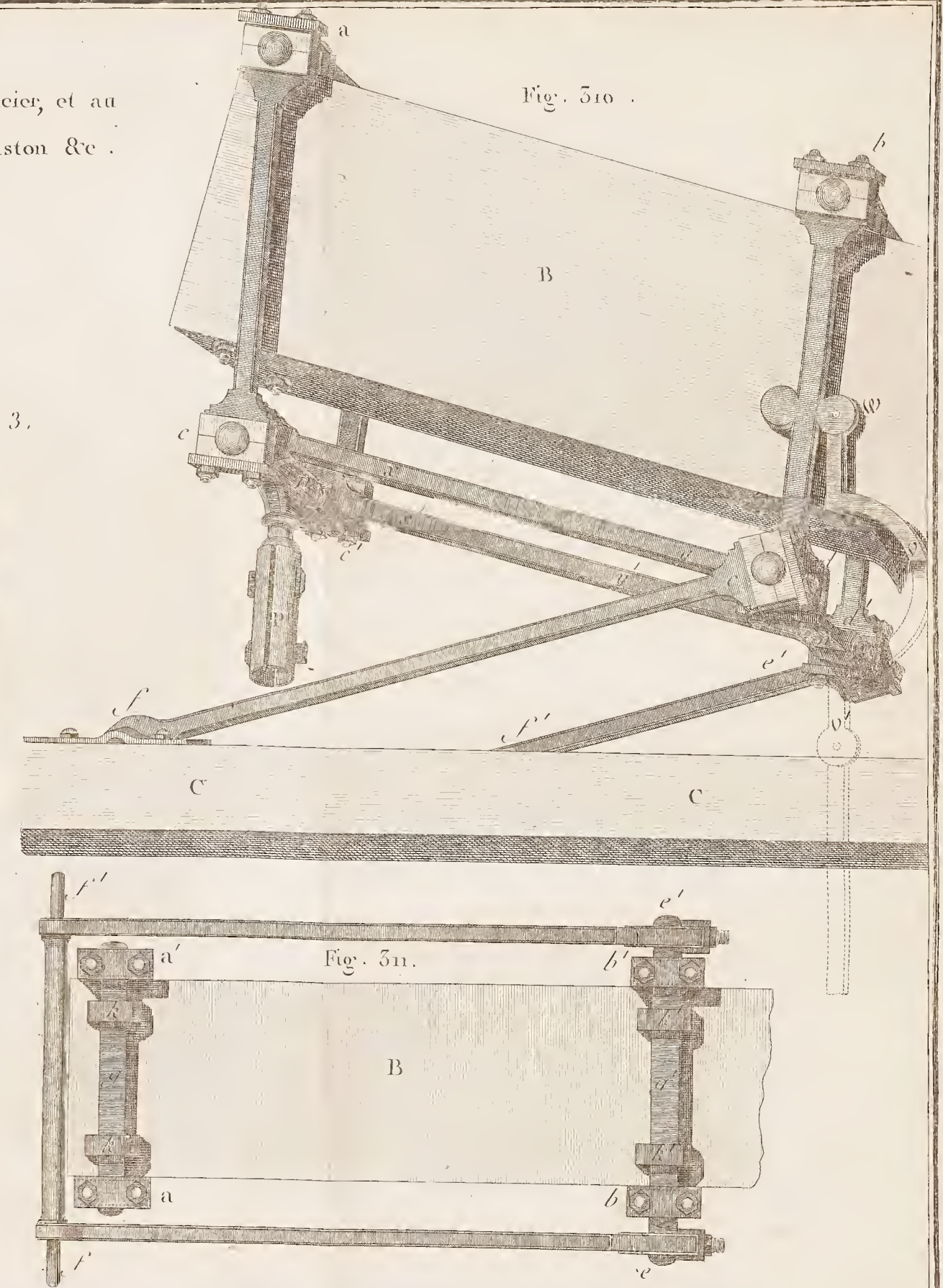


Fig. 310.

Fig. 311.

Goussier, sculp.







Fig. 315. N<sup>o</sup> 2.

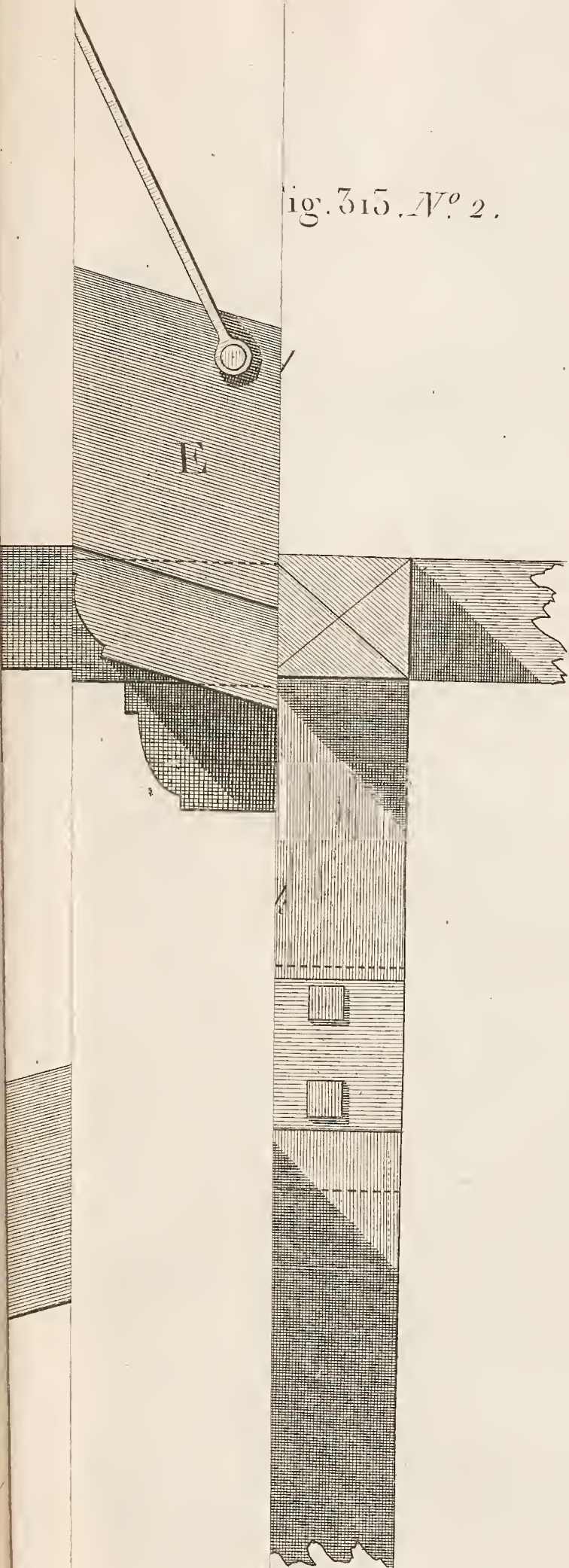
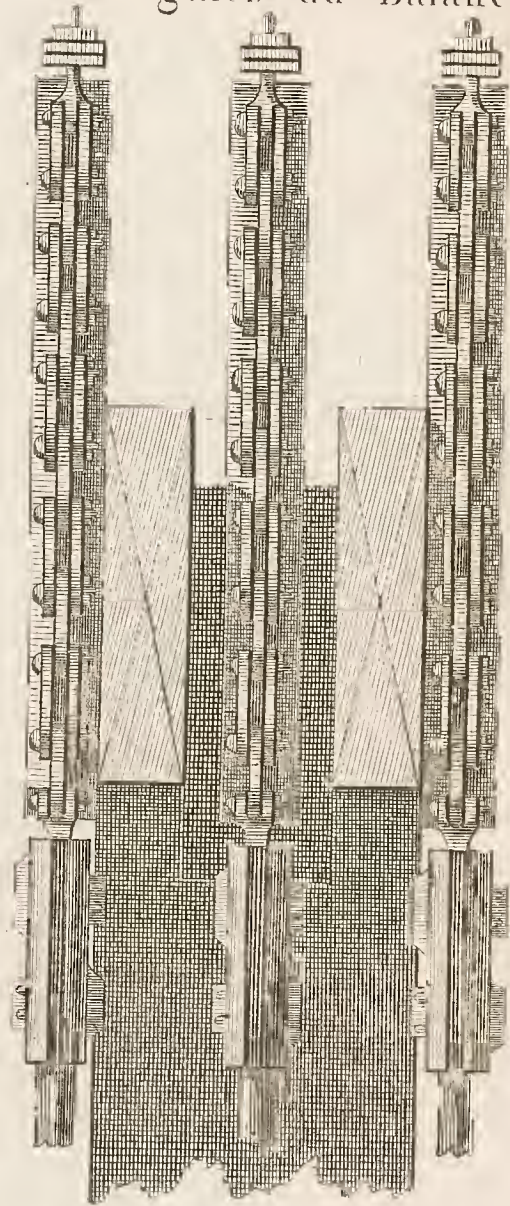


Fig. 313. N<sup>o</sup> 4.

Martingales du Balancier

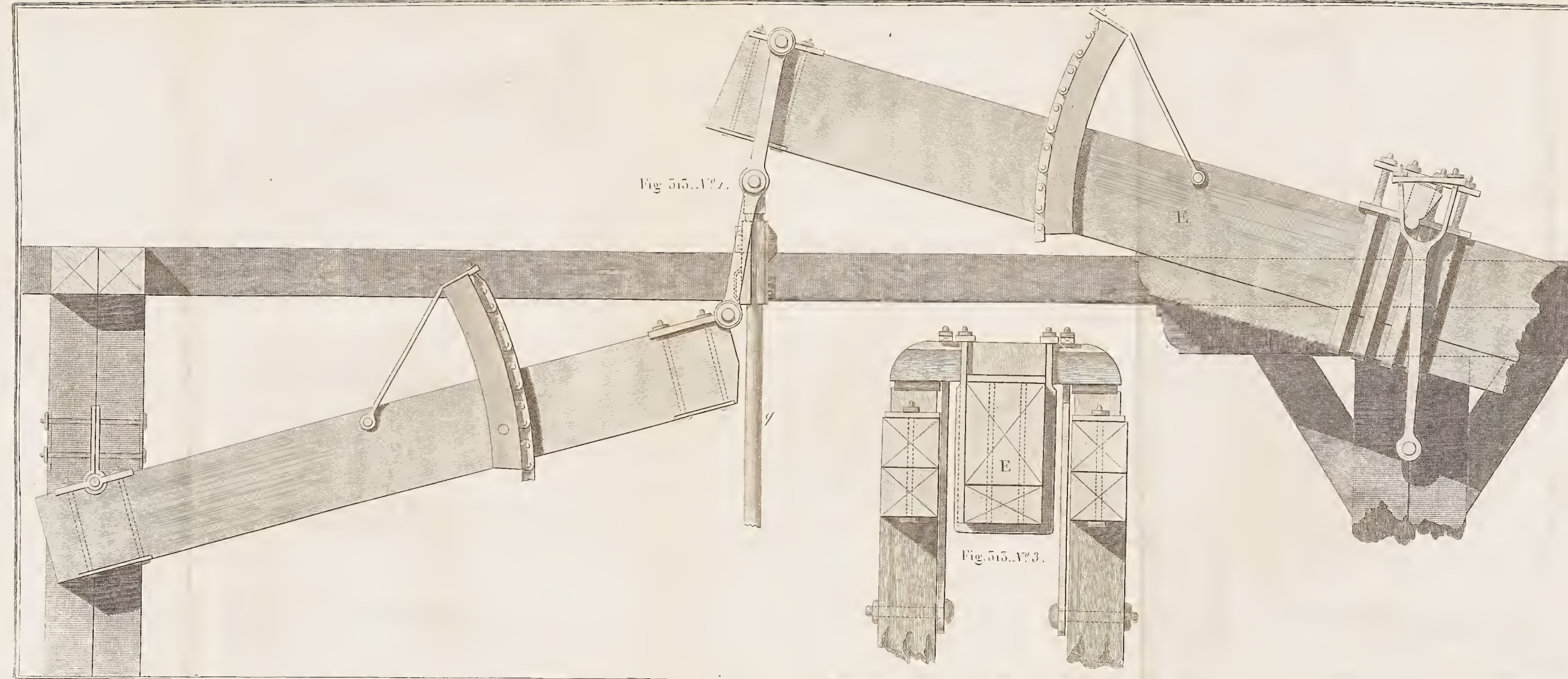


Gravé par Goussier









Vue de face des deux  
plantes bandes réunissant  
le grand et le petit Ba-  
lancier.

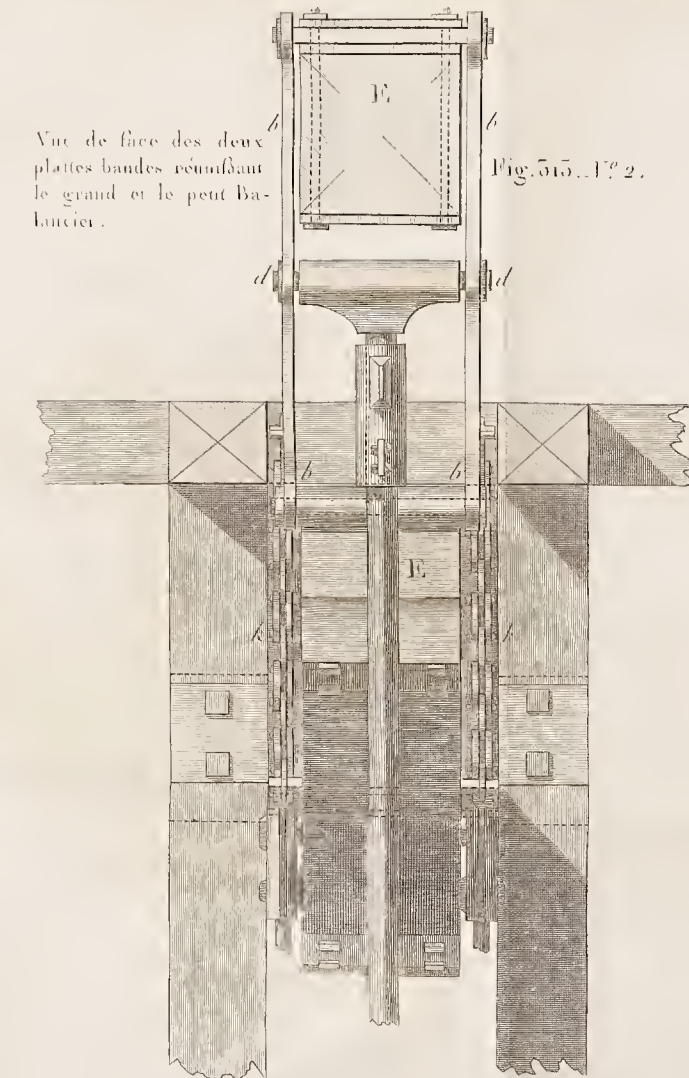
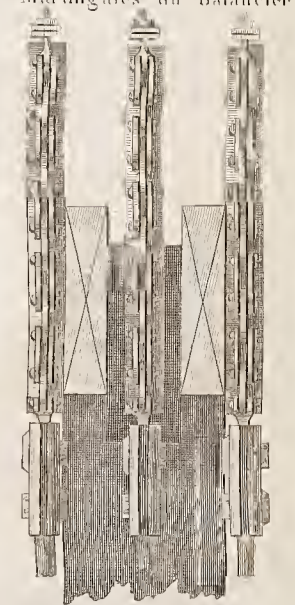


Fig. 515. V° 4  
Martingales du Balancier

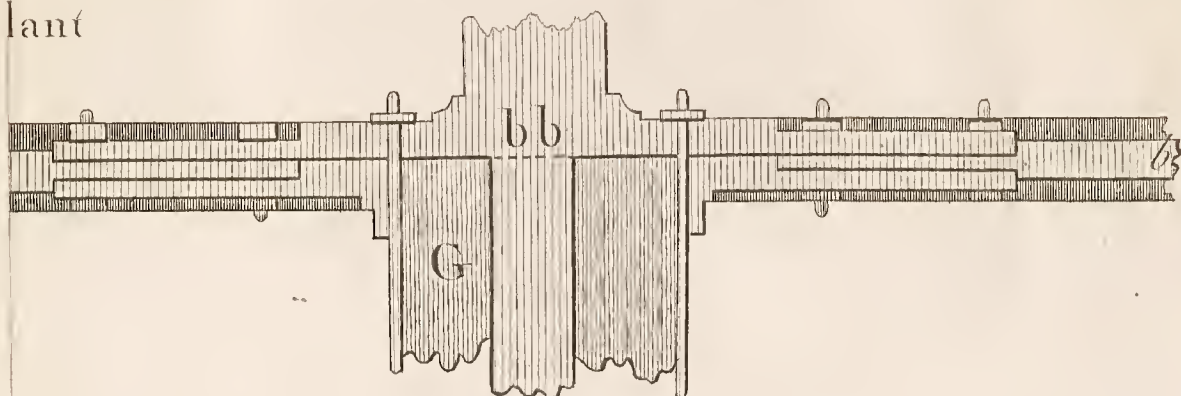








lant



du tirant.

Fig. 314. N° 3.

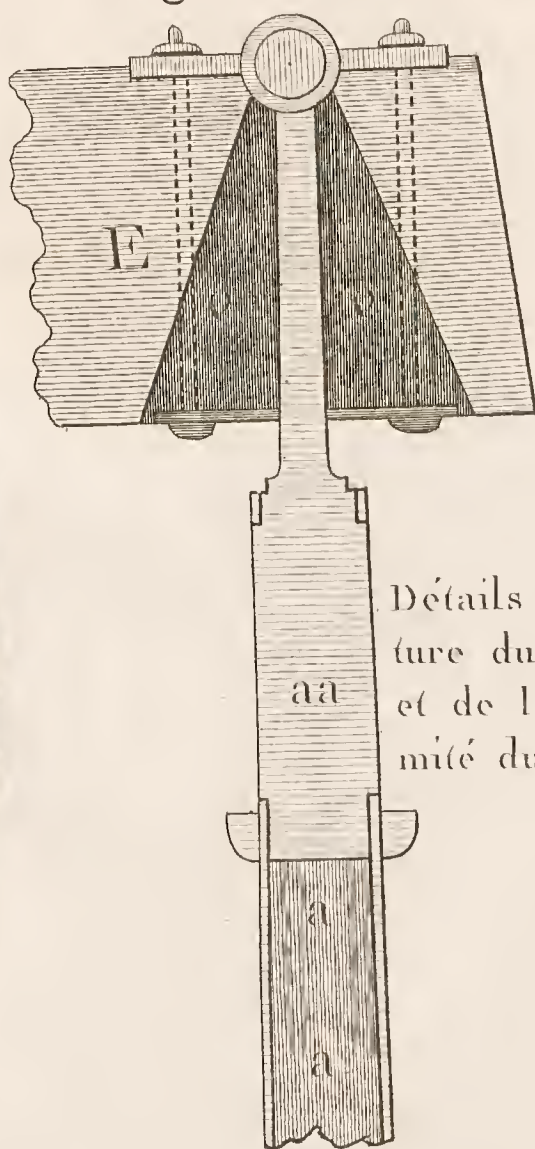
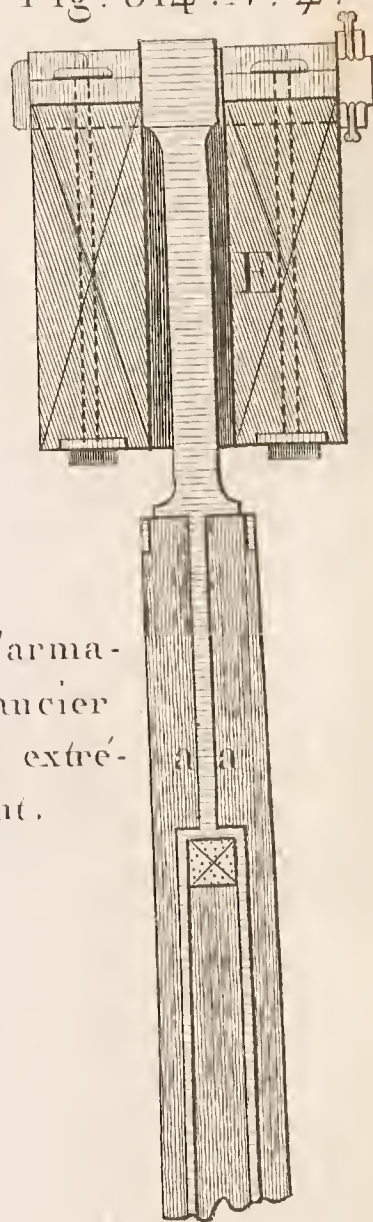


Fig. 514. N° 4.



Détails de l'armature du Balancier et de l'autre extrémité du tirant.

Gravé par Goussier







Détails du volant.

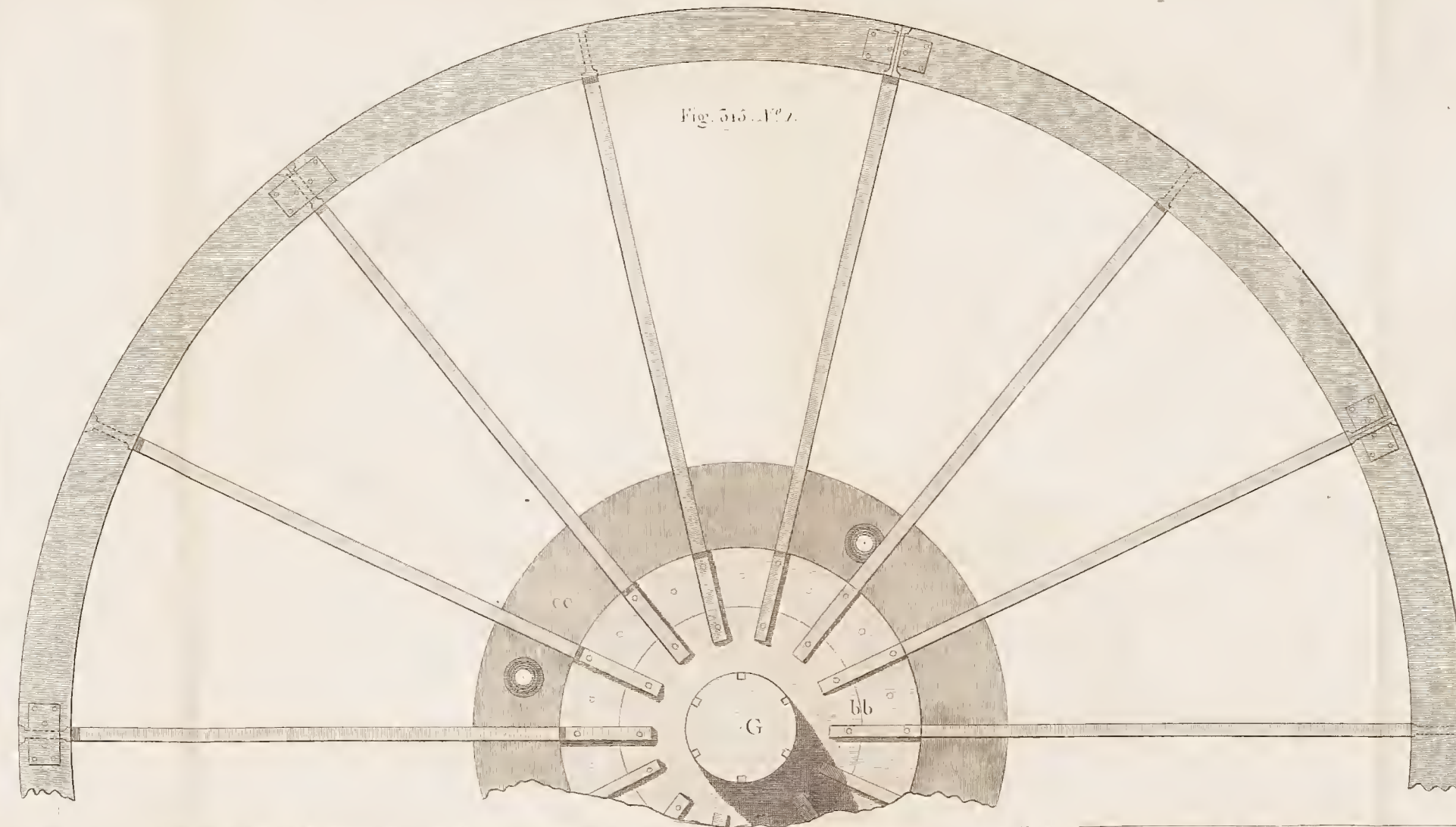


Fig. 513. V° 1.

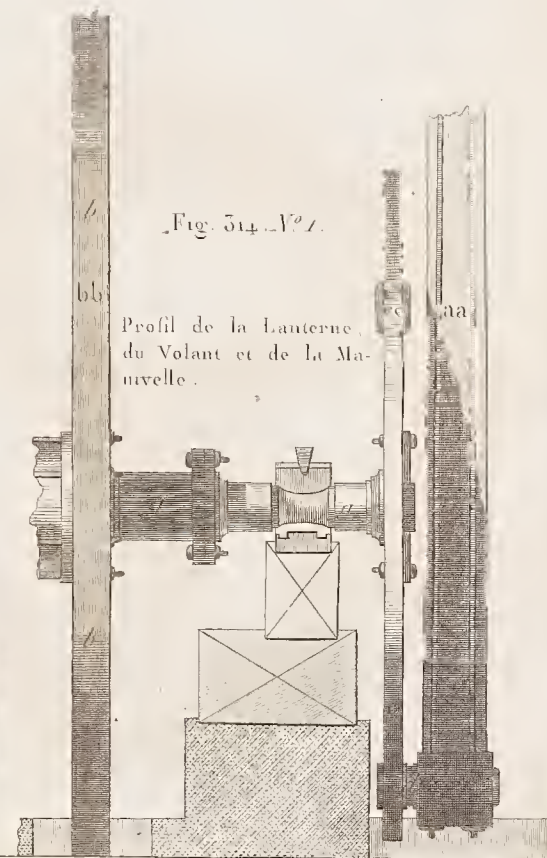


Fig. 514. V° 1.

Profil de la Lanterne  
du Volant et de la Ma-  
nivelle.

Coupe sur la longueur de l'arbre du volant

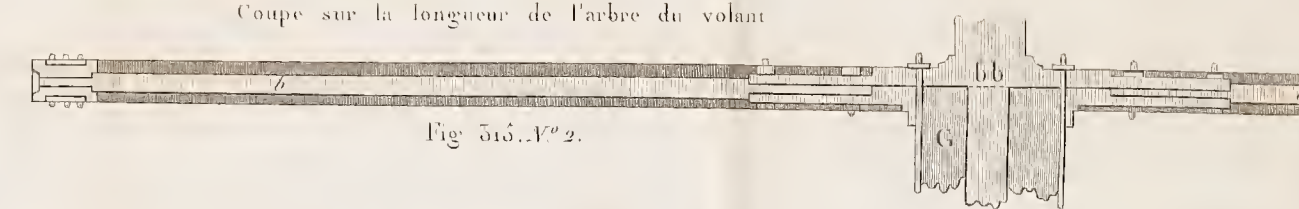


Fig. 515. V° 2.

Platneau de manivelle vu de face avec l'extrémité du tirant.

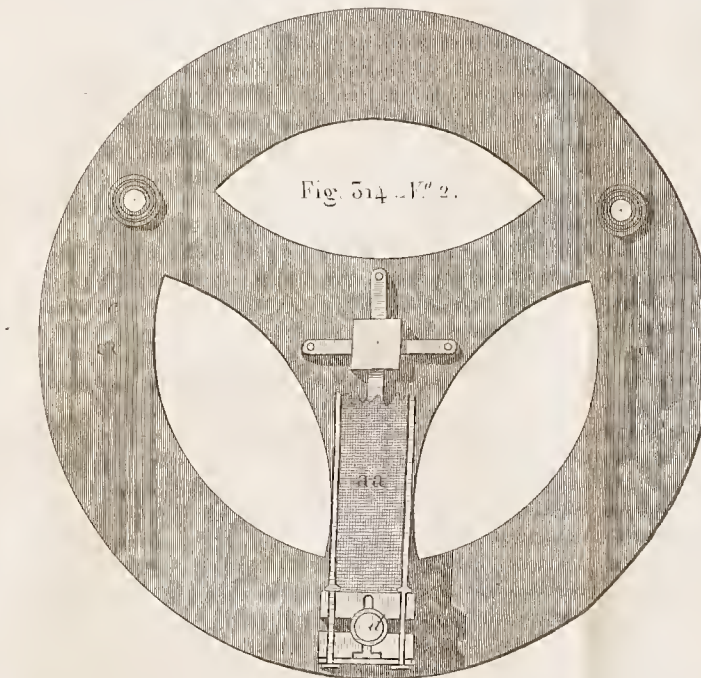
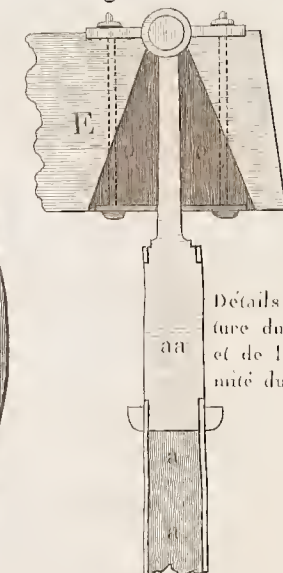


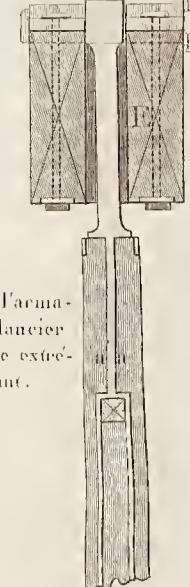
Fig. 514. V° 2.

Fig. 514. V° 3.



Détails de l'arma-  
ture du Balancier  
et de l'autre extré-  
mité du tirant.

Fig. 514. V° 4.



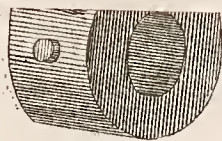
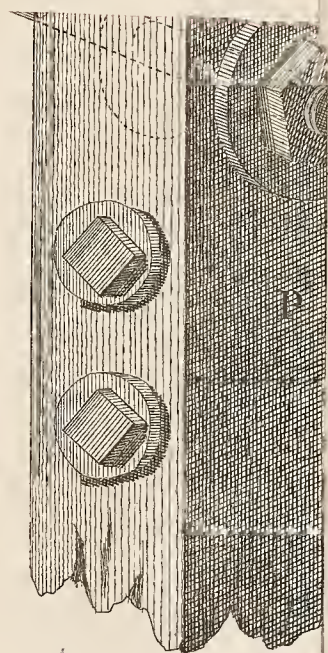
Gravé par Goussier

Tom. II. N° 56









*Geoffroy Sculp.*

Tom. II. N<sup>o</sup> 37.







Vue perspective d'un Régulateur et détails de ses différentes parties .









---

T A B L E  
D E S M A T I E R E S  
C O N T E N U E S  
D A N S L A S E C O N D E P A R T I E .

CONTENANT LA DESCRIPTION DÉTAILLÉE DES MACHINES  
A FEU.

---

*Preamble (1).*

- (1351). **D**E la méthode employée dans cet ouvrage.  
(1352). Ordre à suivre dans l'exposition des inventions.  
(1354). Motifs de quelques changements faits à l'ordre que l'auteur s'étoit d'abord proposé de suivre.  
(1357). Divisions principales des objets de description relatifs aux pompes à feu.

*Description des appareils employés pour la détermination de la  
force expansive de la vapeur de l'eau.*

- (1358). Des expériences faites sur la force expansive de la vapeur de l'eau avant 1788.  
(1360). Description de l'appareil de M. Bettancourt.

*Détails sur la maniere dont on a fait les expériences.*

- (1366). Comment on fait le vuide dans la chaudiere.  
*Ibidem.* Température initiale de l'eau.  
*Ibidem.* Observations correspondantes du barometre et du thermometre.  
(1367). De la force expansive à une température au-dessous de la glace.  
(1368). De la force expansive apparente, en remplissant la chaudiere de différentes quantités d'eau.  
(1370). Conclusions à tirer des expériences sur la force expansive de la vapeur de l'eau.  
(1371). Accords entre les résultats calculés et ceux déduits des expériences.  
(1372). Courbes qui représentent ces résultats.

---

(1) Les chiffres de renvoi indiquent les articles et non les pages.



*Application des observations précédentes aux arts et à la physique.*

(1373). Effet de la vapeur de l'eau de condensation dans les machines à feu.

(1374). De la manière de mesurer la hauteur des montagnes par la température de l'eau bouillante.

(1376). Expériences sur cet objet.

(1378). Utilité des expériences sur la force expansive de la vapeur de l'eau pour la graduation du thermometre.

*Description d'une premiere machine à feu à double effet.*

(1380). Objets exécutés auxquels se rapporte la machine qu'on va décrire.

(1381). Chaudières, cheminées, fourneaux, cendriers, etc. considérés en masse; précautions prises pour échauffer l'eau avec économie.

(1382). Courant d'air pour donner de l'activité à la combustion.

(1383). Correspondance entre le mouvement du piston du cylindre à vapeur et ceux des soupapes qui établissent la communication entre la chaudiere, le cylindre à vapeur, et le condenseur.

(1384). Moyen de classer commodément dans l'esprit les mouvements correspondants dont on vient de parler.

(1385). Du tuyau d'injection employé à opérer la condensation; soupape extérieure pour modérer à volonté l'injection et par conséquence la vitesse de la machine; réflexions sur les limites de l'effet qu'on peut produire à cet égard.

(1386). De la pompe employée à enlever l'eau de condensation et l'air qui se dégage pendant qu'elle s'opere; tuyau *nourricier* qui conduit cette eau dans la chaudiere.

(1387). Observation sur un effet résultant de l'aspiration de l'eau et de l'air donnés par la condensation.

(1388). Principe sur lequel la construction du régulateur est fondée.

(1389). Application de ce principe aux machines.

(1390). Description et jeu du régulateur.

(1391). Effort à vaincre pour lever les soupapes, indépendamment de leur poids; de la vitesse progressive de la vapeur.

(1393). Des qualités que doit avoir un bon régulateur; application des principes posés à ce sujet au régulateur précédemment décrit.

(1394). Mécanisme au moyen duquel la machine conserve spontanément un mouvement uniforme et constant sans le secours d'aucun agent extérieur.

(1395). Pompe qui sert à alimenter la grande bache.

(1396). Moyens employés pour faire passer la machine du repos au mouvement.

(1397). De la boîte à vapeur, ou *steam-box*, destinée à contenir la vapeur dans le cylindre.

(1398). Tuyau d'épreuve pour connoître le niveau de l'eau dans la chaudiere.

(1399). Thermometre et barometre qu'on peut adapter à la chaudiere.

(1400). Soupape de sûreté placée au-dessus de la chaudiere.

(1401). De la verge qui transmet au balancier l'action du piston du cylindre à vapeur; comparaison de son effet avec celui qui a lieu dans les machines de Chaillot; conséquences qui en résultent.

(1402). Parallélogramme destiné à maintenir la verge précédente dans une direction verticale.

(1403). Suspension de la poutrelle du régulateur.



(1404). Axe du balancier.

(1405). Du *volant* et de la *mouche*.

*Ibidem*. Filet d'eau qui coule sur les tourillons de l'axe du volant.

*Description d'une seconde machine à feu à double effet.*

(1406). Motifs de la description de cette seconde machine.

(1407). Chaudiere, fourneau, cheminée, courant d'air pour la combustion.

(1408). Forme de la chaudiere, comparée avec celle de la premiere machine.

(1409). De la marche de la vapeur dans la machine, et du jeu alternatif des soupapes qui établissent ou interceptent la communication dans les différentes parties.

*Ibidem*. Méthode pour classer dans la mémoire le jeu des soupapes.

(1410). Avantage de la seconde machine sur la premiere, dans la disposition des soupapes.

(1411). Tuyau et soupape d'injection pour condenser la vapeur.

(1412). Mécanisme pour enlever l'eau provenant de la condensation.

(1413). Mécanisme et jeu du régulateur.

(1414). Contre-poids substitués, dans ce régulateur, aux lentilles qui en font l'effet dans la premiere machine.

(1415). Mécanisme, usage et calcul du modérateur destiné à régler la vitesse de la machine.

(1416). Comparaison de ce modérateur avec celui de la premiere machine.

(1417). Du moyen employé pour assurer la *verticalité* du mouvement du piston du cylindre à vapeur.

(1418). Comparaison de ce moyen avec le moyen analogue employé dans la premiere machine.

(1419). Pieces que le balancier et le contre-balancier ont à mouvoir.

(1420). Comment on pourroit adapter un volant à la seconde machine de la pompe qui en produit l'effet utile.

(1421). Considérations et explications sur la maniere dont cet effet est produit; solutions de quelques difficultés.

(1422). Détails sur les pieces qui composent le cylindre à vapeur.

(1423). De la maniere de faire passer la machine du repos au mouvement.

(1424). Soupape de sûreté.

(1425). Tuyau d'épreuve pour connoître la hauteur de l'eau dans la chaudiere.

(1426). Procédé pour parvenir au même but dans les machines anciennes.

(1427). Réservoir provisionnel pour remplir la chaudiere.

*Détails sur les machines à feu qui ne sont point à double effet, et rapports de ces machines avec celles décrites dans les chapitres précédents.*

(1428). Réflexions sur le sens qu'on doit attacher au mot perfection dans les arts; exemple tiré de la machine à feu; analogie entre son mécanisme et l'économie animale; utilité de l'histoire des découvertes.

(1429). Communication de la chaudiere au cylindre à vapeur.

(1430). Pieces qui tiennent au régulateur; jeu de ce régulateur; comment il continue spontanément le mouvement de la machine une fois produit.

(1431). Comment l'eau de condensation sort du cylindre à vapeur; tuyau nourricier qui sert à réparer dans la chaudiere les pertes causées par l'évaporation.

(1432). Cuvette d'injection qui fournit l'eau de la condensation.



(1433). Moyen qu'on a employé pour que la cuvette d'injection reçoive toujours la même quantité d'eau.

(1434). Pièces qui composent le piston du cylindre à vapeur.

(1435). Jet d'eau continu sur le piston pour empêcher l'introduction de l'air et le dessèchement du cuir.

(1436). Evacuation de l'air des tuyaux mentionnés art. (1431), lorsqu'on commence à faire jouer la machine.

(1437). Eaux à différentes températures que reçoivent la citerne et le réservoir provisionnel.

(1438). Tuyaux d'épreuve.

(1439). Ventouses.

(1440). Soupape de sûreté.

(1441). Godet faisant les fonctions de *reniflar*, par où l'air du cylindre à vapeur s'évacue quand on commence à faire jouer la machine.

(1442). Comment on commence à mettre la machine en mouvement.

(1443). Cheminées et parties accessoires.

(1444). Description des pompes employées à produire l'effet utile de la machine.

(1445). De la machine de Chaillot; principales pièces de cette machine.

(1446). Comment se produit l'ascension du piston du cylindre à vapeur.

(1447). Comment se produit la descente du piston du cylindre à vapeur.

(1448). Jeu détaillé de chaque pièce du régulateur.

*Ibidem.* Ensemble du mouvement du régulateur et du piston du cylindre à vapeur.

(1449). Pompe à air.

(1450). Reniflar.

(1451). Pompe employée à produire l'effet utile de la machine.

*Ibidem.* Seconde machine semblable à celle qu'on vient de décrire, et construite dans le même emplacement.

(1453). Récipient d'air pour donner de la continuité à l'écoulement de l'eau dans le réservoir; observations sur ce moyen.

(1454). Machine à feu du Gros-Caillou; dispositions générales.

*Ibidem.* Comment le mouvement, une fois imprimé, se continue spontanément.

(1457). Récipient d'air.

(1458). Machine à feu employée dans la manufacture de MM. Périer.

*Avantages des machines à feu à double effet, sur les machines à feu ordinaires; comment on peut disposer les premières pour qu'elles agissent à la manière des secondes.*

(1459). Avantages des machines à feu à double effet sur les machines ordinaires.

*Ibidem.* 1°. Diminution du volume de la chaudière.

*Ibidem.* 2°. L'effort de la vapeur dans la chaudière est plus uniforme et moins considérable.

*Ibidem.* 3°. Economie du combustible.

*Ibidem.* 4°. Diminution des dimensions du cylindre à vapeur et des parties accessoires, l'effet étant le même.

*Ibidem.* 5°. Suppression des contre-poids.

*Ibidem.* 6°. Uniformité du mouvement.

(1460). Comment la machine à feu à double effet peut être mue à la manière de la machine simple.

*Ibidem.* Premier moyen.

*Ibidem.*



*Ibidem.* Second moyen.

*Ibidem.* Comment elle peut être mue à la manière de la machine de Newcomen.

*Ibidem.* Premier moyen.

*Ibidem.* Second moyen.

*Ibidem.* Réflexions sur l'usage des moyens précédents.

*Détails de la construction de plusieurs pièces principales d'une machine à feu à double effet.*

(1461). Détail des pièces qui composent le piston du cylindre à vapeur.

(1462). Détail des *boîtes à vapeur* supérieures.

*Ibidem.* Détail des *boîtes à vapeur* inférieures.

*Ibidem.* Mécanisme qui fait mouvoir les soupapes des boîtes à vapeur.

*Ibid.* Mécanisme pour empêcher les axes de jouer dans le sens de leur longueur.

(1463). Moyens de visiter l'intérieur des boîtes à vapeur.

(1465). Tuyau qui conduit la vapeur dans le *steam-box*.

(1469). Détails du mécanisme qui sert à rendre vertical le mouvement du piston.

(1470). Suspension du balancier.

(1471). Autre espèce de balancier.

(1472). Description de la mouche.

(1473). Mécanisme pour faire mouvoir le balancier sans engrenage.

(1474). Construction du volant.

(1475). Détails du régulateur.

*Théorie du mouvement rectiligne du piston du cylindre à vapeur produit par une combinaison de mouvements circulaires, et calcul des proportions des machines à feu relativement à l'effet qu'elles doivent produire.*

(1478). Table pour faciliter les applications des formules aux nombres.

(1483). Exemples de l'usage de la table.

(1484). Application à la machine de l'isle des Cygnes.

(1486). Formules pour l'inclinaison de la pièce à laquelle la tige du piston est attachée.

(1487). Formules pour trouver la relation entre l'effort de la vapeur et la résistance à vaincre.

(1488). Application à un exemple.

(1489). Solution du problème géométrique relatif au parallélogramme.

(1491). Application à des proportions données.

(1492). Rapprochement de ce problème et du précédent.

(1495). Rapport de la résistance à la puissance lorsqu'on emploie le parallélogramme.

(1496). Calcul des proportions des pièces du régulateur.

(1498). Calcul du diamètre intérieur du cylindre à vapeur. Réflexions générales.

*Ibidem.* Formules pour calculer les dimensions cherchées.

*Ibidem.* Observations sur l'application de cette formule.

(1499). Recherche du rapport entre l'effet de la machine et la quantité de combustible consommée.

(1500). Formules pour comparer l'effet mécanique d'un courant d'eau à celui d'une machine à feu.

(1501). Applications à la mouture.

*Ibidem.* Relation entre le poids du grain moulu et celui du combustible.

(1502). Des dimensions et de la vitesse de la machine nécessaires pour produire une mouture déterminée, et réciproquement.



*Recherches expérimentales et analytiques sur les lois de la dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la force expansive, dans le vuide, de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes températures.*

(1505). Considérations générales sur l'explication et la mesure des effets en physique.

(1506). Méthode d'interpolation applicable à la mesure des effets.

(1507). Divisée en deux parties.

(1508). Forme de la fonction applicable aux phénomènes qui dépendent des fluides élastiques.

*Méthode d'interpolation applicable aux phénomènes qui dépendent des fluides élastiques.*

(1509). Manière de ramener les résultats à être équidistants lorsqu'ils ne le sont pas.

(1510). Deux formules générales d'interpolation.

*Ibidem.* La première applicable à un nombre pair d'observations.

(1512). La deuxième applicable à un nombre impair d'observations.

*Applications de la méthode précédente d'interpolation à la recherche des lois de la dilatabilité de plusieurs fluides élastiques.*

(1513). Description des expériences.

(1514). Résultats des expériences.

(1515). Lois de la dilatation de l'air atmosphérique.

*Ibidem.* Remarques sur la formule qui embrasse les cinq résultats.

*Ibidem.* Le cinquième résultat affecté de l'effet de la décomposition de l'air.

*Ibidem.* Véritable formule donnée par la précédente, en retranchant le terme qui mesure l'anomalie.

*Ibidem.* Formule pour la dilatation de degré en degré.

*Ibidem.* Formule pour la dilatabilité.

*Ibidem.* De la dilatabilité donnée par différents physiciens.

(1516). Dilatation du gas oxygene.

(1517). Dilatation du gas azote.

(1518). Dilatation du gas hydrogene.

(1519). Dilatation du gas nitreux.

(1520). Dilatation du gas acide carbonique.

(1521). Dilatation du gas ammoniacal.

(1522). Lois de la force expansive de la vapeur de l'eau.

(1523). Force expansive de la vapeur de l'alkool.

*Formules et tables pour calculer à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermometre centigrade, les dilatations correspondantes des sept fluides élastiques ci-dessus mentionnés, et la force expansive des vapeurs de l'eau et de l'alkool, les pressions qui mesurent les diverses intensités de cette force étant représentées par des colonnes de mercure dont les hauteurs sont exprimées en metres.*

(1524). Dilatation des fluides élastiques.



*Ibidem.* Nombres à substituer dans les formules pour les rapporter au thermomètre centigrade.

*Ibidem.* Tables des volumes dilatés rapportées au thermomètre centigrade.

*Ibidem.* Table des diminutions de volume au-dessous de la température de la glace.

*Ibidem.* Table de rapports et de logarithmes de rapports, pour comparer les mesures anciennes à celles du nouveau système métrique décimal, et réciproquement.

*Ibidem.* Tables des forces expansives des vapeurs de l'eau et de l'alkool rapportées au thermomètre centigrade et au mètre.

## MATIÈRES

### CONTENUES DANS LES NOTES.

N<sup>a</sup>. Les chiffres de renvoi indiquent les articles auxquels les notes se rapportent.

(1358). **D**ESCRPTION de l'appareil employé par Ziegler pour mesurer la force expansive de la vapeur.

(1371). Recherches analytiques et formules relatives à l'interpolation.

(1374). Formules pour calculer les parties proportionnelles de la table qui donne la relation entre la température et la force expansive de la vapeur.

(1377). Recherches sur la manière de mesurer les hauteurs par les diverses températures de l'eau et de l'alkool en ébullition; table qui donne la relation entre ces températures, la hauteur du baromètre, et l'élévation au-dessus du niveau de la mer, des lieux où l'on observe.

(1444). Machine inventée par Papin pour employer la vapeur comme agent mécanique: observations sur cette machine. Expériences d'Amontons sur le ressort de l'air échauffé; mécanisme inventé par ce savant pour faire tourner une roue au moyen de la dilatation et de la condensation successives de l'air.

(1483). Figure et construction graphique de la courbe totale, dont une partie, sensiblement rectiligne, est décrite par le sommet de la tige du piston du cylindre à vapeur, lorsque ce sommet est attaché au milieu d'une verge qui unit le balancier et le contre-balancier.

(1492). Figure et construction de la courbe précédente, dans le cas où le sommet de la tige du piston est attaché à l'un des angles d'un parallélogramme, dont les trois autres angles décrivent des arcs de cercle. Description d'un instrument qui a pu suggérer l'idée de la production du mouvement rectiligne par une combinaison de mouvements circulaires.

(1524). Formules pour calculer les effets mécaniques que peuvent produire les fluides élastiques échauffés à diverses températures.



# E R R A T A.

PAGES.	LIGNES.	FAUTES.	CORRECTIONS.
32,	premiere de la table,	66,4,	66,84.
41,	huitieme à partir du bas,	'A'A,	AA.
43,	22,	A à l'extrémité,	à l'extrémité.
<i>Idem</i> ,	derniere,	b'a'c'd',	b' a c' d'.
64,	26,	σ et S',	σ' et S.
76,	31,	D E R,	D R.
79,	14,	godet A,	godet a.
81,	2°. indication marginale,	que comporte,	qui composent.
85,	3 de la note,	cependant peut,	peut cependant.
86,	19 de la note,	86,	8,6.
<i>Idem</i> ,	21 de la note,	l'eau y sera réduite,	l'air y sera réduit.
94,	3 à partir du bas,	f <sup>3</sup> g <sup>8</sup> ,	f <sup>3</sup> g <sup>10</sup> .
<i>Idem</i> ,	avant-derniere,	g f' g',	g f g'.
95,	5,	ππ,	π π.
97,	10,	soupape,	pompe.
126,	12,	Il reste,	1479. Il reste.
127,	15,	Il est bien,	1480. Il est bien.
132,	9 de la note,	les possibles,	les positions possibles.
133,	9 de la note,	redescend,	remonte.
<i>Idem</i> ,	15 de la note,	la A (8)' (8),	la ligne A (8)' (8).
<i>Idem</i> ,	21 de la note,	l'axe VGE,	l'arc V g E.
139,	12,	D' B''' = 2 B,	D' B''' = 2 B D.
157,	24,	Voici la maniere,	1511. Voici la maniere.
163,	9,	Les expériences,	1513. Les expériences.
164,	23,	La table,	1514. La table.
165,	4,	Les expériences,	1515. Les expériences.







qTC	
144	Prony, R.
P96	Nouvelle
1790	architecture
ptie. 2	Hydraulique
SCDIRB	1790-1796





SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 00981 3106











